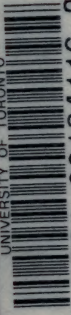
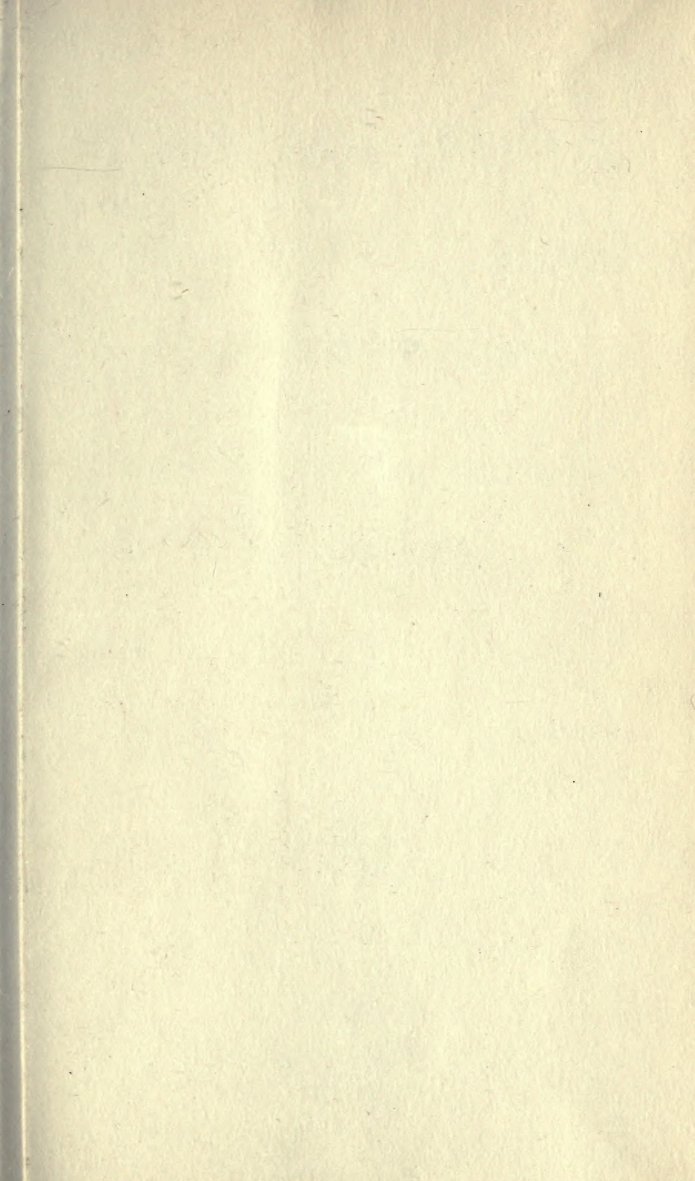



UNIVERSITY OF TORONTO



3 1761 00184116 2







Digitized by the Internet Archive  
in 2009 with funding from  
University of Toronto







37

421

7

US

US

# APOLLONII PERGAEI

## QUAE GRAECE EXSTANT

CUM COMMENTARIIS ANTIQUIS.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

**I. L. HEIBERG,**  
DR. PHIL.

UOL. I.

29399  
6/10/93  
h



LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCXCI.



QA

31

A64

1891

v.1



## PRAEFATIO.

Conica Apollonii Pergaei, quae mathematicorum consensu summis iustissimisque efferuntur laudibus, post Halleium neminem editorem inuenerunt. et fortasse mathematicis, qui res solas spectant, aliquatenus interpretationibus satis fit; sed ne de iis dicam, quorum interest scire, quibus uerbis Apollonius ipse usus sit, et qua ratione formulas signaque nostrorum mathematicorum aequare potuerit, ipsis illis interpretationibus fundamentum certum tandem aliquando iactum esse oportet; quod Halleius, qui adhuc solus Conica Graece edidit, neque uoluit facere neque potuit, quae erat illis temporibus ratio artis criticae. itaque nouam editionem Conicorum codicibus Graecis perlustratis et collatis parare decreui, praesertim cum uiderem, editionem Halleii tam raram esse, ut etiam immodico pretio uix ac ne uix quidem posset comparari. sed ab initio mihi constabat, eos tantum libros, qui Graece exstarent, mihi tractandos esse. nam quamquam me non fugiebat, editionem ita mancam et quasi detruncatam fore, tamen a me impetrare non potui, ut interpretationem librorum V—VII, quam ex Arabico fecerat Halleius, nullis subsidiis criticis adiutus repeterem. et codices Arabicos propter linguae illius ignorantiam ipse adire non potui. imperfectum igitur maneat opus, donec aliquis linguae Arabicae

peritus codicibus Arabicis collatis nouam recensionem illorum librorum instituerit. et ut sperare possimus, hoc breui futurum esse, effecit L. L. M. Nixius edita dissertatione, quae inscribitur Das fünfte Buch der Conica des Apollonius von Perga in der arabischen Uebersetzung des Thabit Ibn Corrah (Lipsiae 1889). qui ut opus bene et utiliter inceptum ad finem perducatur, mecum optabunt, quicumque scripta mathematica Graecorum nouerunt coluntque.

Quattuor libris Conicorum, qui Graece supersunt, in uolumine altero adiungam fragmenta et Conicorum et reliquorum operum Apollonii, quae Graece habemus, et praeterea lemmata Pappi et commentaria Eutocii. constat, huius uiri recensionem librorum I—IV solam relictam esse; quare id primum mihi agendum erat, ut ea e codicibus restitueretur. quantum de pristina Conicorum forma ueri similiter statui potest, in prolegomenis criticis uoluminis alterius colligam; ibidem de cognatione codicum uberius exponam. hic breuiter indicabo, quibus codicibus nitatur recensio mea, et quanti quisque aestimandus sit. sunt igitur hi:

V — cod. Vatican. Gr. 206 bombyc. saec. XII—XIII, fol., duobus uoluminibus constans; continet fol. 1—160 Conicorum libros I—IV, fol. 161—239 Sereni opuscula. in fine mutilus est et omnino pessime habitus; singula folia plerumque charta pellucida inducta sunt. manus recentior (m. 2) lacunas quasdam (in Sereno) expleuit et in Apollonio nonnulla addidit et emendauit, manus recentissima (m. rec.) in margine nonnulla adscripsit. contuli Romae 1887.

- v — cod. Vatic. Gr. 203, bombyc. saec. XIII, fol.; inter alia Conica continet fol. 56—84 e V descripta. cum e V descriptus sit, antequam is tempore et situ male habitus est, utilis est ad eos locos supplendos, qui in V euanuerunt uel correcti sunt; etiam figurae, quae interdum in V cum marginibus sublatae uel detruncatae sunt, saepe e v restitui potuerunt. inspexi codicem Romae 1887 et enotaui, quae opus esse uidebantur.
- e — cod. Constantinopolitanus palatii ueteris nr. 40 bombyc. saec. XIII—XIV, fol., situ et madore paene pessumdatum, ceterum codicis V gemellus. is, cum a Fr. Blassio protractus esset et descriptus (Hermes XXIII p. 622 sq.), intercedente Ministerio nostro, quod res rationesque externas moderatur, Hauniam missus est et totus a me collatus 1889, sed cum plerumque cum V consentiat, scripturam plenam in adparatu non dedi, sed ea tantum, quae meliora praebet, sane paucissima; reliquam scripturae discrepantiam in prolegomenis criticis notabo. Conica habet fol. 349—516.
- p — cod. Paris. Gr. 2342 chartac. saec. XIII, fol. totum contuli Hauniae 1888, sed cum ab homine sermonis mathematicorum Graecorum peritissimo impudenter interpolatus sit, in adparatum eas tantum scripturas recepi, quae ad uerba Apollonii emendanda facerent; reliquas prolegomenis seruauimus. quae meliora habet, sine dubio pleraque coniectura inuenta sunt.



ceterorum codicum nullum prorsus usum esse, in prolegomenis demonstrabo, nisi quod e cod. Paris. 2356 chartac. saec. XVI unam et alteram coniecturam probam recepi.

itaque recensio Conicorum tota codice V nititur, cuius scripturas omnes in adparatu indicaui. sicubi eius scriptura retineri non poterat, auctorem scripturae receptae nominaui („corr.“). qua in re praeter codices mihi praesto fuere:

Memus — Apollonii Pergei philosophi mathematiciqve excellentissimi Opera per Doctissimum Philosophum Ioannem Baptistam Memum Patri-  
tium Venetum Mathematicarumque Artium in  
Vrbe Veneta Lectorem Publicum De Graeco in  
Latinum Traducta et nouiter impressa. Venet.  
MDXXXVII fol.

Comm. uel Command. — Apollonii Pergaei conicorum libri quattuor... F. Commandinus Vrbinas  
mendis quamplurimis expurgata e Graeco con-  
uertit et commentariis illustrauit. Bononiae  
MDLXVI fol.

Halley — Apollonii Pergaei Conicorum libri octo  
et Sereni Antissensis de sectione cylindri et conii  
libri duo, ed. E. Halleus. Oxoniae MDCCX fol.

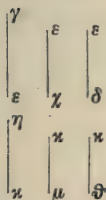
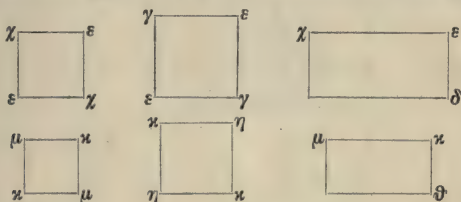
de fontibus horum librorum in prolegomenis uidebi-  
mus. Memo et Commandino emendationem tum quo-  
que tribui, ubi tacite ueram scripturam interpretantur,  
nisi etiam errore non perspecto eodem modo inter-  
pretati essent.

in interpretatione mea propositiones Apollonii  
citaui libro et propositionis numero, ubi eiusdem



libri sunt, solo numero propositionis indicato; „Eucl.“ Elementa, „dat.“ Data Euclidis significat; lemmata Pappi numeris in Graeco ab Hultschio positus citantur.

Dixi infra p. 293 et alibi, in V interdum rectangula rectasque descripta esse; quae figurae quid significant, hic exponam. explicandi uiam mihi monstrauit Hieronymus G. Zeuthen, uir de Apollonio optime meritus. primum igitur in II, 50 inueniuntur hae figurae\*):

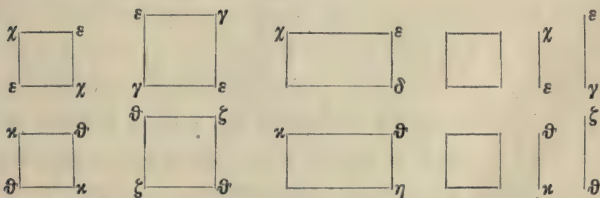


hoc est  $\varepsilon\chi^2 : \varepsilon\gamma^2 : \chi\varepsilon \times \varepsilon\delta =$   
 $\mu\kappa^2 : \eta\kappa^2 : \mu\kappa \times \kappa\theta,$

itaque  $\gamma\varepsilon : \varepsilon\chi : \varepsilon\delta =$   
 $\eta\kappa : \kappa\mu : \kappa\theta,$

quae est ratiocinatio Apollonii p. 292, 27—294, 9. ergo figuras illas aliquis adscripsit ad ratiocinationem Apollonii illustrandam oculisque subiiciendam.

eodem modo paullo infra:



\*) Ubi V mutilus est, figuras e v suppleui; c eadem fere habet

quae figurarum series ad p. 296, 17 sq. pertinet, sed tam mutila est, ut difficile sit dictu, quo modo ordinanda sit. nam in V sola secunda series rectangularum exstat, quorum unum litteris caret; reliqua e v petita sunt. omnia ordine decurrent, si quattuor illae rectae primo loco ponentur et pro duobus quadratis litteris carentibus describentur hae rectae

$$\begin{array}{ccc|ccc} \delta & & & \delta & & \\ \varepsilon & \chi & \varepsilon & \varepsilon & \chi & \\ \gamma & & & \gamma & & \end{array} \quad \text{uel} \quad \begin{array}{ccc|ccc} \eta & & & \eta & & \\ \varkappa & & & \varkappa & & \\ \vartheta & & & \vartheta & & \end{array}$$

tum enim habebimus: quoniam  $\chi\varepsilon : \gamma\varepsilon = \varkappa\vartheta : \vartheta\xi$ , erit  $\chi\varepsilon^2 : \varepsilon\gamma^2 : \chi\varepsilon \times \varepsilon\delta = \varkappa\vartheta^2 : \vartheta\xi^2 : \varkappa\vartheta \times \vartheta\eta$ ; quare  $\delta\varepsilon : \chi\varepsilon : \varepsilon\gamma = \eta\vartheta : \varkappa\vartheta : \xi\vartheta$  (uel  $\delta\varepsilon : \chi\varepsilon = \eta\vartheta : \varkappa\vartheta$ ).

Ad II, 51:

$$\begin{array}{c} \xi \\ \varepsilon \\ \eta \quad \eta \\ \gamma \quad \gamma \end{array} \quad \begin{array}{c} \xi \\ \lambda \quad \lambda \\ \varkappa \quad \varkappa \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varepsilon \quad \eta \\ \delta \quad \gamma \end{array} \quad \begin{array}{c} \eta \quad \gamma \\ \gamma \quad \eta \end{array} \quad \begin{array}{c} \xi \quad \lambda \\ \vartheta \quad \lambda \end{array} \quad \begin{array}{c} \varkappa \quad \lambda \\ \lambda \quad \varkappa \end{array}$$

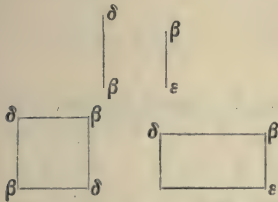
haec Vv, nisi quod V in  $\xi\lambda$  pro  $\lambda$  habet  $\varkappa$ . praeterea in ve post quattuor rectas adduntur hae

$\begin{array}{ccc|ccc} \eta & \eta & \lambda & \varkappa & & \\ \delta & \gamma & \vartheta & \lambda & & \end{array}$  (in  $\lambda\vartheta$  littera  $\vartheta$  in solo c servata est). has rectas si cum Zeuthenio ultimo loco ponemus, habebimus

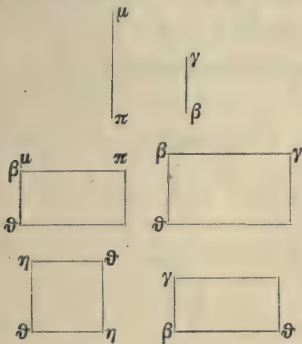
$\varepsilon\eta : \eta\gamma = \xi\lambda : \varkappa\lambda$  et  $\varepsilon\eta \times \eta\delta : \eta\gamma^2 = \xi\lambda \times \lambda\vartheta : \varkappa\lambda^2$ ;

quare  $\eta\delta : \eta\gamma = \lambda\vartheta : \kappa\lambda$ , h. e. demonstrationem ab Apollonio omissam, triangulos  $\kappa\vartheta\lambda$ ,  $\gamma\eta\delta$  similes esse, u. p. 304, 17—19 et conf. Pappi lemma VII.

III, 15:



haec series figurarum illustrat, quae habet Apollonius p. 344, 14—24. in codicibus Vvc hae sunt discrepantiae: ante primas rectas habet V



in quadrato  $\delta\beta^2$  inferius  $\beta$  hab. vc, om. V, pro inferiore  $\delta$  hab.  $\varepsilon$  Vvc; rectam  $\gamma\beta$  solus c habet; in rectangulo  $\beta\vartheta \times \mu\pi$  in latere inferiore add. litt.  $\eta - \vartheta$  Vvc; rectangulum  $\beta\gamma \times \beta\vartheta$  solus habet c; in quadrato  $\eta\vartheta^2$  omnes litteras om. V,

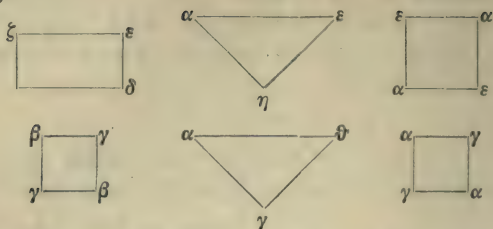
superiores  $\eta$ ,  $\vartheta$  vc; pro rectangulo  $\gamma\beta \times \beta\vartheta$ , quod omisit V, triangulum  $\gamma\beta\vartheta$  habent vc; deinde v solus addit



erroribus emendatis hoc efficitur:

$$\begin{aligned} \delta\beta : \beta\varepsilon &= \delta\beta^2 : \delta\beta \times \beta\varepsilon = \mu\pi : \gamma\beta \\ &= \mu\pi \times \beta\vartheta : \beta\gamma \times \beta\vartheta = \vartheta\eta^2 : \beta\gamma \times \beta\vartheta. \end{aligned}$$

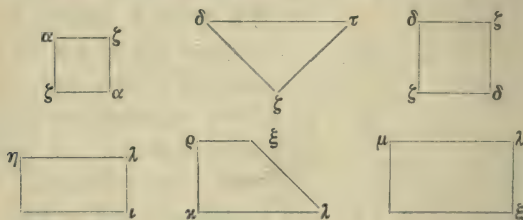
## III, 16:



hunc ordinem praebet c, in V binae figurae componuntur. in primo rectangulo  $\delta$  om. V; in priore triangulo  $\epsilon$  et  $\eta$  permutat c, in altero  $\gamma$  om. V; in quadrato  $\alpha\gamma^2$  litteras inferiores om. V,  $\alpha$  inferius c. illustrantur uerba Apollonii p. 350, 5 sq.

$$\zeta\epsilon \times \epsilon\delta : \alpha\epsilon\eta : \alpha\epsilon^2 = \gamma\beta^2 : \alpha\theta\gamma : \alpha\gamma^2.$$

## III, 19 (in extrema prop. 17 leguntur):

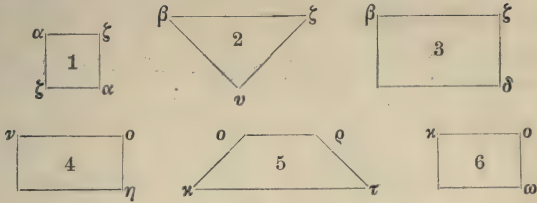


hanc seriem om. c, primas tres figuras hab. v, om. V; in  $\alpha\xi^2$  litteras inferiores om. v; in  $\eta\lambda \times \lambda\iota$  litteras  $\eta$ ,  $\lambda$  om. V,  $\mu$  et  $\alpha$  earum loco hab. v; in  $\rho\lambda\xi$  litt.  $\xi$  om. V, pro ea  $\zeta$  hab. v; in  $\mu\lambda \times \lambda\xi$  litt.  $\mu$ ,  $\lambda$  hab. v, om. V. illustratur, ut uidit Zeuthen, locus p. 358, 2 sq.

$$\alpha\xi^2 : \delta\tau\xi : \delta\xi^2 = \eta\lambda \times \lambda\iota : \rho\xi\lambda\xi : \mu\lambda \times \lambda\xi.$$



III, 21:

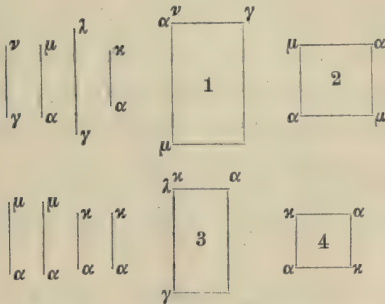


ordinem restituit Zeuthen; in e est  $\frac{1}{4} \frac{2}{5}$ , fig. 6 hab. v,

om. Vc. in fig. 1 pro inferiore  $\alpha$  litt.  $\delta$  hab. Vvc; in fig. 2  $\beta$  om. Vvc,  $\zeta$  om. Vv, hab. c; in fig. 3  $\delta$  om. V; in fig. 4 pro o hab.  $\vartheta$  v; in fig. 5 o hab. c,  $\vartheta$  v, om. V,  $\varrho$  om. V,  $\tau$  hab. c, om. Vv; in fig. 6  $\omega$  om. v, pro  $\kappa$ , o hab.  $\beta$ ,  $\vartheta$ . illustratur p. 362, 11 sq.

$$\alpha \zeta^2 : \beta \zeta v : \beta \zeta \times \zeta \delta = v o \times o \eta : \kappa o \varrho \tau : \kappa o \times o \omega.$$

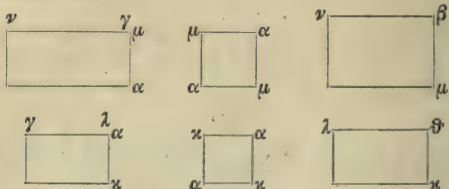
III, 54:



has om. c; in prima recta  $\kappa \alpha$  litt.  $\kappa$  om. V, hab. v; in fig. 2  $\alpha$ ,  $\mu$  ad partes dexteris om. V, hab. v; fig. 3 om. V,  $\alpha$  om. v, pro  $\gamma$  hab.  $\alpha$ . demonstratio

est proportionis p. 442, 12—13 ab Apollonio usurpatae; legenda enim

$\nu\gamma:\mu\alpha = \lambda\gamma:\kappa\alpha$  itaque  $\nu\gamma \times \mu\alpha:\mu\alpha^2 = \lambda\gamma \times \kappa\alpha:\kappa\alpha^2$ .  
 $\mu\alpha:\mu\alpha = \kappa\alpha:\kappa\alpha$



has om. c, posteriores tres om. V, hab.  $\nu$ ; in  $\nu\beta \times \beta\mu$  pro  $\mu$  hab.  $\nu$  uel  $\alpha$  V; in  $\lambda\theta\kappa$  pro  $\lambda$  litt.  $\alpha$  hab.  $\nu$ . legenda

$\nu\gamma \times \mu\alpha:\mu\alpha^2:\nu\beta \times \beta\mu = \gamma\lambda \times \alpha\kappa:\alpha\kappa^2:\lambda\theta \times \theta\kappa$ ,  
 quae illustrent uerba Apollonii p. 442, 14—15.

Praefandi finem faciam gratias quam maximas agens et praefectis bibliothecarum Parisiensis, cuius liberalitatem non semel expertus sum, et imperatoris Turcici, qui permisit, ut codex Constantinopolitanus hucusque peregrinaretur, et iis uiris, quibus intercedentibus mihi licuit codices illos Hauniam transmissos commode peruoluere, Christiano Bruun, bibliothecae regiae Hauniensis praefecto, et Petro A. F. S. Vedel, praeposito nostris cum populis externis rationibus.

Scr. Hauniae mense Octobri a. MDCCCXC.

I. L. Heiberg.

# APOLLONII CONICA.

---

## ΚΩΝΙΚΩΝ α'.

Ἀπολλώνιος Εὐδήμῳ χαίρειν.

Εἰ τῷ τε σώματι εὖ ἐπανάγεις καὶ τὰ ἄλλα κατὰ  
 γνώμην ἐστί σοι, καλῶς ἂν ἔχοι, μετρίως δὲ ἔχομεν  
 5 καὶ αὐτοί. καθ' ὃν δὲ καιρὸν ἤμην μετὰ σου ἐν  
 Περγάμῳ, ἐθεώρουν σε σπεύδοντα μετασχεῖν τῶν πε-  
 πραγμένων ἡμῖν κωνικῶν· πέπομφα οὖν σοι τὸ πρῶτον  
 βιβλίον διορθωσάμενος, τὰ δὲ λοιπά, ὅταν εὐαρεστή-  
 σωμεν, ἐξαποστελοῦμεν· οὐκ ἀμνημονεῖν γὰρ οἶομαί  
 10 σε παρ' ἐμοῦ ἀκηκοότα, διότι τὴν περὶ ταῦτα ἔφοδον  
 ἐποίησάμην ἀξιωθεὶς ὑπὸ Ναυκράτους τοῦ γεωμέτρου,  
 καθ' ὃν καιρὸν ἐσχόλαζε παρ' ἡμῖν παραγεννηθεὶς εἰς  
 Ἀλεξάνδρειαν, καὶ διότι πραγματεύσαντες αὐτὰ ἐν ὀκτώ  
 βιβλίοις ἐξ αὐτῆς μεταδεδώκαμεν αὐτὰ εἰς τὸ σπου-  
 15 δαιότερον διὰ τὸ πρὸς ἔκπλω αὐτὸν εἶναι οὐ διακαθά-  
 ραντες, ἀλλὰ πάντα τὰ ὑποπίπτοντα ἡμῖν θέντες ὡς  
 ἔσχατον ἐπελευσόμενοι. ὅθεν καιρὸν νῦν λαβόντες ἀεὶ  
 τὸ τυγχάνον διορθώσεως ἐκδίδομεν. καὶ ἐπεὶ συμ-  
 βέβηκε καὶ ἄλλους τινὰς τῶν συμμεμιχότων ἡμῖν  
 20 μετειληφέναι τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον βιβλίον πρὶν  
 ἢ διορθωθῆναι, μὴ θαυμάσης, ἔαν περιπίπτῃς αὐτοῖς  
 ἐτέρως ἔχουσιν. ἀπὸ δὲ τῶν ὀκτὼ βιβλίων τὰ πρῶτα

1. Ἀπολλωνίου Περγαίου κωνικῶν α' V. 8. εὐαρεστήσωμεν] in V est litterae ita coniunctae, ut similes fiant ετ. 15. διὰ — 16. τὰ] rep. mg. m. rec. V (15. εὐπλω) addito Ᾱ ἐξ ἀπογράφου



## CONICORUM LIBER I.

Apollonius Eudemo s.

Si corpore conualescis ceteraque tibi ex sententia sunt, bene est, equidem satis ualeo. quo autem tempore tecum Pergami eram, uidebam te cupidum esse conica a me elaborata cognoscendi. quare primum librum ad te misi, postquam eum emendaui, reliquos autem, quando iis contenti erimus, mittemus. neque enim credo, te oblitum esse, quod a me audisti, me ad haec adcessisse rogatu Naucratis geometrae, quo tempore Alexandriam profectus nobiscum degeret, nosque ea in octo libris elaborata statim festinantius paullo cum eo communicasse, quod in eo esset, ut discederet, ita ut ea non perpurgaremus, sed omnia, quae nobis in mentem uenirent, poneremus sperantes fore, ut postea perpoliremus. quare iam occasionem nacti, prout correctae sunt, ea edimus. et quoniam accidit, ut etiam alii quidam eorum, qui nobiscum uersati sunt, primum alterumque libros nacti sint, priusquam correcti essent, miratus ne sis, si in eos aliam habentes formam incideris. horum uero octo librorum quattuor priores ad institutionem elementarem

---

εἰκονικοῦ. γρ., quia magna ex parte euan.; sed quae dedimus, hab. cv. 15. ἐκπλουν cp, fort. recte. 16. ὡς — 17. ἐπελευσόμενοι] cv; euan. V., rep. mg. m. rec.

τέσσαρα πέπτωκεν εἰς ἀγωγὴν στοιχειώδη, περιέχει δὲ  
 τὸ μὲν πρῶτον τὰς γενέσεις τῶν τριῶν τομῶν καὶ τῶν  
 ἀντικειμένων καὶ τὰ ἐν αὐταῖς ἀρχικὰ συμπτώματα ἐπὶ  
 πλέον καὶ καθόλου μᾶλλον ἐξειργασμένα· παρὰ τὰ ὑπὸ  
 5 τῶν ἄλλων γεγραμμένα, τὸ δὲ δεύτερον τὰ περὶ τὰς  
 διαμέτρους καὶ τοὺς ἄξονας τῶν τομῶν συμβαίνοντα  
 καὶ τὰς ἀσυμπτώτους καὶ ἄλλα γενικὴν καὶ ἀναγκαίαν  
 χρεῖαν παρεχόμενα πρὸς τοὺς διορισμούς· τίνας δὲ  
 διαμέτρους καὶ τίνας ἄξονας καλῶ, εἰδήσεις ἐκ τούτου  
 10 τοῦ βιβλίου. τὸ δὲ τρίτον πολλὰ καὶ παράδοξα θεω-  
 ρήματα χρήσιμα πρὸς τε τὰς συνθέσεις τῶν στερεῶν  
 τόπων καὶ τοὺς διορισμούς, ὧν τὰ πλεῖστα καὶ κάλλιστα  
 ξένα, ἃ καὶ κατανοήσαντες συνείδομεν μὴ συντιθέμενον  
 ὑπὸ Εὐκλείδου τὸν ἐπὶ τρεῖς καὶ τέσσαρας γραμμὰς  
 15 τόπον, ἀλλὰ μόριον τὸ τυχὸν αὐτοῦ καὶ τοῦτο οὐκ  
 εὐτυχῶς· οὐ γὰρ ἦν δυνατὸν ἄνευ τῶν προσευρη-  
 μένων ἡμῖν τελειωθῆναι τὴν σύνθεσιν. τὸ δὲ τέταρτον,  
 ποσαχῶς αἱ τῶν κώνων τομαὶ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ τοῦ  
 κύκλου περιφερείᾳ συμβάλλουσι, καὶ ἄλλα ἐκ περισσοῦ,  
 20 ὧν οὐδέτερον ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν γέγραπται, κώνου  
 τομὴ ἢ κύκλου περιφέρεια κατὰ πόσα σημεῖα συμ-  
 βάλλουσι. τὰ δὲ λοιπὰ ἐστὶ περιουσιαστικώτερα· ἐστὶ  
 γὰρ τὸ μὲν περὶ ἐλαχίστων καὶ μεγίστων ἐπὶ πλέον,  
 τὸ δὲ περὶ ἴσων καὶ ὁμοίων κώνου τομῶν, τὸ δὲ περὶ  
 25 διοριστικῶν θεωρημάτων, τὸ δὲ προβλημάτων κωνικῶν  
 διωρισμένων. οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ πάντων ἐκδοθέντων  
 ἕξει τοῖς περιτυγχάνουσι κρίνειν αὐτά, ὡς ἂν αὐτῶν  
 ἕκαστος αἰρῆται. εὐτύχει.

1. πέπτωκεν] ep, πέπτωκε V. 5. τὰς] τοὺς V, corr. p.

9. καὶ] scripsi, ἢ V. 13. συνείδαμεν V (fort. recte; cfr. εἶπα); corr. v. 17. -ων ἡμῖν — τό] en; euan. V, rep. mg. m.

pertinent, continet autem primus origines trium sectionum oppositarumque et proprietates earum principales latius uniuersaliusque expositas, quam quae ceteri de iis scripserunt, alter, quae diametri axesque sectionum et asymptotae propria habent aliaque, quae usum generalem necessariumque ad determinationes praebent; quas autem diametros quosque axes adpellem, ex hoc libro comperies. tertius uero plurima et mira continet theoremata et ad compositionem locorum solidorum et ad determinationes utilia, quorum pleraque et pulcherrima noua sunt; quibus inuentis cognoui, locum ad tres et quattuor lineas minime ab Euclide componi, sed partem tantum fortuitam eius, et id quidem non optime; neque enim fieri potuit, ut compositio sine propositionibus a nobis adiectis perficeretur. quartus autem continet, quot modis sectiones conorum et inter se et cum ambitu circuli concurrant, et praeterea alia quaedam, quorum neutrum genus a prioribus tractatum est, in quot punctis sectio conici uel ambitus circuli concurrant [cum oppositis sectionibus]. reliqui autem libri ulterius progrediuntur. primus enim eorum de minimis et maximis latius tractat, secundus de conic sectionibus aequalibus et similibus, tertius de theorematibus ad determinationem pertinentibus, quartus problemata conica habet determinata. uerum enim uero omnibus editis iis, qui legent, licet, eos pro cuiusque uoluntate aestimare. uale.

---

rec. (add. γῆραι). 18. κώνων] cv; euan. V, rep. mg. m. rec.  
21. κατὰ] scr. ταῖς ἀντικειμέναις κατὰ; cfr. IV praef.

## Ὅροι πρώτοι.

Ἐὰν ἀπό τινος σημείου πρὸς κύκλου περιφέρειαν, ὅς οὐκ ἔστιν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ σημείῳ, εὐθεία ἐπιζευχθεῖσα ἐφ' ἐκάτερα προσεκβληθῆ, καὶ μένοντος  
 5 τοῦ σημείου ἢ εὐθεία περιενεχθεῖσα περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῆ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὴν γραφεῖσαν ὑπὸ τῆς εὐθείας ἐπιφάνειαν, ἢ σύγκειται ἐκ δύο ἐπιφανειῶν κατὰ κορυφὴν ἀλλήλαις κειμένων, ὧν ἐκάτερα εἰς ἄπειρον  
 10 αὖξεται τῆς γραφούσης εὐθείας εἰς ἄπειρον προσεκβαλλομένης, καλῶ κωνικὴν ἐπιφάνειαν, κορυφὴν δὲ αὐτῆς τὸ μεμενηκὸς σημεῖον, ἄξονα δὲ τὴν διὰ τοῦ σημείου καὶ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθείαν.

κῶνον δὲ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τοῦ κύκλου  
 15 καὶ τῆς μεταξὺ τῆς τε κορυφῆς καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας κωνικῆς ἐπιφανείας, κορυφὴν δὲ τοῦ κώνου τὸ σημεῖον, ὃ καὶ τῆς ἐπιφανείας ἐστὶ κορυφή, ἄξονα δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθείαν, βάσιν δὲ τὸν κύκλον.

20 τῶν δὲ κώνων ὀρθοὺς μὲν καλῶ τοὺς πρὸς ὀρθὰς ἔχοντας ταῖς βάσεσι τοὺς ἄξονας, σκαληνοὺς δὲ τοὺς μὴ πρὸς ὀρθὰς ἔχοντας ταῖς βάσεσι τοὺς ἄξονας.

πάσης καμπύλης γραμμῆς, ἣτις ἐστὶν ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ, διάμετρον μὲν καλῶ εὐθείαν, ἣτις ἠγμένη ἀπὸ  
 25 τῆς καμπύλης γραμμῆς πάσας τὰς ἀγομένας ἐν τῇ γραμμῇ εὐθείας εὐθεία τινὶ παραλλήλους δίχα διαιρεῖ, κορυφὴν δὲ τῆς γραμμῆς τὸ πέρασ τῆς εὐθείας τὸ πρὸς τῇ γραμμῇ, τεταγμένως δὲ ἐπὶ τὴν διάμετρον κατῆχθαι ἐκάστην τῶν παραλλήλων.

## Definitiones I.

1. Si a puncto aliquo ad ambitum circuli, qui in eodem plano, in quo punctum, positus non est, ducta recta in utramque partem producit, et manente puncto recta per ambitum circuli circumacta in eundem rursus locum restituitur, unde ferri coepta est, superficiem recta descriptam, ex duabus superficiebus ad uerticem inter se positis compositam, quarum utraque in infinitum crescit recta describente in infinitum producta, superficiem conicam adpello, uerticem autem eius punctum manens, axem autem rectam per punctum et centrum circuli ductam.

2. Conum autem figuram comprehensam circulo et superficie conica inter uerticem ambitumque circuli posita, uerticem autem conici punctum, quod idem est uertex superficiei, axem autem rectam a uertice ad centrum circuli ductam, basim autem circumulum.

3. Conorum uero rectos adpello, qui axes ad bases perpendiculares habent, obliquos autem, qui axes ad bases perpendiculares non habent.

4. Omnis lineae curuae, quae in uno plano posita est, diametrum adpello rectam, quae a linea curua ducta omnes rectas in linea illa rectae alicui parallelas ductas in binas partes aequales secat, uerticem autem lineae terminum huius rectae in linea, singulas autem rectas parallelas ad diametrum ordinate ductas esse.



ὁμοίως δὲ καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν ἐν ἐνὶ ἐπι-  
πέδῳ κειμένων διάμετρον καλῶν πλαγίαν μὲν, ἣτις  
εὐθεία τέμνουσα τὰς δύο γραμμὰς πάσας τὰς ἀγομένας  
ἐν ἑκατέρῳ τῶν γραμμῶν παρά τινα εὐθείαν δίχα  
5 τέμνει, κορυφὰς δὲ τῶν γραμμῶν τὰ πρὸς ταῖς γραμ-  
μαῖς πέρατα τῆς διαμέτρου, ὀρθίαν δέ, ἣτις κειμένη  
μεταξὺ τῶν δύο γραμμῶν πάσας τὰς ἀγομένας παρ-  
αλλήλους εὐθείας εὐθεία τινὶ καὶ ἀπολαμβανομένης  
μεταξὺ τῶν γραμμῶν δίχα τέμνει, τεταγμένως δὲ ἐπὶ  
10 τὴν διάμετρον κατῆχθαι ἐκάστην τῶν παραλλήλων.

συζυγεῖς καλῶν διαμέτρους [δύο] καμπύλης γραμμῆς  
καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν εὐθείας, ὧν ἑκατέρα διά-  
μετρος οὖσα τὰς τῆ ἑτέρας παραλλήλους δίχα διαιρεῖ.

ἄξονα δὲ καλῶν καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμ-  
15 πύλων γραμμῶν εὐθείαν, ἣτις διάμετρος οὖσα τῆς  
γραμμῆς ἢ τῶν γραμμῶν πρὸς ὀρθὰς τέμνει τὰς παρ-  
αλλήλους.

συζυγεῖς καλῶν ἄξονας καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο  
καμπύλων γραμμῶν εὐθείας, αἵτινες διάμετροι οὖσαι  
20 συζυγεῖς πρὸς ὀρθὰς τέμνουσι τὰς ἀλλήλων παραλλήλους.

α'.

Αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας ἀγόμε-  
ναι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ σημεῖα ἐν τῇ  
ἐπιφανείᾳ εἰσὶν.

25 ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἥς κορυφὴ τὸ *A* σημεῖον,  
καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας  
τὸ *B*, καὶ ἐπεξεύχθω τις εὐθεῖα ἢ *ΑΓΒ*. λέγω, ὅτι  
ἢ *ΑΓΒ* εὐθεῖα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστίν.

5. πρὸς] πρὸς' seq. lineola fortuita V. 6. ὀρθίαν] p; ὀρ-  
θείαν V, mg. m. rec. „ὀρθίαν ut infra“. 9. τέμνει] p, τέμνη V.  
11. δύο] om. Halley cum Comm. 21. α'] cv, om. V.

5. Similiter uero etiam duarum linearum curuarum in uno plano positarum diametrum transuersam adpello rectam, quae duas illas lineas secans omnes rectas in utraque linea rectae alicui parallelas ductas in binas partes aequales secat, uertices autem linearum terminos diametri in linea positos, rectam autem, quae inter duas lineas posita omnes rectas rectae alicui parallelas ductas et inter lineas abscisas in binas partes aequales secat, singulas autem parallelas ad diametrum ordinate ductas esse.

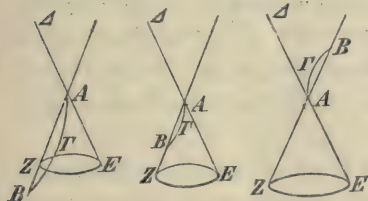
6. Coniugatas diametros adpello lineae curuae duarumque linearum curuarum rectas, quarum utraque diametrus est et rectas alteri parallelas in binas partes aequales secat.

7. Axem uero lineae curuae duarumque linearum curuarum rectam adpello, quae diametrus est lineae linearumue et parallelas ad angulos rectos secat.

8. Axes coniugatos adpello lineae curuae duarumque linearum curuarum rectas, quae diametri coniugatae sunt et altera alterius parallelas ad rectos angulos secant.

I.

Rectae a uertice superficiei conicae ad puncta superficiei ductae in superficie sunt.



sit superficies conica, cuius uertex sit  $A$  punctum, et sumatur in superficie conica punctum aliquod  $B$ , et

ducatur recta aliqua  $A\Gamma B$ . dico, rectam  $A\Gamma B$  in superficie esse.

εἰ γὰρ δυνατόν, μὴ ἔστω, καὶ ἔστω ἡ γεγραφυῖα τὴν ἐπιφάνειαν εὐθεῖα ἡ  $\Delta E$ , ὁ δὲ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ  $E\Delta$ , ὁ  $EZ$ . ἂν δὴ μένοντος τοῦ  $A$  σημείου ἡ  $\Delta E$  εὐθεῖα φέρηται κατὰ τῆς τοῦ  $EZ$  κύκλου περι-  
5 φερείας, ἥξει καὶ διὰ τοῦ  $B$  σημείου, καὶ ἔσται δύο εὐθειῶν τὰ αὐτὰ πέρατα· ὅπερ ἄτοπον.

οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $B$  ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα οὐκ ἔστιν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ· ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐστὶ.

10

### πόρισμα.

καὶ φανερόν, ὅτι, ἂν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τι σημεῖον τῶν ἐντὸς τῆς ἐπιφανείας ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ ἂν ἐπὶ τι τῶν ἐκτὸς ἐπιξεννυμένη, ἐκτὸς ἔσται τῆς ἐπιφανείας.

15

### β'.

Ἐὰν ἐφ' ὅποτερασοῦν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν δύο σημεῖα ληφθῆ, ἡ δὲ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα μὴ νεύῃ ἐπὶ τὴν κορυφὴν, ἐντὸς πεσεῖται τῆς ἐπιφανείας, ἡ δὲ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

20

ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἧς κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, ὁ δὲ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν γράφουσα εὐθεῖα, ὁ  $B\Gamma$ , καὶ εἰλήφθω ἐφ' ὅποτερασοῦν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν δύο σημεῖα τὰ  $\Delta$ ,  $E$ , καὶ ἐπιξεννυθεῖσα ἡ  $\Delta E$  μὴ νεύτω ἐπὶ τὸ  $A$  σημεῖον.

25

λέγω, ὅτι ἡ  $\Delta E$  ἐντὸς ἔσται τῆς ἐπιφανείας καὶ ἡ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $AE$ ,  $A\Delta$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν· πεσοῦνται δὴ ἐπὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν. πιπτέ-

2. καθ'] cv; κα- euan. V, rep. mg. m. rec. 10. πόρισμα] om. V.

nam si fieri potest, ne sit, et  $\Delta E$  sit recta superficiem describens, circulus autem, per quem fertur, sit  $EZ$ . itaque, si manente puncto  $A$  recta  $\Delta E$  per ambitum circuli  $EZ$  fertur, etiam per punctum  $B$  ueniet, et duae rectae eisdem terminos habebunt; quod fieri non potest.

ergo fieri non potest, ut recta ab  $A$  ad  $B$  ducta in superficie non sit. ergo est in superficie.

### Corollarium.

et manifestum est, si a uertice ad punctum aliquod eorum, quae intra superficiem sunt, recta ducatur, eam intra superficiem conicam casuram esse, et si ad aliquod eorum ducatur, quae extra sunt, extra superficiem casuram.

### II.

Si in utralibet superficie earum, quae ad uerticem inter se positae sunt, duo puncta sumuntur, et recta puncta illa coniungens ad uerticem non cadit, intra superficiem cadet, producta uero in directum extra.

sit superficies conica, cuius uertex sit  $A$ , circulus autem, per quem recta superficiem describens fertur, sit  $B\Gamma$ , et in utralibet superficie earum, quae ad uerticem sunt inter se, duo puncta sumantur  $\Delta$ ,  $E$ , et ducta  $\Delta E$  ne cadat ad punctum  $A$ . dico,  $\Delta E$  intra superficiem esse, productam autem in directum extra.

ducantur  $AE$ ,  $A\Delta$  et producantur; cadent igitur ad ambitum circuli [prop. I]. cadant in  $B$ ,  $\Gamma$ , et ducatur  $B\Gamma$ ;  $B\Gamma$  igitur intra circulum erit; quare etiam intra superficiem conicam. iam in  $\Delta E$  sumatur punctum aliquod  $Z$ , et ducta  $AZ$  producat; cadet igitur



τωσαν κατὰ τὰ Β, Γ, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΒΓ· ἔσται ἄρα  
 ἡ ΒΓ ἐντὸς τοῦ κύκλου· ὥστε καὶ τῆς κωνικῆς ἐπι-  
 φανείας. εἰλήφθω δὴ ἐπὶ τῆς ΔΕ τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ,  
 καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΖ ἐκβεβλήσθω. πεσεῖται δὴ ἐπὶ  
 5 τὴν ΒΓ εὐθεῖαν· τὸ γὰρ ΒΓΑ τρίγωνον ἐν ἐνὶ ἐστὶν  
 ἐπιπέδῳ. πιπτέτω κατὰ τὸ Η. ἐπεὶ οὖν τὸ Η ἐντὸς  
 ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ ἡ ΑΗ ἄρα ἐντὸς  
 ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας· ὥστε καὶ τὸ Ζ ἐντὸς ἐστὶ  
 τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι  
 10 καὶ πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ΔΕ σημεῖα ἐντὸς ἐστὶ τῆς ἐπι-  
 φανείας· ἡ ἄρα ΔΕ ἐντὸς ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας.

ἐκβεβλήσθω δὴ ἡ ΔΕ ἐπὶ τὸ Θ. λέγω δὴ, ὅτι  
 ἐκτὸς πεσεῖται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας. εἰ γὰρ δυνατόν,  
 ἔστω τι αὐτῆς τὸ Θ μὴ ἐκτὸς τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας,  
 15 καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΘ ἐκβεβλήσθω· πεσεῖται δὴ ἡ ἐπὶ  
 τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ἢ ἐντὸς· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνα-  
 τον· πίπτει γὰρ ἐπὶ τὴν ΒΓ ἐκβαλλομένην ὡς κατὰ  
 τὸ Κ. ἡ ΕΘ ἄρα ἐκτὸς ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας.

ἡ ἄρα ΔΕ ἐντὸς ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ  
 20 ἡ ἐπ' εὐθείας αὐτῆ ἐκτὸς.

γ'.

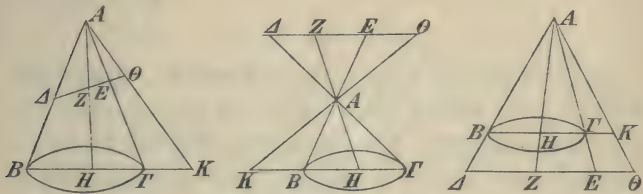
Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῆ διατῆς κορυφῆς, ἡ  
 τομὴ τρίγωνόν ἐστὶν.

ἔστω κῶνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις  
 25 δὲ ὁ ΒΓ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ διατῆ Α  
 σημείου, καὶ ποιείτω τομὰς ἐπὶ μὲν τῆς ἐπιφανείας  
 τὰς ΑΒ, ΑΓ γραμμὰς, ἐν δὲ τῇ βάσει τὴν ΒΓ εὐθεῖαν.  
 λέγω, ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνόν ἐστὶν.

1. ἄρα] εν; euan. V, rep. mg. m. rec. 16. περιφέφειαν V  
 (in alt. φ inc. fol. 3<sup>u</sup>), corr. m. rec. ἀδύνατον] εν, -τον  
 euan. V. 20. ἐκτός] ἐκτός:— V. 28. ΑΒΓ] p, ΑΓ V, corr. m. 2 v.



ad rectam  $B\Gamma$ ; triangulus enim  $B\Gamma A$  in uno plano positus est [Eucl. XI, 2]. cadat in  $H$ . iam quoniam  $H$  intra superficiem conicam est, etiam  $AH$  intra superficiem conicam est [prop. I coroll.]; quare etiam  $Z$  intra superficiem conicam est. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnia puncta rectae  $\Delta E$  intra superficiem esse; itaque  $\Delta E$  intra superficiem est.



iam  $\Delta E$  ad  $\Theta$  producat. dico, eam extra superficiem conicam cadere. nam si fieri potest, pars eius aliqua uelut  $\Theta$  extra superficiem conicam ne sit, et ducta  $A\Theta$  producat. cadet igitur aut in ambitum circuli aut intra [prop. I et coroll.]; quod fieri non potest. cadit enim in  $B\Gamma$  productam ut in  $K$ . itaque  $E\Theta$  extra superficiem est.

ergo  $\Delta E$  intra superficiem conicam est, producta autem in directum extra.

### III.

Si conus per uerticem plano secatur, sectio triangulus est.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , et secetur plano aliquo per  $A$  punctum, et hoc sectiones efficiat in superficie lineas  $AB$ ,  $A\Gamma$ , in basi autem rectam  $B\Gamma$ . dico,  $AB\Gamma$  triangulum esse.

ἐπεὶ γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $B$  ἐπιξεννυμένη  
κοινὴ τομὴ ἐστὶ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς τοῦ  
κῶνου ἐπιφανείας, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ  $AB$  ὁμοίως  
δὲ καὶ ἡ  $AG$ . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $BΓ$  εὐθεῖα. τρίγωνον  
5 ἄρα ἐστὶ τὸ  $ABΓ$ .

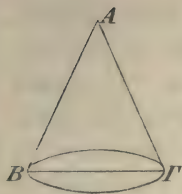
ἐὰν ἄρα κῶνος ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῆ διὰ τῆς κορυ-  
φῆς, ἡ τομὴ τρίγωνόν ἐστίν.

δ'.

Ἐὰν ὁποτεροαὖν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν  
10 ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῆ παραλλήλῳ τῷ κύκλῳ, καθ' οὗ  
φέρεται ἡ γράφουσα τὴν ἐπιφάνειαν εὐθεῖα, τὸ ἐναπο-  
λαμβανόμενον ἐπίπεδον μεταξὺ τῆς ἐπιφανείας κύκλος  
ἐστὶ τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος, τὸ δὲ περι-  
εχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἀπολαμβανο-  
15 μένης ὑπὸ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου κωνικῆς ἐπιφανείας  
πρὸς τῇ κορυφῇ κῶνος ἐστὶ.

ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἧς κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  ση-  
μεῖον, ὁ δὲ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν  
γράφουσα εὐθεῖα, ὁ  $BΓ$ , καὶ τετμησθῶ ἐπιπέδῳ τινὶ  
20 παραλλήλῳ τῷ  $BΓ$  κύκλῳ, καὶ ποιείτω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ  
τομὴν τὴν  $ΔE$  γραμμὴν. λέγω, ὅτι ἡ  $ΔE$  γραμμὴ  
κύκλος ἐστὶν ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἔχων τὸ κέντρον.

εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ  $BΓ$  κύκλου τὸ  $Z$ ,  
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $AZ$ . ἄξων ἄρα ἐστὶ καὶ συμβάλλει  
25 τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ. συμβαλλέτω κατὰ τὸ  $H$ , καὶ  
ἐκβεβλήσθω τι διὰ τῆς  $AZ$  ἐπίπεδον. ἐστὶ δὴ ἡ  
τομὴ τρίγωνον τὸ  $ABΓ$ . καὶ ἐπεὶ τὰ  $Δ, H, E$  σημεία  
ἐν τῷ τέμνοντι ἐστὶν ἐπιπέδῳ, ἐστὶ δὲ καὶ ἐν τῷ τοῦ



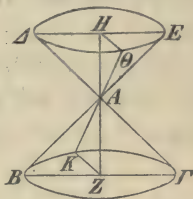
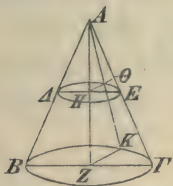
nam quoniam linea ab  $A$  ad  $B$  ducta communis est sectio plani secantis et superficiei conicae, recta est  $AB$ . et eadem de causa  $A\Gamma$ . uerum etiam  $B\Gamma$  recta est. itaque  $AB\Gamma$  triangulus est.

ergo si conus plano per uerticem secatur, sectio triangulus est.

IV.

Si utralibet superficies earum, quae ad uerticem sunt inter se, plano secatur aliquo ei circulo parallelo, per quem fertur recta superficiem describens, planum intra superficiem comprehensum circulus erit centrum in axe habens, figura autem a circulo et superficie conica plano secante abscisa ad uerticem comprehensa conus erit.

sit superficies conica, cuius uertex sit  $A$  punctum, circulus autem, per quem fertur recta superficiem



describens,  $B\Gamma$ , et secetur plano aliquo circulo  $B\Gamma$  parallelo, et hoc in superficie sectionem efficiat lineam  $\Delta E$ . dico, lineam  $\Delta E$  circulum esse centrum in axe habentem.

sumatur enim  $Z$  centrum circuli  $B\Gamma$ , et ducatur  $AZ$ . axis igitur est [def. 1] et cum plano secante

$ΑΒΓ$  ἐπιπέδῳ, εὐθεία ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΔΗΕ$ . εἰλήφθω  
 δὴ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $ΔΕ$  γραμμῆς τὸ  $Θ$ , καὶ ἐπι-  
 ζευχθεῖσα ἡ  $ΑΘ$  ἐκβεβλήσθω. συμβαλεῖ δὴ τῇ  $ΒΓ$   
 περιφερεία. συμβαλλέτω κατὰ τὸ  $Κ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν  
 5 αἱ  $ΗΘ$ ,  $ΖΚ$ . καὶ ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ  
 $ΔΕ$ ,  $ΒΓ$  ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνεται τοῦ  $ΑΒΓ$ , αἱ  
 κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσι· παράλληλος ἄρα  
 ἐστὶν ἡ  $ΔΕ$  τῇ  $ΒΓ$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ  $ΗΘ$  τῇ  
 $ΚΖ$  παράλληλος. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $ΖΑ$  πρὸς τὴν  $ΑΗ$ ,  
 10 οὕτως ἡ τε  $ΖΒ$  πρὸς  $ΔΗ$  καὶ ἡ  $ΖΓ$  πρὸς  $ΗΕ$  καὶ  
 ἡ  $ΖΚ$  πρὸς  $ΗΘ$ . καὶ εἰσὶν αἱ τρεῖς αἱ  $ΒΖ$ ,  $ΚΖ$ ,  $ΖΓ$   
 ἴσαι ἀλλήλαις· καὶ αἱ τρεῖς ἄρα αἱ  $ΔΗ$ ,  $ΗΘ$ ,  $ΗΕ$  ἴσαι  
 εἰσὶν ἀλλήλαις. ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ  
 ἀπὸ τοῦ  $Η$  σημείου πρὸς τὴν  $ΔΕ$  γραμμὴν προσ-  
 15 πίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ.

κύκλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΔΕ$  γραμμὴ τὸ κέντρον ἔχων  
 ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

καὶ φανερόν, ὅτι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε  
 τοῦ  $ΔΕ$  κύκλου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτοῦ  
 20 πρὸς τῷ  $Α$  σημείῳ κωνικῆς ἐπιφανείας κῶνός ἐστι.

καὶ συναποδέδεικται, ὅτι ἡ κοινὴ τομὴ τοῦ τέμνον-  
 τὸς ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου διά-  
 μετρος ἐστὶ τοῦ κύκλου.

ε'.

25 Ἐὰν κῶνος σκαληνὸς ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος  
 πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει, τμηθῇ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ  
 πρὸς ὀρθὰς μὲν τῷ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνῳ, ἀφαιροῦντι  
 δὲ πρὸς τῇ κορυφῇ τριγώνου ὅμοιον μὲν τῷ διὰ τοῦ

6. τέμνεται τοῦ] bis (in extr. et pr. fol.) V, corr. m. 1.

11. αἱ] (alt.) p, om. V, corr. m. 2 v. 20. τῷ  $Α$  σημείῳ]  
 sine causa rep. mg. m. rec. V.

concidit. concidat in  $H$ , et per  $AZ$  planum ducatur. sectio igitur  $AB\Gamma$  triangulus erit [prop. III]. et quoniam puncta  $A, H, E$  in plano secanti sunt, uerum etiam in plano  $AB\Gamma$ ,  $\angle HE$  recta est [Eucl. XI, 3]. sumatur igitur in linea  $\Delta E$  punctum aliquod  $\Theta$ , et ducta  $A\Theta$  producat. concidet igitur cum ambitu  $B\Gamma$ . concidat in  $K$ , et ducantur  $H\Theta, ZK$ . et quoniam duo plana parallela  $\Delta E, B\Gamma$  plano  $AB\Gamma$  secantur, communes eorum sectiones parallelae sunt [Eucl. XI, 16]. itaque  $\Delta E$  rectae  $B\Gamma$  parallela est. eadem de causa etiam  $H\Theta$  rectae  $KZ$  parallela est. itaque [Eucl. VI, 4]  $ZA : AH = ZB : \Delta H = Z\Gamma : HE = ZK : H\Theta$ . et  $BZ = KZ = Z\Gamma$ . quare etiam  $\Delta H = H\Theta = HE$  [Eucl. V, 9]. iam similiter demonstrabimus, etiam omnes rectas ab  $H$  puncto ad lineam  $\Delta E$  adcentes inter se aequales esse.

ergo linea  $\Delta E$  circulus est centrum in axe habens.

et manifestum est, figuram circulo  $\Delta E$  et superficie conica ab eo abscisa ad  $A$  punctum comprehensam conum esse.

et simul demonstratum est, sectionem communem plani secantis triangulique per axem positi diametrum circuli esse.

## V.

Si conus obliquus per axem plano ad basim perpendiculari secatur et simul alio plano secatur ad triangulum per axem positum perpendiculari, quod ad uerticem triangulum abscindat triangulo per axem posito similem, sed e contrario positum, sectio circulus erit; adpelletur autem talis sectio contraria.



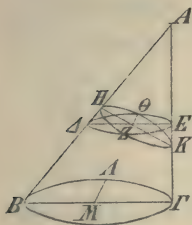
ἄξονος τριγώνῳ, ὑπεναντίως δὲ κείμενον, ἢ τομῇ κύκλος ἐστὶ, καλείσθω δὲ ἡ τοιαύτη τομῇ ὑπεναντία.

ἔστω κῶνος σκαληνός, οὗ κορυφή μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις δὲ ὁ  $BΓ$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ  
 5 διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ πρὸς τὸν  $BΓ$  κύκλον, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον. τετμήσθω δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὄντι τῷ  $ABΓ$  τριγώνῳ, ἀφαιροῦντι δὲ τρίγωνον πρὸς τῷ  $A$  σημείῳ τὸ  $AKH$  ὅμοιον μὲν τῷ  $ABΓ$  τριγώνῳ, ὑπεναντίως δὲ κείμενον, τουτέστιν  
 10 ὥστε ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ  $AKH$  γωνίαν τῇ ὑπὸ  $ABΓ$ . καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν  $HΘK$  γραμμὴν. λέγω, ὅτι κύκλος ἐστὶν ἡ  $HΘK$  γραμμὴ.

εἰλήφθω γάρ τινα σημεῖα ἐπὶ τῶν  $HΘK$ ,  $BΓ$  γραμμῶν τὰ  $Θ$ ,  $Λ$ , καὶ ἀπὸ τῶν  $Θ$ ,  $Λ$  σημείων ἐπὶ τὸ διὰ  
 15 τοῦ  $ABΓ$  τριγώνου ἐπίπεδον κάθετοι ἤχθωσαν· πεσοῦνται δὲ ἐπὶ τὰς κοινὰς τομὰς τῶν ἐπιπέδων. πιπτέτωσαν ὡς αἱ  $ZΘ$ ,  $ΛM$ . παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $ZΘ$  τῇ  $ΛM$ . ἤχθω δὲ διὰ τοῦ  $Z$  τῇ  $BΓ$  παράλληλος ἡ  $ΔZE$ · ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $ZΘ$  τῇ  $ΛM$  παράλληλος· τὸ  
 20 ἄρα διὰ τῶν  $ZΘ$ ,  $ΔE$  ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῇ βάσει τοῦ κώνου. κύκλος ἄρα ἐστὶν, οὗ διάμετρος ἡ  $ΔE$ . ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν  $ΔZ$ ,  $ZE$  τῷ ἀπὸ τῆς  $ZΘ$ . καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστὶν ἡ  $EΔ$  τῇ  $BΓ$ , ἡ ὑπὸ  $ΔΔE$  γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ  $ABΓ$ . ἡ δὲ ὑπὸ  $AKH$  τῇ  
 25 ὑπὸ  $ABΓ$  ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ  $AKH$  ἄρα τῇ ὑπὸ  $ΔΔE$  ἐστὶν ἴση. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τῷ  $Z$  σημείῳ ἴσαι [κατὰ κορυφήν]. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ΔZH$  τρίγωνον τῷ  $KZE$  τριγώνῳ· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $ZK$ , οὕτως ἡ  $HZ$  πρὸς  $ZΔ$ . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν

6. δῆ] δέ Eutocius. 8.  $AKH$ ]  $p$ ,  $KH$   $V$ . 27. κατὰ κορυφήν] deleo; κατὰ κορυφήν γάρ  $p$ , in. ras. m. 2 v.

sit conus obliquus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , et per axem secetur plano ad circulum  $B\Gamma$  perpendiculari, et hoc sectionem efficiat triangulum  $AB\Gamma$  [prop. III]. iam etiam alio plano secetur ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendiculari, quod ad  $A$  punctum abscindat triangulum  $AKH$  similem triangulo  $AB\Gamma$ , sed e contrario positum, h. e. ita ut sit



$$\sphericalangle AKH = \sphericalangle AB\Gamma.$$

et in superficie efficiat sectionem lineam  $H\Theta K$ . dico, lineam  $H\Theta K$  circulum esse.

sumantur enim in lineis  $H\Theta K, B\Gamma$  puncta aliqua  $\Theta, \Delta$ , et a punctis  $\Theta, \Delta$  ad planum trianguli  $AB\Gamma$  perpendicularares ducantur; cadent igitur ad communes sectiones planorum [Eucl. XI def. 6]. cadant ut  $Z\Theta, \Delta M$ . itaque  $Z\Theta, \Delta M$  parallelae sunt [Eucl. XI, 6]. ducatur igitur per  $Z$  rectae  $B\Gamma$  parallela  $\Delta ZE$ . uerum etiam  $Z\Theta$  rectae  $\Delta M$  parallela est. itaque planum rectarum  $Z\Theta, \Delta E$  basi conii parallelum est [Eucl. XI, 15]. quare circulus est, cuius diametrus est  $\Delta E$  [prop. IV]. itaque est [Eucl. VI, 8]  $\Delta Z \times ZE = Z\Theta^2$ . et quoniam  $E\Delta, B\Gamma$  parallelae sunt, erit  $\sphericalangle \Delta \Delta E = \sphericalangle AB\Gamma$  [Eucl. I, 29]. uerum supposuimus, esse  $\sphericalangle AKH = \sphericalangle AB\Gamma$ ; quare etiam  $\sphericalangle AKH = \sphericalangle \Delta \Delta E$ . uerum etiam anguli ad  $Z$  punctum positi aequales sunt [Eucl. I, 15]. itaque  $\Delta ZH \sim KZE$ . quare [Eucl. VI, 4]

$$EZ : ZK = HZ : Z\Delta.$$

itaque  $EZ \times Z\Delta = KZ \times ZH$  [Eucl. VI, 17].

$EZ\Delta$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $KZH$ . ἀλλὰ τῷ ὑπὸ τῶν  $EZ\Delta$  ἴσον ἐδείχθη τὸ ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$ · καὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $KZ, ZH$  ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$ . ὁμοίως δὴ δειχθήσονται καὶ πᾶσαι αἱ ἀπὸ τῆς  $H\Theta K$  γραμμῆς  
 5 ἐπὶ τὴν  $HK$  ἡγμέναι κάθετοι ἴσον δυνάμεναι τῷ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς  $HK$ .

κύκλος ἄρα ἐστὶν ἡ τομὴ, οὗ διάμετρος ἡ  $HK$ .

ε'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ληφθῆ  
 10 δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, ὃ μὴ ἐστὶν ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀχθῆ παράλληλος εὐθεία τινί, ἣ ἐστὶ κάθετος ἀπὸ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν βάσιν τοῦ τριγώνου, συμβαλεῖ τῷ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνῳ  
 15 καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς ἐπιφανείας δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ τριγώνου.

ἔστω κῶνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω κοινὴν τομὴν τὸ  $AB\Gamma$  τρι-  
 20 γωνον, καὶ ἀπὸ τίνος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς  $B\Gamma$  περιφερείας τοῦ  $M$  κάθετος ἦχθω ἐπὶ τὴν  $B\Gamma$  ἢ  $MN$ . εἰλήφθω δὴ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου σημεῖόν τι τὸ  $\Delta$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Delta$  τῆ  $MN$  παράλληλος ἦχθω ἡ  $\Delta E$ . λέγω, ὅτι ἡ  $\Delta E$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῷ ἐπιπέδῳ  
 25 τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου καὶ προσεκβαλλομένη ἐπὶ τὸ ἕτερον μέρος τοῦ κώνου, ἄχρις ἂν συμπέσῃ τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου.

1. ἐστί — 2. ἴσον] om. V, corr. p ( $KZ, ZH$  et  $EZ, Z\Delta$ ). 2.  $Z\Theta$ ]  $E\Theta$  V; corr. p. 5.  $HK$ ] p,  $H\Gamma$  V, corr. m. 2 v. 12. εὐθεία] rep. mg. m. rec. V. 14. συμβαλεῖ V, sed corr.

demonstrauimus autem, esse  $EZ \times Z\Delta = Z\Theta^2$ . quare etiam  $KZ \times ZH = Z\Theta^2$ .

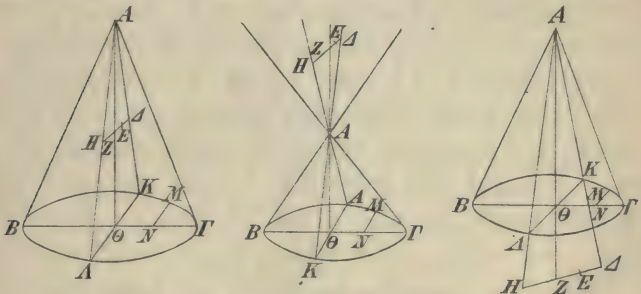
iam similiter demonstrabimus, etiam omnes rectas a linea  $H\Theta K$  ad  $HK$  perpendiculares ductas quadratas aequales esse rectangulo partium rectae  $HK$ .

ergo sectio circulus est, cuius diametrus est  $HK$ .

VI.

Si conus plano per axem secatur, et in superficie conici punctum aliquod sumitur, quod in latere trianguli per axem positi non est, et ab eo recta ducitur parallela rectae ab ambitu circuli ad basim trianguli perpendiculari, ea cum triangulo per axem posito concurrent et usque ad alteram partem superficiei producta a triangulo in duas partes aequales secabitur.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem  $B\Gamma$  circulus, et secetur conus plano per axem, et hoc communem sectionem efficiat  $AB\Gamma$  triangulum, et a



puncto  $M$  ambitus  $B\Gamma$  ad  $B\Gamma$  perpendicularis ducatur  $MN$ . iam in superficie conici punctum aliquod sumatur  $\Delta$ , et per  $\Delta$  rectae  $MN$  parallela ducatur  $\Delta E$ . dico, rectam  $\Delta E$  productam cum plano trianguli  $AB\Gamma$



ἐπεξεύχθω ἡ  $ΑΔ$  καὶ ἐκβεβλήσθω· συμπεσεῖται ἄρα  
 τῇ περιφερείᾳ τοῦ  $ΒΓ$  κύκλου. συμπιπτεύω κατὰ τὸ  $K$ ,  
 καὶ ἀπὸ τοῦ  $K$  ἐπὶ τὴν  $ΒΓ$  κάθετος ἤχθω ἡ  $KΘΑ$ .  
 παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $KΘ$  τῇ  $MN$ . καὶ τῇ  $ΔΕ$  ἄρα.  
 5 ἐπεξεύχθω ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $Θ$  ἡ  $AΘ$ . ἐπεὶ οὖν ἐν  
 τριγώνῳ τῷ  $AΘK$  τῇ  $ΘK$  παράλληλός ἐστὶν ἡ  $ΔΕ$ ,  
 ἡ  $ΔΕ$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ  $AΘ$ . ἡ δὲ  $AΘ$   
 ἐν τῷ τοῦ  $ΑΒΓ$  ἐστὶν ἐπιπέδῳ· συμπεσεῖται ἄρα ἡ  $ΔΕ$   
 τῷ τοῦ  $ΑΒΓ$  τριγώνου ἐπιπέδῳ. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ τῇ  
 10  $AΘ$  συμπίπτει· συμπιπτεύω κατὰ τὸ  $Z$ , καὶ ἐκβεβλήσθω  
 ἡ  $ΔZ$  ἐπ' εὐθείας, ἄχρῃς ἂν συμπέσῃ τῇ τοῦ κώνου  
 ἐπιφανείᾳ. συμπιπτεύω κατὰ τὸ  $H$ . λέγω, ὅτι ἴση  
 ἐστὶν ἡ  $ΔZ$  τῇ  $ZH$ .

ἐπεὶ γὰρ τὰ  $A, H, Δ$  σημεῖα ἐν τῇ τοῦ κώνου  
 15 ἐστὶν ἐπιφανείᾳ, ἀλλὰ καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τῷ διὰ τῶν  
 $AΘ, AK, ΔH, KA$  ἐκβαλλομένῳ, ὅπερ διὰ τῆς κορυφῆς  
 τοῦ κώνου τρίγωνόν ἐστι, τὰ  $A, H, Δ$  ἄρα σημεῖα ἐπὶ  
 τῆς κοινῆς ἐστὶ τομῆς τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας καὶ  
 τοῦ τριγώνου. εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν  $A, H, Δ$ .  
 20 ἐπεὶ οὖν ἐν τριγώνῳ τῷ  $ΑΔK$  τῇ  $KΘΑ$  βάσει παρ-  
 ἀλληλος ἦκται ἡ  $ΔH$ , καὶ διῆκται τις ἀπὸ τοῦ  $A$  ἡ  
 $ΔZΘ$ , ἐστὶν ὡς ἡ  $KΘ$  πρὸς  $ΘΑ$ , ἡ  $ΔZ$  πρὸς  $ZH$ .  
 ἴση δὲ ἡ  $KΘ$  τῇ  $ΘΑ$ , ἐπεὶπερ ἐν κύκλῳ τῷ  $ΒΓ$  κάθ-  
 ετός ἐστὶν ἐπὶ τὴν διάμετρον ἡ  $KA$ . ἴση ἄρα καὶ  
 25 ἡ  $ΔZ$  τῇ  $ZH$ .

ξ'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῇ  
 δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν  
 ἡ βάσις τοῦ κώνου, κατ' εὐθεῖαν πρὸς ὀρθὰς οὔσαν

21. ἀπὸ τοῦ] cp, ἀποῦ V.

23. ἐν] ἐκ V; corr. p.

concurrere et ad alteram partem conici productam, donec cum superficie eius concurrat, a plano trianguli  $AB\Gamma$  in duas partes aequales secari.

ducatur  $AA$  et producat; concurrent igitur cum ambitu circuli  $B\Gamma$  [prop. I]. concurrat in  $K$ , et a  $K$  ad  $B\Gamma$  perpendicularis ducatur  $K\Theta A$ ; itaque  $K\Theta$  rectae  $MN$  parallela est [Eucl. I, 28]; quare etiam rectae  $\Delta E$  [Eucl. XI, 9]. ducatur ab  $A$  ad  $\Theta$  recta  $A\Theta$ . iam quoniam in triangulo  $A\Theta K$  rectae  $\Theta K$  parallela est  $\Delta E$ ,  $\Delta E$  producta cum  $A\Theta$  concurrent [Eucl. VI, 2]. uerum  $A\Theta$  in plano trianguli  $AB\Gamma$  posita est. itaque  $\Delta E$  cum plano trianguli  $AB\Gamma$  concurrent.

simul demonstrauius, eam etiam cum  $A\Theta$  concurrere. concurrat in  $Z$ , et  $\Delta Z$  in directum producat, donec cum superficie conici concurrat. concurrat in  $H$ . dico, esse  $\Delta Z = ZH$ .

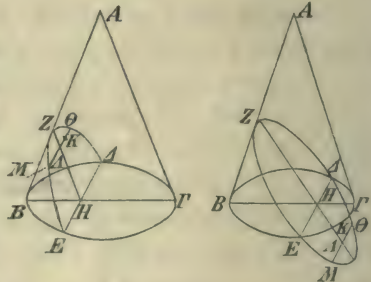
nam quoniam puncta  $A, H, A$  in superficie conici sunt, uerum etiam in plano per  $A\Theta, AK, \Delta H, KA$  ducto, quod triangulus est per uerticem conici [prop. III], puncta  $A, H, A$  in communi sectione superficie conici triangulique sunt. itaque linea per  $A, H, A$  ducta recta est. iam quoniam in triangulo  $AAK$  basi  $K\Theta A$  parallela ducta est  $\Delta H$ , et ab  $A$  producta est  $AZ\Theta$ , erit  $K\Theta : \Theta A = \Delta Z : ZH$ . est autem  $K\Theta = \Theta A$ , quoniam in circulo  $B\Gamma$  ad diametrum perpendicularis est  $KA$  [Eucl. III, 3]. ergo etiam  $\Delta Z = ZH$ .

## VII.

Si conus per axem plano secatur et alio quoque plano secatur, quod id planum, in quo est basis conici, secundum rectam secat aut ad basim trianguli per

ἦτοι τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου ἢ τῇ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ, αἱ ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἀπὸ τῆς γενηθείσης τομῆς ἐν τῇ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ, ἣν ἐποίησε τὸ τέμνον ἐπίπεδον, παράλληλοι τῇ πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει τοῦ  
 5 τριγώνου εὐθείᾳ ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν πεσοῦνται τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου καὶ προσεκβαλλόμεναι ἕως τοῦ ἐτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τμηθῆσονται ὑπ' αὐτῆς, καὶ ἐὰν μὲν ὀρθὸς ᾖ ὁ κώνος, ἢ ἐν τῇ βάσει εὐθεῖα πρὸς ὀρθὰς ἔσται τῇ  
 10 κοινῇ τομῇ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἐὰν δὲ σκαληνός, οὐκ αἰεὶ πρὸς ὀρθὰς ἔσται, ἀλλ' ὅταν τὸ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῇ βάσει τοῦ κώνου.

ἔστω κώνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις  
 15 δὲ ὁ  $BΓ$  κύκλος, καὶ τετμησθῶ ἐπίπεδον διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον. τετμησθῶ δὲ καὶ ἐτέρω ἐπιπέδον τέμνοντι τὸ  
 20 ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν ὁ  $BΓ$  κύκλος, κατ' εὐθεῖαν τὴν  $ΔΕ$  ἢτοι πρὸς ὀρθὰς οὕσαν τῇ  $BΓ$  ἢ τῇ ἐπ' εὐθείας  
 25 αὐτῇ, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τὴν  $ΔΖΕ$ . κοινὴ δὲ τομὴ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ  $ABΓ$  τριγώνου ἢ  $ZH$ . καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $ΔΖΕ$

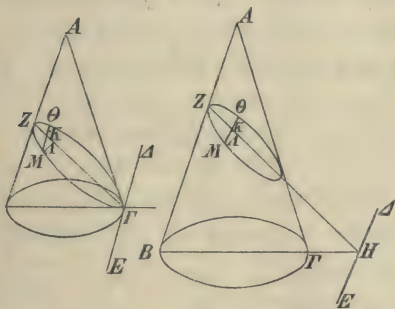


1. τοῦ] τῇ V; corr. p.  
 27. δῆ] scripsi; δέ V.

22. ἦτοι] ἦτ V, ἦτοι mg. m. rec.

axem positi aut ad eandem productam perpendiculararem, rectae a sectione in superficie conii orta, quam planum secans effecit, parallelae ductae rectae ad basim trianguli perpendicularari cadent in communem sectionem plani secantis triangulique per axem positi et ad alteram partem sectionis productae in binas partes aequales ab ea secabuntur, et si conus rectus est, recta in basi posita perpendiculararis erit ad communem sectionem plani secantis triangulique per axem positi, sin obliquus est, non semper perpendiculararis erit, sed ita tantum, si planum per axem ductum ad basim conii perpendicularare est.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem  $B\Gamma$  circulus, et plano per axem secetur, et hoc sectionem faciat triangulum  $AB\Gamma$ . secetur autem etiam



alio plano, quod planum, in quo est circulus  $B\Gamma$ , secundum rectam  $AE$  secat aut ad  $B\Gamma$  aut ad eandem productam perpendiculararem, et hoc in superficie conii sectionem efficiat  $\Delta ZE$ ;

communis igitur sectio plani secantis triangulique  $AB\Gamma$  est  $ZH$ . et sumatur in sectione  $\Delta ZE$  punctum aliquod  $\Theta$ , ducaturque per  $\Theta$  rectae  $AE$  parallela  $\Theta K$ . dico,  $\Theta K$  cum recta  $ZH$  concurrere et ad alteram partem sectionis  $\Delta ZE$  productam a recta  $ZH$  in duas partes aequales secari.



τομῆς τὸ  $\Theta$ , καὶ ἤχθω διὰ τοῦ  $\Theta$  τῆ  $\Delta E$  παράλληλος ἢ  $\Theta K$ . λέγω, ὅτι ἡ  $\Theta K$  συμβαλεῖ τῆ  $ZH$  καὶ ἐκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς  $\Delta ZE$  τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς  $ZH$  εὐθείας.

- 5 ἐπεὶ γὰρ κῶνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, τέτμηται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιεῖ τομὴν τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον, εἴληπται δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, ὃ μὴ ἐστὶν ἐπὶ πλευρᾶς τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου, τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐστὶ κάθετος ἢ  $\Delta H$
- 10 ἐπὶ τὴν  $B\Gamma$ , ἢ ἄρα διὰ τοῦ  $\Theta$  τῆ  $\Delta H$  παράλληλος ἀγομένη, τουτέστιν ἢ  $\Theta K$ , συμβαλεῖ τῷ  $AB\Gamma$  τριγώνῳ καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς ἐπιφανείας δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ τριγώνου. ἐπεὶ οὖν ἢ διὰ τοῦ  $\Theta$  τῆ  $\Delta E$  παράλληλος ἀγομένη συμβάλλει
- 15 τῷ  $AB\Gamma$  τριγώνῳ καὶ ἐστὶν ἐν τῷ διὰ τῆς  $\Delta ZE$  τομῆς ἐπιπέδῳ, ἐπὶ τὴν κοινὴν ἄρα τομὴν πεσεῖται τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου. κοινὴ δὲ τομὴ ἐστὶ τῶν ἐπιπέδων ἢ  $ZH$ . ἢ ἄρα διὰ τοῦ  $\Theta$  τῆ  $\Delta E$  παράλληλος ἀγομένη πεσεῖται ἐπὶ τὴν  $ZH$ .
- 20 καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς  $\Delta ZE$  τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς  $ZH$  εὐθείας.

ἦτοι δὴ ὁ κῶνος ὀρθός ἐστὶν, ἢ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ  $AB\Gamma$  ὀρθόν ἐστὶ πρὸς τὸν  $B\Gamma$  κύκλον, ἢ οὐδέτερον.

- 25 ἔστω πρότερον ὁ κῶνος ὀρθός· εἴη ἂν οὖν καὶ τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον ὀρθὸν πρὸς τὸν  $B\Gamma$  κύκλον. ἐπεὶ οὖν ἐπίπεδον τὸ  $AB\Gamma$  πρὸς ἐπίπεδον τὸ  $B\Gamma$  ὀρθόν ἐστὶ, καὶ τῆ κοινῆ αὐτῶν τομῆ τῆ  $B\Gamma$  ἐν ἐνὶ τῶν ἐπιπέδων τῷ  $B\Gamma$  πρὸς ὀρθᾶς ἦκται ἢ  $\Delta E$ , ἢ  $\Delta E$  ἄρα τῷ  $AB\Gamma$
- 30 τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθᾶς· καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἀπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ  $AB\Gamma$



nam quoniam conus, cuius uertex est  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , plano per axem secatur, et hoc sectionem efficit triangulum  $AB\Gamma$ , in superficie autem sumptum est punctum  $\Theta$ , quod in latere trianguli  $AB\Gamma$  non est, et  $\Delta H$  ad  $B\Gamma$  perpendicularis est, recta per  $\Theta$  rectae  $\Delta H$  parallela ducta, hoc est  $\Theta K$ , cum triangulo  $AB\Gamma$  concurreret et ad alteram partem superficiei producta a triangulo in duas partes aequales secabatur [prop. VI]. iam quoniam recta per  $\Theta$  rectae  $\Delta E$  parallela ducta cum triangulo  $AB\Gamma$  concurreret et in plano sectionis  $\Delta ZE$  est, in communem sectionem plani secantis triangulique  $AB\Gamma$  cadet. communis autem planorum sectio est  $ZH$ ; itaque recta per  $\Theta$  rectae  $\Delta E$  parallela ducta in  $ZH$  cadet; et ad alteram partem sectionis  $\Delta ZE$  producta a recta  $ZH$  in duas partes aequales secabatur.

iam igitur aut rectus est conus, aut triangulus  $AB\Gamma$  per axem positus ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis est, aut neutrum.

prius conus rectus sit. itaque etiam triangulus  $AB\Gamma$  ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis est [def. 3; Eucl. XI, 18]. quoniam igitur planum  $AB\Gamma$  ad planum  $B\Gamma$  perpendicularare est, et in plano altero  $B\Gamma$  ad communem eorum sectionem  $B\Gamma$  perpendicularis ducta est  $\Delta E$ ,  $\Delta E$  ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendicularis est [Eucl. XI def. 4]. quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in triangulo  $AB\Gamma$  positas perpendicularis est [Eucl. XI def. 3]. ergo etiam ad  $ZH$  perpendicularis est.

τριγώνω ὀρθή ἐστίν. ὥστε καὶ πρὸς τὴν  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς.

μὴ ἔστω δὴ ὁ κῶνος ὀρθός. εἰ μὲν οὖν τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ὀρθὸν ἐστὶ πρὸς τὸν  $BΓ$  κύκλον, 5 ὁμοίως δεῖξομεν, ὅτι καὶ ἡ  $\Delta E$  τῇ  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. μὴ ἔστω δὴ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ  $ABΓ$  ὀρθὸν πρὸς τὸν  $BΓ$  κύκλον. λέγω, ὅτι οὐδὲ ἡ  $\Delta E$  τῇ  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔστω· ἔστι δὲ καὶ τῇ  $BΓ$  πρὸς ὀρθάς· ἡ ἄρα  $\Delta E$  ἑκατέρα τῶν 10  $BΓ$ ,  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ τῷ διὰ τῶν  $BΓ$ ,  $ZH$  ἐπιπέδῳ ἄρα πρὸς ὀρθάς ἐστὶ. τὸ δὲ διὰ τῶν  $BΓ$ ,  $HZ$  ἐπίπεδόν ἐστὶ τὸ  $ABΓ$ · καὶ ἡ  $\Delta E$  ἄρα τῷ  $ABΓ$  τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ πάντα ἄρα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα τῷ  $ABΓ$  τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. ἐν δέ τι 15 τῶν διὰ τῆς  $\Delta E$  ἐπιπέδων ἐστὶν ὁ  $BΓ$  κύκλος· ὁ  $BΓ$ , ἄρα κύκλος πρὸς ὀρθάς ἐστὶ τῷ  $ABΓ$  τριγώνῳ. ὥστε καὶ τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον ὀρθὸν ἐστὶ πρὸς τὸν  $BΓ$  κύκλον· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ἡ  $\Delta E$  τῇ  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς.

20 πόρισμα.

ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι τῆς  $\Delta ZE$  τομῆς διά- μετρος ἐστὶν ἡ  $ZH$ , ἐπεὶπερ τὰς ἀγομένας παραλλήλους εὐθείας τινὲ τῇ  $\Delta E$  δίχα τέμνει, καὶ ὅτι δυνατὸν ἐστὶν 25 ὑπὸ τῆς διαμέτρου τῆς  $ZH$  παραλλήλους τινὰς δίχα τέμνεσθαι καὶ μὴ πρὸς ὀρθάς.

η'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ δια τοῦ ἄξονος, τμηθῇ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κῶνου

1. ὥστε] ὡστ V. 3. τό] bis V in extr. et init. pag.; corr. cyp. 16. ὥστε] ὡστ V, ὥστε mg. m. rec. 20. πόρισμα] p, om. V.

ne sit igitur rectus conus. iam si triangulus per axem positus ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis est, eodem modo demonstrabimus, etiam  $\triangle E$  ad  $ZH$  perpendiculararem esse. ne sit igitur triangulus per axem positus  $AB\Gamma$  ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis. dico, ne  $\triangle E$  quidem ad  $ZH$  perpendiculararem esse. nam si fieri potest, sit. uerum etiam ad  $B\Gamma$  perpendicularis est.  $\triangle E$  igitur ad utramque  $B\Gamma$ ,  $ZH$  perpendicularis est; quare etiam ad planum per  $B\Gamma$ ,  $ZH$  ductum perpendicularis erit [Eucl. XI, 4]. planum autem rectarum  $B\Gamma$ ,  $HZ$  est  $AB\Gamma$ ; quare  $\triangle E$  etiam ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendicularis est. itaque etiam omnia plana per eam ducta ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendicularia sunt [Eucl. XI, 18]. uerum inter plana per  $\triangle E$  ducta est circulus  $B\Gamma$ ; quare circulus  $B\Gamma$  ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendicularis est. itaque etiam triangulus  $AB\Gamma$  ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis erit; quod contra hypothesim est. ergo  $\triangle E$  ad  $ZH$  perpendicularis non est.

### Corollarium.

hinc manifestum est,  $ZH$  diametrum esse sectionis  $\triangle ZE$  [def. 4], quoniam rectas rectae alicui  $\triangle E$  parallelas ductas in binas partes aequales secat, et fieri posse, ut parallelae a diametro  $ZH$  in binas partes aequales secantur, etiam si ad angulos rectos non fiat.

### VIII.

Si conus per axem plano secatur et alio quoque plano secatur, quod basim conici secundum rectam secat ad basim trianguli per axem positi perpendiculararem,

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὔσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἡ δὲ διάμετρος τῆς γινομένης ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομῆς ἦτοι παρὰ μίαν ἢ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν ἢ συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ  
 5 κώνου, προσεκβάλληται δὲ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ τομὴ εἰς ἄπειρον ἀνέξηθήσεται, καὶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς πρὸς τῇ κορυφῇ πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπολήψεται τις εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς  
 10 παρὰ τὴν ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθεῖαν.

ἔστω κώνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις δὲ ὁ  $BΓ$  κύκλος, καὶ τετμησθῶ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $ΑΒΓ$  τρίγωνον· τετμησθῶ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸν  $BΓ$  κύκλον κατ'  
 15 εὐθείαν τὴν  $ΔΕ$  πρὸς ὀρθὰς οὔσαν τῇ  $BΓ$ , καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν  $ΔΖΕ$  γραμμὴν· ἡ δὲ διάμετρος τῆς  $ΔΖΕ$  τομῆς ἡ  $ZH$  ἦτοι παράλληλος ἔστω τῇ  $ΑΓ$  ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ  $A$  σημείου. λέγω, ὅτι καί, ἐὰν ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια  
 20 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐκβάλληται εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ  $ΔΖΕ$  τομὴ εἰς ἄπειρον ἀνέξηθήσεται.

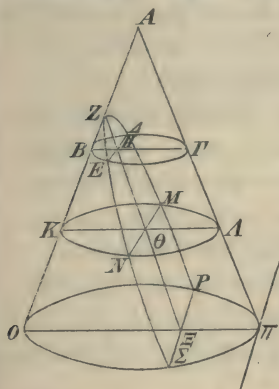
ἐκβεβλήσθω γὰρ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον· φανερὸν δὲ, ὅτι καὶ αἱ  $ΑΒ$ ,  $ΑΓ$ ,  $ZH$  συνεκβληθήσονται· ἐπεὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $ΑΓ$  ἦτοι παράλλη-  
 25 λός ἐστιν ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ  $A$  σημείου, αἱ  $ZH$ ,  $ΑΓ$  ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ  $Γ$ ,  $H$  μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν οὖν, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $ZH$  τυχὸν τὸ  $Θ$ , καὶ διὰ

4. συμπίπτῃ] p; συμπίπτει V. 5. προσεκβάλληται] scripsi; προσεκβαλήται V. 20. ἐκβαλήται V, corr. Halley. 28. τῆς] cp; τῇ V.



diameter autem sectionis in superficie ortae aut lateri alicui trianguli parallela est, aut extra uerticem conicum cum eo concurrat, producitur autem in infinitum et superficies conicum et planum secans, etiam sectio in infinitum crescet, et recta a sectione conicum rectae in basi conicum positae parallela ducta a diametro sectionis ad uerticem rectam cuiuslibet rectae datae aequalem abscindet.

sit conus, cuius uertex sit punctum  $A$ , basis autem circulus  $B\Gamma$ , et plano per axem secetur, quod sectionem efficiat triangulum  $AB\Gamma$ ; se-



cetur autem etiam alio plano, quod circulum  $B\Gamma$  secundum rectam  $AE$  secet ad  $B\Gamma$  perpendiculararem et in superficie conicum sectionem efficiat lineam  $AZE$ . diameter autem  $ZH$  sectionis  $AZE$  aut rectae  $AG$  parallela sit aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat. dico, si et superficies conicum et planum secans in in-

finitum producantur, etiam sectionem  $AZE$  in infinitum crescere.

producantur enim et superficies conicum et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas  $AB$ ,  $AG$ ,  $ZH$  simul produci. iam quoniam  $ZH$  aut rectae  $AG$  parallela est aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat, rectae  $ZH$ ,  $AG$  productae ad partes  $\Gamma$ ,  $H$  uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in  $ZH$  punctum aliquod sumatur  $\Theta$ , et per  $\Theta$  punctum rectae



τοῦ  $\Theta$  σημείου τῇ μὲν  $B\Gamma$  παράλληλος ἤχθω ἢ  $K\Theta A$ ,  
 τῇ δὲ  $\Delta E$  παράλληλος ἢ  $M\Theta N$ . τὸ ἄρα διὰ τῶν  $K A, MN$   
 ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστὶ τῷ διὰ τῶν  $B\Gamma, \Delta E$ . κύκλος  
 ἄρα ἐστὶ τὸ  $K A M N$  ἐπίπεδον. καὶ ἐπεὶ τὰ  $\Delta, E, M, N$   
 5 σημεία ἐν τῷ τέμνοντί ἐστὶν ἐπιπέδῳ, ἔστι δὲ καὶ ἐν  
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἐπὶ τῆς κοινῆς ἄρα τομῆς  
 ἐστὶν· ἠϋξῆται ἄρα ἢ  $\Delta Z E$  μέχρι τῶν  $M, N$  σημείων.  
 ἀϋξηθείσης ἄρα τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου καὶ τοῦ  
 τέμνοντος ἐπιπέδου μέχρι τοῦ  $K A M N$  κύκλου ἠϋξῆται  
 10 καὶ ἢ  $\Delta Z E$  τομῇ μέχρι τῶν  $M, N$  σημείων. ὁμοίως  
 δὴ δεῖξομεν, ὅτι καί, ἐὰν εἰς ἄπειρον ἐκβάλληται ἢ τε  
 τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, καὶ ἢ  
 $M \Delta Z E N$  τομῇ εἰς ἄπειρον ἀϋξηθήσεται.

καὶ φανερόν, ὅτι πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην  
 15 ἀπολήψεται τις ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$  εὐθείας πρὸς τῷ  $Z$  σημείῳ.  
 ἐὰν γὰρ τῇ δοθείσῃ ἴσην θῶμεν τὴν  $Z\Xi$  καὶ διὰ τοῦ  $\Xi$   
 τῇ  $\Delta E$  παράλληλον ἀγάγωμεν, συμπεσεῖται τῇ τομῇ,  
 ὥσπερ καὶ ἢ διὰ τοῦ  $\Theta$  ἀπεδείχθη συμπίπτουσα τῇ  
 τομῇ κατὰ τὰ  $M, N$  σημεία· ὥστε ἄγεται τις εὐθεῖα  
 20 συμπίπτουσα τῇ τομῇ παράλληλος οὖσα τῇ  $\Delta E$  ἀπο-  
 λαμβάνουσα ἀπὸ τῆς  $ZH$  εὐθείαν ἴσην τῇ δοθείσῃ  
 πρὸς τῷ  $Z$  σημείῳ.

θ'.

Ἐὰν κώνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ συμπίπτουσι μὲν ἑκατέρῃ  
 25 πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, μήτε δὲ παρὰ  
 τὴν βάσιν ἠγμένῳ μήτε ὑπεναντίως, ἢ τομῇ οὐκ ἐστὶ  
 κύκλος.

ἔστω κώνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις  
 δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, καὶ τετμηθῶ ἐπιπέδῳ τινὶ μήτε

$B\Gamma$  parallela ducatur  $K\Theta A$ , rectae autem  $\Delta E$  parallela  $M\Theta N$ ; itaque planum rectarum  $K A$ ,  $M N$  plano rectarum  $B\Gamma$ ,  $\Delta E$  parallelum est [Eucl. XI, 15]. itaque planum  $K A M N$  circulus est [prop. IV]. et quoniam puncta  $\Delta$ ,  $E$ ,  $M$ ,  $N$  in plano secanti sunt, uerum etiam in superficie conii, in communi sectione sunt; quare  $\Delta Z E$  ad puncta  $M$ ,  $N$  creuit. itaque crescente superficie conii planoque secanti ad circulum  $K A M N$  etiam sectio  $\Delta Z E$  ad puncta  $M$ ,  $N$  creuit. similiter igitur demonstrabimus, si et superficies conii et planum secans in infinitum producantur, etiam sectionem  $M \Delta Z E N$  in infinitum crescere.

et manifestum est, rectam quandam a  $Z\Theta$  recta ad  $Z$  punctum rectam cuius datae rectae aequalem abscisuram esse. nam si  $Z\Xi$  rectae datae aequalem ponimus et per  $\Xi$  rectae  $\Delta E$  parallelam ducimus, cum sectione concurret, sicut etiam rectam per  $\Theta$  ductam cum sectione in punctis  $M$ ,  $N$  concurrere demonstrauimus. ergo recta quaedam cum sectione concurrens rectae  $\Delta E$  parallela ducitur, quae a  $Z H$  ad punctum  $Z$  rectam datae aequalem abscindat.

## IX.

Si conus plano secatur cum utroque latere trianguli per axem positi concurrenti, sed neque basi parallelo neque e contrario ducto, sectio circulus non erit.

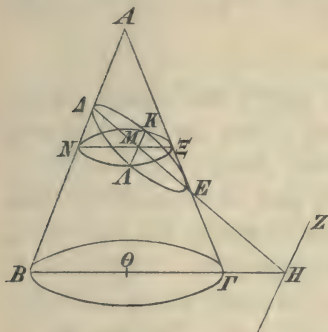
sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , et secetur plano neque basi parallelo neque e contrario posito, quod in superficie sectionem efficiat lineam  $\Delta K E$ . dico, lineam  $\Delta K E$  circulum non esse.

παραλλήλω ὄντι τῇ βάσει μήτε ὑπεναντίως, καὶ ποιείτω  
τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν  $\Delta KE$  γραμμὴν. λέγω, ὅτι  
ἡ  $\Delta KE$  γραμμὴ οὐκ ἔσται κύκλος.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω, καὶ συμπιπέτω τὸ τέμνον  
5 ἐπίπεδον τῇ βάσει, καὶ ἔστω τῶν ἐπιπέδων κοινὴ τομὴ  
ἡ  $ZH$ , τὸ δὲ κέντρον τοῦ  $B\Gamma$  κύκλου ἔστω τὸ  $\Theta$ , καὶ  
ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν  $ZH$  ἢ  $\Theta H$ , καὶ ἐκ-  
βεβλήσθω διὰ τῆς  $H\Theta$  καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον καὶ  
ποιείτω τομὰς ἐν τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τὰς  $BA$ ,  $AG$   
10 εὐθείας. ἐπεὶ οὖν τὰ  $\Delta$ ,  $E$ ,  $H$  σημεῖα ἐν τε τῷ διὰ  
τῆς  $\Delta KE$  ἐπιπέδῳ ἔστιν, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῷ διὰ τῶν  
 $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ , τὰ ἄρα  $\Delta$ ,  $E$ ,  $H$  σημεῖα ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς  
τῶν ἐπιπέδων ἔστιν· εὐθεῖα ἄρα ἔστιν ἡ  $HE\Delta$ . εἰλήφθω  
δὴ τι ἐπὶ τῆς  $\Delta KE$  γραμμῆς σημεῖον τὸ  $K$ , καὶ διὰ  
15 τοῦ  $K$  τῇ  $ZH$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $KA$ · ἔσται δὲ ἴση  
ἢ  $KM$  τῇ  $MA$ . ἡ ἄρα  $\Delta E$  διάμετρος ἔστι τοῦ  $\Delta K\Lambda E$   
κύκλου. ἤχθω δὲ διὰ τοῦ  $M$  τῇ  $B\Gamma$  παράλληλος ἡ  
 $NM\Xi$ · ἔστι δὲ καὶ ἡ  $KA$  τῇ  $ZH$  παράλληλος· ὥστε  
τὸ διὰ τῶν  $N\Xi$ ,  $KM$  ἐπίπεδον παράλληλόν ἔστι τῷ  
20 διὰ τῶν  $B\Gamma$ ,  $ZH$ , τουτέστι τῇ βάσει, καὶ ἔσται ἡ τομὴ  
κύκλος. ἔστω ὁ  $NK\Xi$ . καὶ ἐπεὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $BH$  πρὸς  
ὀρθὰς ἔστι, καὶ ἡ  $KM$  τῇ  $N\Xi$  πρὸς ὀρθὰς ἔστιν· ὥστε  
τὸ ὑπὸ τῶν  $NM\Xi$  ἴσον ἔστί τῷ ἀπὸ τῆς  $KM$ . ἔστι  
δὲ τὸ ὑπὸ τῶν  $\Delta ME$  ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς  $KM$ · κύκλος  
25 γὰρ ὑπόκειται ἡ  $\Delta KE\Lambda$  γραμμὴ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ  
ἡ  $\Delta E$ . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  $NM\Xi$  ἴσον ἔστί τῷ ὑπὸ  $\Delta ME$ .  
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $MN$  πρὸς  $MA$ , οὕτως ἡ  $EM$  πρὸς  $M\Xi$ .  
ὁμοιον ἄρα ἔστί τὸ  $\Delta MN$  τρίγωνον τῷ  $\Xi ME$  τρι-  
γώνῳ, καὶ ἡ ὑπὸ  $\Delta NM$  γωνία ἴση ἔστί τῇ ὑπὸ  $ME\Xi$ .

16.  $\Delta K\Lambda E$ ]  $\Delta KE\Lambda$  p. 20.  $B\Gamma$ ] p, corr. ex B m. 2 V.  
21. ὁ] cp; om. V. 23. ἐστί] c, ἐστίν V.

nam si fieri potest, sit, et planum secans cum basi concurrat, communisque planorum sectio sit  $ZH$ , centrum autem circuli  $B\Gamma$  sit  $\Theta$ , et ab eo ad  $ZH$  perpendicularis ducatur  $\Theta H$ , et per  $H\Theta$  axemque planum ducatur, quod in superficie conica sectiones efficiat rectas  $BA, A\Gamma$ . iam quoniam puncta  $\Delta, E, H$  et in plano per  $\Delta KE$  et in plano per  $A, B, \Gamma$  sunt, puncta  $\Delta, E, H$  in communi planorum sectione sunt; quare  $HE\Delta$



recta est [Eucl. XI, 3]. sumatur igitur in linea  $\Delta KE$  punctum aliquod  $K$ , et per  $K$  rectae  $ZH$  parallela ducatur  $KA$ ; erit igitur [prop. VII]  $KM = MA$ . itaque  $\Delta E$  diametrus est circuli  $\Delta KEA$  [prop. VII coroll.]. iam igitur per  $M$  rectae  $B\Gamma$  parallela ducatur  $NMΞ$ . uerum etiam  $KA$  rectae  $ZH$  parallela est; quare planum rectarum  $NΞ, KM$  plano rectarum  $B\Gamma, ZH$  parallelum est, hoc est basi [Eucl. XI, 15], et sectio circulus erit [prop. IV]. sit  $NKΞ$ . et quoniam  $ZH$  ad  $BH$  perpendicularis est, etiam  $KM$  ad  $NΞ$  perpendicularis est [Eucl. XI, 10]; quare  $NM \times MΞ = KM^2$ . uerum  $\Delta M \times ME = KM^2$ ; supposuimus enim, lineam  $\Delta KEA$  circulum esse et  $\Delta E$  eius diametrum. itaque  $NM \times MΞ = \Delta M \times ME$ . quare  $MN : M\Delta = EM : MΞ$ . itaque  $\Delta MN \sim \Delta ΞME$  et  $\angle \Delta NM = \angle MEΞ$ . est autem  $\angle \Delta NM = \angle AB\Gamma$ ; nam  $NΞ$  rectae  $B\Gamma$  parallela est. quare etiam



ἀλλὰ ἡ ὑπὸ  $\Delta NM$  γωνία τῇ ὑπὸ  $AB\Gamma$  ἔστιν ἴση·  
 παράλληλος γὰρ ἡ  $N\Xi$  τῇ  $B\Gamma$ · καὶ ἡ ὑπὸ  $AB\Gamma$  ἄρα  
 ἴση ἔστι τῇ ὑπὸ  $ME\Xi$ . ὑπεναντία ἄρα ἔστιν ἡ τομῆ·  
 ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα κύκλος ἔστιν ἡ  $\Delta KE$   
 5 γραμμῆ.

ι'.

Ἐὰν ἐπὶ κώνου τομῆς ληφθῇ δύο σημεῖα, ἡ μὲν  
 ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς  
 τομῆς, ἡ δὲ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

10 ἔστω κώνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις  
 δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος,  
 καὶ ποιείτω τομῆν τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον. τετμήσθω δὲ  
 καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ, καὶ ποιείτω τομῆν ἐν τῇ τοῦ κώνου  
 ἐπιφανείᾳ τὴν  $\Delta EZ$  γραμμῆν, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  
 15  $\Delta EZ$  δύο σημεῖα τὰ  $H, \Theta$ . λέγω, ὅτι ἡ μὲν ἐπὶ τὰ  
 $H, \Theta$  ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς  $\Delta EZ$   
 γραμμῆς, ἡ δὲ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

ἐπεὶ γὰρ κώνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ  $A$  σημεῖον,  
 βάσις δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, τέτμηται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος,  
 20 εἰληπται δὲ τινα σημεῖα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ τὰ  
 $H, \Theta$ , ἃ μὴ ἔστιν ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος  
 τριγώνου, καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ  $H$  ἐπὶ τὸ  $\Theta$  ἐπιξεννυμένη  
 εὐθεῖα μὴ νεύῃ ἐπὶ τὸ  $A$ , ἡ ἄρα ἐπὶ τὰ  $H, \Theta$  ἐπι-  
 ξεννυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κώνου καὶ ἡ ἐπ'  
 25 εὐθεῖα αὐτῇ ἐκτός· ὥστε καὶ τῆς  $\Delta ZE$  τομῆς.

ια'.

Ἐὰν κώνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῇ  
 δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου

15. τὰ] (pr.) cp, corr. ex τῇ m. 2 V. 16.  $\Delta EZ$ ] p,  
 $\Delta Z$  V. 22. τριγώνου] τοῦ τριγώνου V; corr. p. 23. μῆ] c,  
 supra scr. m. 2 V, οὐ p.

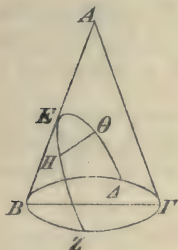


$\angle AB\Gamma = \angle ME\Xi$ . itaque sectio e contrario est [prop. V]; quod contra hypothesim est. ergo linea  $\Delta KE$  circulus non est.

X.

Si in sectione conici duo puncta sumuntur, recta ad puncta ducta intra sectionem cadit, in directum autem producta extra.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , et per axem plano secetur, quod sectionem efficiat  $AB\Gamma$  triangulum. iam alio quoque plano secetur, quod in superficie conici sectionem efficiat lineam  $\Delta EZ$ , et in  $\Delta EZ$  duo puncta sumantur  $H, \Theta$ . dico, rectam ad  $H, \Theta$  ductam intra lineam  $\Delta EZ$  cadere, in directum autem productam extra.



nam quoniam conus, cuius uertex est  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , plano per axem sectus est, et in superficie eius sumpta sunt puncta quaedam  $H, \Theta$ , quae in latere trianguli per axem positi non sunt, et recta ab  $H$  ad  $\Theta$  ducta ad  $A$  non cadit, recta ad  $H, \Theta$  ducta intra conum cadet, in directum autem producta extra [prop. II]. ergo etiam intra sectionem  $\Delta ZE$ , producta autem extra eam.

XI.

Si conus per axem plano secatur et alio quoque plano secatur, quod basim conici secundum rectam ad

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ  
 ἄξονος τριγώνου, ἔτι δὲ ἡ διάμετρος τῆς τομῆς παρ-  
 ἄλληλος ἢ μιᾶ πλευρᾶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου,  
 ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς τοῦ κώνου παράλληλος ἀχθῆ  
 5 τῇ κοινῇ τομῇ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς βάσεως  
 τοῦ κώνου μέχρι τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς, δυνήσεται  
 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς  
 ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς καὶ ἄλλης  
 τινὸς εὐθείας, ἢ λόγον ἔχει πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς τοῦ  
 10 κώνου γωνίας καὶ τῆς κορυφῆς τῆς τομῆς, ὃν τὸ τετρά-  
 γωνον τὸ ἀπὸ τῆς βάσεως τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τρι-  
 γώνου πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ  
 τριγώνου δύο πλευρῶν· καλείσθω δὲ ἡ τοιαύτη τομὴ  
 παραβολή.

15 ἔστω κώνος, οὗ τὸ  $A$  σημεῖον κορυφή, βάσις δὲ  
 ὁ  $BΓ$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδω διὰ τοῦ ἄξονος,  
 καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $ΑΒΓ$  τρίγωνον, τετμήσθω δὲ  
 καὶ ἑτέρω ἐπιπέδω τέμνουσι τὴν βάσιν τοῦ κώνου κατ'  
 εὐθείαν τὴν  $ΔΕ$  πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ  $BΓ$ , καὶ ποιείτω  
 20 τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τὴν  $ΔΖΕ$ , ἢ δὲ  
 διάμετρος τῆς τομῆς ἢ  $ZH$  παράλληλος ἔστω μιᾶ πλευρᾶ  
 τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου τῇ  $ΑΓ$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $Z$   
 σημείου τῇ  $ZH$  εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἢ  $ZΘ$ , καὶ  
 πεποιήσθω, ὡς τὸ ἀπὸ  $BΓ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΒΑΓ$ , οὕτως  
 25 ἢ  $ZΘ$  πρὸς  $ZΑ$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς  
 τυχόν τὸ  $K$ , καὶ διὰ τοῦ  $K$  τῇ  $ΔΕ$  παράλληλος ἢ  $KΑ$ .  
 λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς  $KΑ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $ΘΖΑ$ .

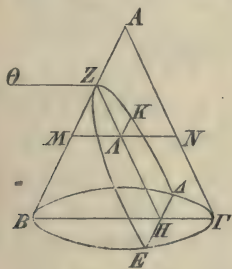
ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $A$  τῇ  $BΓ$  παράλληλος ἢ  $MN$ .  
 ἔστι δὲ καὶ ἢ  $KΑ$  τῇ  $ΔΕ$  παράλληλος· τὸ ἄρα διὰ

14. Mg. m. rec. .... ol' ... V.  
 πεποιείσθω V, corr. m. 2.

24. πεποιήσθω] cp;

basim trianguli per axem positi perpendicularem secat, et si praeterea diametrus sectionis lateri alterutri trianguli per axem positi parallela est, quaelibet recta, quae a sectione conii parallela ducitur communi sectioni plani secantis basisque conii, usque ad diametrum sumpta quadrata aequalis erit rectangulo comprehenso recta ex diametro ab ea ad uerticem abscisa sectionis aliaque quadam recta, quae ad rectam inter angulum conii uerticemque sectionis positam rationem habet, quam quadratum basis trianguli per axem positi ad rectangulum reliquis duobus lateribus trianguli comprehensum; uocetur autem talis sectio parabola.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem  $B\Gamma$  circulus, et per axem plano secetur, quod sectionem



efficiat triangulum  $AB\Gamma$ , secetur autem alio quoque plano, quod basim conii secundum rectam  $\Delta E$  secat ad  $B\Gamma$  perpendicularem et in superficie conii sectionem efficit  $\Delta ZE$ , diametrus autem sectionis  $ZH$  parallela sit  $A\Gamma$  lateri trianguli per axem positi, et a puncto  $Z$  ad rectam  $ZH$  perpendicularis ducatur  $Z\Theta$ , et fiat  $B\Gamma^2 : BA \times A\Gamma = Z\Theta : ZA$ ,

et in sectione punctum quodlibet  $K$  sumatur, et per  $K$  rectae  $\Delta E$  parallela ducatur  $KA$ . dico, esse

$$KA^2 = \Theta Z \times ZA.$$

ducatur enim per  $A$  rectae  $B\Gamma$  parallela  $MN$ . uerum etiam  $KA$  rectae  $\Delta E$  parallela est. itaque planum recta-

τῶν  $ΚΑ$ ,  $ΜΝ$  ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν  
 $ΒΓ$ ,  $ΔΕ$  ἐπιπέδῳ, τουτέστι τῇ βάσει τοῦ κώνου. τὸ  
 ἄρα διὰ τῶν  $ΚΑ$ ,  $ΜΝ$  ἐπίπεδον κύκλος ἐστίν, οὗ  
 διάμετρος ἡ  $ΜΝ$ . καὶ ἔστι κάθετος ἐπὶ τὴν  $ΜΝ$  ἢ  
 5  $ΚΑ$ , ἐπεὶ καὶ ἡ  $ΔΕ$  ἐπὶ τὴν  $ΒΓ$ . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  
 $ΜΑΝ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $ΚΑ$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς  
 τὸ ἀπὸ τῆς  $ΒΓ$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $ΒΑΓ$ , οὕτως ἡ  $ΘΖ$   
 πρὸς  $ΖΑ$ , τὸ δὲ ἀπὸ τῆς  $ΒΓ$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $ΒΑΓ$   
 λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $ΒΓ$   
 10 πρὸς  $ΓΑ$  καὶ ἡ  $ΒΓ$  πρὸς  $ΒΑ$ , ὁ ἄρα τῆς  $ΘΖ$  πρὸς  
 $ΖΑ$  λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς  $ΒΓ$  πρὸς  $ΓΑ$  καὶ τοῦ  
 τῆς  $ΓΒ$  πρὸς  $ΒΑ$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $ΒΓ$  πρὸς  $ΓΑ$ , οὕτως  
 ἡ  $ΜΝ$  πρὸς  $ΝΑ$ , τουτέστιν ἡ  $ΜΑ$  πρὸς  $ΑΖ$ , ὡς δὲ  
 ἡ  $ΒΓ$  πρὸς  $ΒΑ$ , οὕτως ἡ  $ΜΝ$  πρὸς  $ΜΑ$ , τουτέστιν ἡ  
 15  $ΑΜ$  πρὸς  $ΜΖ$ , καὶ λοιπὴ ἡ  $ΝΑ$  πρὸς  $ΖΑ$ . ὁ ἄρα τῆς  
 $ΘΖ$  πρὸς  $ΖΑ$  λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς  $ΜΑ$  πρὸς  $ΑΖ$   
 καὶ τοῦ τῆς  $ΝΑ$  πρὸς  $ΖΑ$ . ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἐκ  
 τοῦ τῆς  $ΜΑ$  πρὸς  $ΑΖ$  καὶ τοῦ τῆς  $ΑΝ$  πρὸς  $ΖΑ$  ὁ  
 20 πρὸς  $ΖΑ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΜΑΝ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΑΖΑ$ . ὡς δὲ  
 ἡ  $ΘΖ$  πρὸς  $ΖΑ$ , τῆς  $ΖΑ$  κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης  
 οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΘΖΑ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΑΖΑ$ . ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  
 $ΜΑΝ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΑΖΑ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΘΖΑ$  πρὸς  
 τὸ ὑπὸ  $ΑΖΑ$ . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $ΜΑΝ$  τῷ ὑπὸ  
 25  $ΘΖΑ$ . τὸ δὲ ὑπὸ  $ΜΑΝ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $ΚΑ$ .  
 καὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $ΚΑ$  ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $ΘΖΑ$ .

1. παράλληλον — 3. ἐπίπεδον] bis V (in repetitione τῷ διὰ  
 lin. 1 bis), corr. m. 2. 13.  $ΝΑ$ ]  $cvp$  et e corr. (et m. 2 et  
 m. rec.) V. 14.  $ΜΑ$ ] p, M corr. ex N m. 2 V. 15. ἢ] ep,  
 m. 2 V. 18. τοῦ] (alt.) om. V, corr. Halley. 23. οὕτως  
 — 24.  $ΑΖΑ$ ] om. V, corr. Memus. 25.  $ΘΖΑ$ ]  $ΘΑΖ$  V, corr. p  
 (τῶν  $ΘΖ$ ,  $ΖΑ$ ).

rum  $KA, MN$  plano rectarum  $B\Gamma, \Delta E$  parallelum est [Eucl. XI, 15], hoc est basi conii. quare planum rectarum  $KA, MN$  circulus est, cuius diameter est  $MN$  [prop. IV]. et  $KA$  ad  $MN$  perpendicularis est, quia etiam  $\Delta E$  ad  $B\Gamma$  perpendicularis [Eucl. XI, 10]; quare  $MA \times AN = KA^2$ . et quoniam est

$$B\Gamma^2 : BA \times A\Gamma = \Theta Z : ZA,$$

et est

$$B\Gamma^2 : BA \times A\Gamma = (B\Gamma : \Gamma A) \times (B\Gamma : BA),$$

erit

$$\Theta Z : ZA = (B\Gamma : \Gamma A) \times (\Gamma B : BA).$$

uerum

$$B\Gamma : \Gamma A = MN : NA = MA : AZ \text{ [Eucl. VI, 4]}$$

et

$$B\Gamma : BA = MN : MA = AM : MZ \text{ [ib.]} = NA : ZA \text{ [Eucl. VI, 2].}$$

$$\Theta Z : ZA = (MA : AZ) \times (NA : ZA).$$

est autem

$$(MA : AZ) \times (AN : ZA) = MA \times AN : AZ \times ZA.$$

quare

$$\Theta Z : ZA = MA \times AN : AZ \times ZA.$$

est autem  $Z\Lambda$  communi altitudine sumpta

$$\Theta Z : ZA = \Theta Z \times Z\Lambda : AZ \times ZA.$$

itaque

$$MA \times AN : AZ \times ZA = \Theta Z \times Z\Lambda : AZ \times ZA.$$

itaque

$$MA \times AN = \Theta Z \times Z\Lambda \text{ [Eucl. V, 9].}$$

uerum  $MA \times AN = KA^2$ . quare etiam

$$KA^2 = \Theta Z \times Z\Lambda.$$



καλείσθω δὲ ἡ μὲν τοιαύτη τομὴ παραβολή, ἡ δὲ  
 ΘΖ παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι τεταγμένως ἐπὶ  
 τὴν ΖΗ διάμετρον, καλείσθω δὲ καὶ ὀρθία.

## ιβ'.

5 Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῆ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῆ  
 δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου  
 κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ  
 ἄξονος τριγώνου, καὶ ἡ διάμετρος τῆς τομῆς ἐκβαλ-  
 λομένη συμπίπτῃ μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος  
 10 τριγώνου ἐκτὸς τῆς τοῦ κώνου κορυφῆς, ἥτις ἂν ἀπὸ  
 τῆς τομῆς ἀχθῆ παράλληλος τῇ κοινῇ τομῇ τοῦ  
 τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς βάσεως τοῦ κώνου, ἕως  
 τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς δυνήσεται τι χωρίου πα-  
 ρακείμενον παρά τινα εὐθείαν, πρὸς ἣν λόγον ἔχει ἡ  
 15 ἐπ' εὐθείας μὲν οὖσα τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς, ὑπο-  
 τείνουσα δὲ τὴν ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνίαν, ὃν τὸ  
 τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἡγμένης ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ  
 κώνου παρὰ τὴν διάμετρον τῆς τομῆς ἕως τῆς βάσεως  
 τοῦ τριγώνου πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τῆς  
 20 βάσεως τμημάτων, ὧν ποιεῖ ἡ ἀχθεῖσα, πλάτος ἔχον  
 τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου  
 πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς, ὑπερβάλλον εἶδει ὁμοίῳ  
 τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς  
 ὑποτείνουσῃ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τοῦ τριγώνου καὶ τῆς  
 25 παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι· καλείσθω δὲ ἡ  
 τοιαύτη τομὴ ὑπερβολή.

ἔστω κῶνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ *A* σημεῖον, βάσις  
 δὲ ὁ *BΓ* κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ

4. ιβ'] p, om. V, m. 2 v. 15. εὐθείας] comp. V. μένουσα V,  
 corr. Command.

uocetur autem talis sectio parabola,  $\odot Z$  autem recta parametrus rectorum ad  $ZH$  diametrum ordinate ductarum, uocetur autem etiam latus rectum.

## XII.

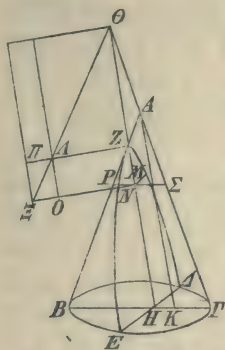
Si conus per axem plano secatur, secatur autem alio quoque plano, quod basim conici secundum rectam secat ad basim trianguli per axem positi perpendicularem, et diametrus sectionis producta cum latere aliquo trianguli per axem positi extra uerticem conici concurrat, quaelibet recta, quae a sectione ducitur parallela communi sectioni plani secantis basisque conici, ad diametrum sectionis sumpta quadrata aequalis erit spatio cuidam rectae adplicato, ad quam recta in producta diametro sectionis posita, subtendens autem sub angulo trianguli extrinsecus posito, rationem habet, quam quadratum rectae a uertice conici ad basim trianguli diametro sectionis parallelae ductae ad rectangulum comprehensum partibus basis, quas efficit recta ducta, latitudinem habens rectam ab ea ex diametro ad uerticem sectionis abscisam, excedens figura simili similiterque posita rectangulo comprehenso recta sub angulo trianguli extrinsecus posito subtendenti parametroque; uocetur autem talis sectio hyperbola.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , et per axem plano secetur, quod sectionem efficiat  $AB\Gamma$  triangulum, secetur autem alio quoque plano basim conici secanti secundum rectam  $\Delta E$  ad  $B\Gamma$  basim trianguli  $AB\Gamma$  perpendicularem, et in superficie conici sectionem efficiat lineam  $\Delta ZE$ , diametrus autem sectionis  $ZH$  producta cum  $A\Gamma$  latere trianguli

ἄξονος, καὶ ποιεῖτω τομὴν τὸ  $ΑΒΓ$  τρίγωνον, τετμήσθω  
 δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου  
 κατ' εὐθείαν τὴν  $ΔΕ$  πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ  $ΒΓ$  βάσει  
 τοῦ  $ΑΒΓ$  τριγώνου, καὶ ποιεῖτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ  
 5 τοῦ κώνου τὴν  $ΔΖΕ$  γραμμὴν, ἣ δὲ διάμετρος τῆς τομῆς  
 ἢ  $ZH$  ἐκβαλλομένη συμπιπτέτω μιᾷ πλευρᾷ τοῦ  $ΑΒΓ$   
 τριγώνου τῇ  $ΑΓ$  ἐκτὸς τῆς τοῦ κώνου κορυφῆς κατὰ  
 τὸ  $\Theta$ , καὶ διὰ τοῦ  $A$  τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς τῇ  $ZH$   
 παράλληλος ἤχθω ἢ  $AK$ , καὶ τεμνέτω τὴν  $ΒΓ$ , καὶ  
 10 ἀπὸ τοῦ  $Z$  τῇ  $ZH$  πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἢ  $ZΛ$ , καὶ  
 πεποιήσθω, ὡς τὸ ἀπὸ  $KA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BKΓ$ , οὕτως  
 ἢ  $Z\Theta$  πρὸς  $ZΛ$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς  
 τυχὸν τὸ  $M$ , καὶ διὰ τοῦ  $M$  τῇ  $ΔΕ$  παράλληλος  
 ἤχθω ἢ  $MN$ , διὰ δὲ τοῦ  $N$  τῇ  $ZΛ$  παράλληλος ἢ  
 15  $NOΞ$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἢ  $\ThetaΛ$  ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $Ξ$ ,  
 καὶ διὰ τῶν  $Λ, Ξ$  τῇ  $ZN$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  
 $ΛΟ, ΞΠ$ . λέγω, ὅτι ἢ  $MN$  δύναται τὸ  $ZΞ$ , ὃ παρά-  
 κειται παρὰ τὴν  $ZΛ$  πλάτος ἔχον τὴν  $ZN$  ὑπερβάλλον  
 εἶδει τῷ  $ΛΞ$  ὁμοίῳ ὄντι τῷ ὑπὸ τῶν  $\Theta ZΛ$ .  
 20 ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $N$  τῇ  $ΒΓ$  παράλληλος ἢ  $PNΣ$ .  
 ἔστι δὲ καὶ ἢ  $NM$  τῇ  $ΔΕ$  παράλληλος· τὸ ἄρα διὰ  
 τῶν  $MN, PΣ$  ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν  
 $ΒΓ, ΔΕ$ , τουτέστι τῇ βάσει τοῦ κώνου. εἰ ἄρα  
 ἐκβληθῇ τὸ διὰ τῶν  $MN, PΣ$  ἐπίπεδον, ἢ τομῆ  
 25 κύκλος ἔσται, οὗ διάμετρος ἢ  $PNΣ$ . καὶ ἔστιν ἐπ'  
 αὐτὴν κάθετος ἢ  $MN$ · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  $PNΣ$  ἴσον  
 ἔστι τῷ ἀπὸ τῆς  $MN$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $AK$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $BKΓ$ , οὕτως ἢ  $Z\Theta$  πρὸς  $ZΛ$ , ὁ δὲ τοῦ

2. Ante τέμνοντι del. διὰ τοῦ ἄξονος m. 1 V. 11. πε-  
 ποιείσθω V, corr. p.  $KA$ ] p,  $KA$  V, corr. m. 2 v. 15.  $NOΞ$ ] p;  
 $OΞ$  corr. ex  $\Omega Ξ$  post ras. unius litt. V,  $\Omega Ξ$  supra scr. N m. 2 v.

$AB\Gamma$  extra uerticem conii concurrat in  $\Theta$ , et per  $A$  diametro sectionis  $ZH$  parallela ducatur  $AK$  secetque  $B\Gamma$ , et a  $Z$  ad  $ZH$  perpendicularis ducatur  $ZA$ , fiatque



$KA^2 : BK \times K\Gamma = Z\Theta : ZA$ ,  
 et in sectione sumatur punctum aliquod  $M$ , et per  $M$  rectae  $\Delta E$  parallela ducatur  $MN$ , per  $N$  autem rectae  $ZA$  parallela  $NO\Xi$ , et ducta  $\Theta A$  producatu ad  $\Xi$ , et per puncta  $A, \Xi$  rectae  $ZN$  parallelae ducantur  $AO, \Xi\Pi$ . dico, esse  $MN^2 = Z\Xi$ , quod rectae  $ZA$

applicatum est latitudinem habens  $ZN$  et excedens figura  $A\Xi$  simili rectangulo  $\Theta Z \times ZA$  [Eucl. I, 26].

ducatur enim per  $N$  rectae  $B\Gamma$  parallela  $PN\Sigma$ ; est autem etiam  $NM$  rectae  $\Delta E$  parallela; quare planum rectarum  $MN, P\Sigma$  plano rectarum  $B\Gamma, \Delta E$  parallelum est [Eucl. XI, 15], hoc est basi conii. itaque ducto plano rectarum  $MN, P\Sigma$  sectio circulus erit, cuius diametrus est  $PN\Sigma$  [prop. IV]. et ad eam perpendicularis est  $MN$ . itaque  $PN \times N\Sigma = MN^2$ . et quoniam est

$$AK^2 : BK \times K\Gamma = Z\Theta : ZA,$$

et est

$$AK^2 : BK \times K\Gamma = (AK : K\Gamma) \times (AK : KB),$$

erit etiam

$$Z\Theta : ZA = (AK : K\Gamma) \times (AK : KB).$$

est autem

$$AK : K\Gamma = \Theta H : H\Gamma = \Theta N : N\Sigma$$
 [Eucl. VI, 4]



ἀπὸ τῆς  $AK$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BKΓ$  λόγος σύγκειται ἔκ  
 τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $AK$  πρὸς  $KΓ$  καὶ ἡ  $AK$  πρὸς  $KB$ ,  
 καὶ ὁ τῆς  $ZΘ$  ἄρα πρὸς τὴν  $ZΛ$  λόγος σύγκειται ἔκ  
 τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $AK$  πρὸς  $KΓ$  καὶ ἡ  $AK$  πρὸς  $KB$ .  
 5 ἄλλ' ὡς μὲν ἡ  $AK$  πρὸς  $KΓ$ , οὕτως ἡ  $ΘH$  πρὸς  $HΓ$ ,  
 τουτέστιν ἡ  $ΘN$  πρὸς  $NΣ$ , ὡς δὲ ἡ  $AK$  πρὸς  $KB$ ,  
 οὕτως ἡ  $ZH$  πρὸς  $HB$ , τουτέστιν ἡ  $ZN$  πρὸς  $NP$ .  
 ὁ ἄρα τῆς  $ΘZ$  πρὸς  $ZΛ$  λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ  
 τῆς  $ΘN$  πρὸς  $NΣ$  καὶ τοῦ τῆς  $ZN$  πρὸς  $NP$ . ὁ δὲ  
 10 συγκείμενος λόγος ἔκ τοῦ τῆς  $ΘN$  πρὸς  $NΣ$  καὶ τοῦ  
 τῆς  $ZN$  πρὸς  $NP$  ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν  $ΘNZ$  ἐστὶ πρὸς  
 τὸ ὑπὸ τῶν  $ΣNP$  καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν  $ΘNZ$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $ΣNP$ , οὕτως ἡ  $ΘZ$  πρὸς  $ZΛ$ ,  
 τουτέστιν ἡ  $ΘN$  πρὸς  $NΞ$ . ἄλλ' ὡς ἡ  $ΘN$  πρὸς  $NΞ$ ,  
 15 τῆς  $ZN$  κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ  
 τῶν  $ΘNZ$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $ZNΞ$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  
 ὑπὸ τῶν  $ΘNZ$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $ΣNP$ , οὕτως τὸ  
 ὑπὸ τῶν  $ΘNZ$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $ΞNZ$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  
 $ΣNP$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΞNZ$ . τὸ δὲ ἀπὸ  $MN$  ἴσον  
 20 ἐδείχθη τῷ ὑπὸ  $ΣNP$  καὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $MN$  ἄρα ἴσον  
 ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $ΞNZ$ . τὸ δὲ ὑπὸ  $ΞNZ$  ἐστὶ τὸ  $ΞZ$   
 παραλληλόγραμμον. ἡ ἄρα  $MN$  δύναται τὸ  $ΞZ$ , ὃ  
 παράκειται παρὰ τὴν  $ZΛ$  πλάτος ἔχον τὴν  $ZN$  ὑπερ-  
 βάλλον τῷ  $ΛΞ$  ὁμοίῳ ὄντι τῷ ὑπὸ τῶν  $ΘZΛ$ . καλείσθω  
 25 δὲ ἡ μὲν τοιαύτη τομὴ ὑπερβολή, ἡ δὲ  $ΛZ$  παρ' ἣν  
 δύναται αἱ ἐπὶ τὴν  $ZH$  καταγόμεναι τεταγμένως·  
 καλείσθω δὲ ἡ αὐτὴ καὶ ὀρθία, πλαγία δὲ ἡ  $ZΘ$ .

10. τοῦ] (alt.) p, om. V. 11.  $NP$ ]  $HP$  V; corr. p. 17.  
 $ΣNP$  — 18. τῶν (alt.)] om. V; ego addidi praeunte Commandino;  
 $ZN$ ,  $NΞ$ , οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν  $ΘN$ ,  $NZ$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $PN$ ,  $NΣ$  p.  
 26. δύναται V; corr. p.

et

$$AK : KB = ZH : HB = ZN : NP \text{ [ib.]}$$

itaque

$$\Theta Z : ZA = (\Theta N : N\Sigma) \times (ZN : NP).$$

est autem

$$(\Theta N : N\Sigma) \times (ZN : NP) = \Theta N \times NZ : \Sigma N \times NP.$$

quare

$$\Theta N \times NZ : \Sigma N \times NP = \Theta Z : ZA = \Theta N : N\Xi \text{ [ib.]}$$

sumpta autem communi altitudine  $ZN$  est

$$\Theta N : N\Xi = \Theta N \times NZ : ZN \times N\Xi.$$

quare etiam

$$\Theta N \times NZ : \Sigma N \times NP = \Theta N \times NZ : \Xi N \times NZ.$$

itaque

$$\Sigma N \times NP = \Xi N \times NZ \text{ [Eucl. V, 9].}$$

demonstrauimus autem, esse

$$MN^2 = \Sigma N \times NP.$$

itaque etiam

$$MN^2 = \Xi N \times NZ.$$

uerum

$$\Xi N \times NZ = \Xi Z.$$

ergo  $MN$  quadrata aequalis est rectangulo  $\Xi Z$ , quod rectae  $ZA$  adplicatum est latitudinem habens  $ZN$  et excedens spatio  $A\Xi$  simili rectangulo  $\Theta ZA$ . uocetur autem talis sectio hyperbola,  $AZ$  autem parametrum rectarum ad  $ZH$  ordinate ductarum; uocetur autem eadem latus rectum, transuersum uero  $Z\Theta$ .

ιγ'.

Ἐὰν κώνος ἐπιπέδῳ τμηθῆ δια τοῦ ἄξονος, τμηθῆ δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ συμπίπτουσι μὲν ἑκατέρῃ πλευρᾷ τοῦ δια τοῦ ἄξονος τριγώνου, μήτε δὲ παρὰ τὴν βάσιν  
 5 τοῦ κώνου ἡγμένῳ μήτε ὑπεναντίως, τὸ δὲ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ βάση τοῦ κώνου, καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον συμπίπτῃ κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν ἥτοι τῇ βάσει τοῦ δια τοῦ ἄξονος τριγώνου ἢ τῇ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ, ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς τοῦ κώνου παράλληλος  
 10 ἀχθῆ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων ἕως τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς, δυνήσεται τι χωρίον παρακείμενον παρὰ τινὰ εὐθείαν, πρὸς ἣν λόγον ἔχει ἡ διάμετρος τῆς τομῆς, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἡγμένης ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου παρὰ τὴν διάμετρον τῆς τομῆς ἕως τῆς βάσεως  
 15 τοῦ τριγώνου πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων ὑπ' αὐτῆς πρὸς ταῖς τοῦ τριγώνου εὐθείαις πλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς ἔλλειπον εἶδει ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε  
 20 τῆς διαμέτρου καὶ τῆς παρ' ἣν δύνανται καλεῖσθω δὲ ἡ τοιαύτη τομὴ ἔλλειψις.

ἔστω κώνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάση δὲ ὁ  $BΓ$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ δια τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $ΑΒΓ$  τρίγωνον, τετμήσθω  
 25 δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ συμπίπτουσι μὲν ἑκατέρῃ πλευρᾷ τοῦ δια τοῦ ἄξονος τριγώνου, μήτε δὲ παραλλήλῳ τῇ βάσει τοῦ κώνου μήτε ὑπεναντίως ἡγμένῳ, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τὴν  $ΔΕ$  γραμμὴν·

1. ιγ'] om. V, m. 2 v. 13. τετράγωνον] cv; τε- euan. V, τετρα- rep. mg. m. rec. 16. εὐθείαις] V, γωνίαις cvp. 20. δύνανται V; corr. Memus.

## XIII.

Si conus per axem plano secatur, secatur autem alio quoque plano, quod cum utroque latere trianguli per axem positi concurrat, sed neque basi conii parallelum ducitur neque e contrario, et si planum, in quo est basis conii, planumque secans concurrunt in recta perpendiculari aut ad basim trianguli per axem positi aut ad eam productam, quaelibet recta, quae a sectione conii communi sectioni planorum parallela ducitur, ad diametrum sectionis sumpta quadrata aequalis erit spatio adplicato rectae cuidam, ad quam diameter sectionis rationem habet, quam habet quadratum rectae a uertice conii diametro sectionis parallelae ductae usque ad basim trianguli ad rectangulum comprehensum rectis ab ea ad latera trianguli abscisis, latitudinem habens rectam ab ea e diametro ad uerticem sectionis abscisam et figura deficiens simili similiterque posita rectangulo a diametro parametroque comprehenso; uocetur autem talis sectio ellipsis.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem  $B\Gamma$  circulus, et per axem plano secetur, quod sectionem efficiat triangulum  $AB\Gamma$ , secetur autem alio quoque plano, quod cum utroque latere trianguli per axem positi concurrat, sed neque basi conii parallelum neque e contrario ductum sit, et in superficie conii sectionem efficiat lineam  $\Delta E$ ; communis autem sectio plani secantis eiusque plani, in quo est basis conii, sit  $ZH$  ad  $B\Gamma$  perpendicularis, diameter autem sectionis sit  $E\Delta$ , et ab  $E$  ad  $E\Delta$  perpendicularis ducatur  $E\Theta$ , per  $A$  autem rectae  $E\Delta$  parallela ducatur  $AK$ , et fiat

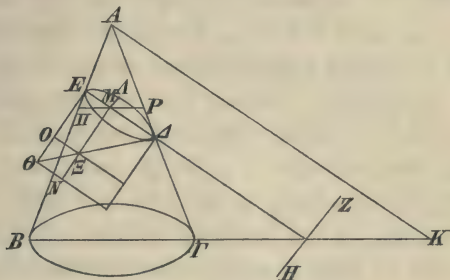


κοινή δὲ τομὴ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ, ἐν ᾧ  
 ἔστιν ἡ βάσις τοῦ κώνου, ἔστω ἡ  $ZH$  πρὸς ὀρθὰς  
 οὕσα τῇ  $BΓ$ , ἡ δὲ διάμετρος τῆς τομῆς ἔστω ἡ  $EΔ$ ,  
 καὶ ἀπὸ τοῦ  $E$  τῇ  $EΔ$  πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ  $EΘ$ , καὶ  
 5 διὰ τοῦ  $A$  τῇ  $EΔ$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $AK$ , καὶ  
 πεποιήσθω ὡς τὸ ἀπὸ  $AK$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BKΓ$ , οὕτως  
 ἡ  $ΔE$  πρὸς τὴν  $EΘ$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  
 τομῆς τὸ  $Λ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Λ$  τῇ  $ZH$  παράλληλος ἤχθω  
 ἡ  $ΛM$ . λέγω, ὅτι ἡ  $ΛM$  δύναται τι χωρίον, ὃ παρά-  
 10 κείται παρὰ τὴν  $EΘ$  πλάτος ἔχον τὴν  $EM$  ἑλλείπον  
 εἶδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τῶν  $ΔEΘ$ .

ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ  $ΔΘ$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $M$  τῇ  $ΘE$   
 παράλληλος ἤχθω ἡ  $MΞN$ , διὰ δὲ τῶν  $Θ, Ξ$  τῇ  $EM$   
 παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $ΘN, ΞO$ , καὶ διὰ τοῦ  $M$  τῇ  
 15  $BΓ$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $ΠMP$ . ἐπεὶ οὖν ἡ  $ΠP$  τῇ  
 $BΓ$  παράλληλός ἐστιν, ἔστι δὲ καὶ ἡ  $ΛM$  τῇ  $ZH$   
 παράλληλος, τὸ ἄρα διὰ τῶν  $ΛM, ΠP$  ἐπίπεδον παρ-  
 ἀλληλὸν ἐστὶ τῷ διὰ τῶν  $ZH, BΓ$  ἐπιπέδῳ, τουτέστι  
 τῇ βάσει τοῦ κώνου. ἐὰν ἄρα ἐκβληθῇ διὰ τῶν  $ΛM,$   
 20  $ΠP$  ἐπίπεδον, ἡ τομὴ κύκλος ἔσται, οὗ διάμετρος ἡ  
 $ΠP$ . καὶ ἐστὶ κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ  $ΛM$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  
 τῶν  $ΠMP$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $ΛM$ . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν,  
 ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  $AK$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $BKΓ$ , οὕτως  
 ἡ  $EΔ$  πρὸς τὴν  $EΘ$ , ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ τῆς  $AK$  πρὸς τὸ  
 25 ὑπὸ τῶν  $BKΓ$  λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $AK$   
 πρὸς  $KB$ , καὶ ἡ  $AK$  πρὸς  $KΓ$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $AK$   
 πρὸς  $KB$ , οὕτως ἡ  $EH$  πρὸς  $HB$ , τουτέστιν ἡ  $EM$   
 πρὸς  $MΠ$ , ὡς δὲ ἡ  $AK$  πρὸς  $KΓ$ , οὕτως ἡ  $ΔH$  πρὸς  
 $HΓ$ , τουτέστιν ἡ  $ΔM$  πρὸς  $MP$ , ὁ ἄρα τῆς  $ΔE$  πρὸς

4.  $EΘ$ ]  $e$  corr. m. 1 V. 6. πεποιείσθω V; corr. p. 13.  
 $MΞN$ ]  $MNΞ$  V; corr. Command. 15. ἡ] (pr.) om. V; corr. p.

$\Delta E : E\Theta = AK^2 : BK \times K\Gamma$ , et in sectione sumatur punctum aliquod  $A$ , et per  $A$  rectae  $ZH$  parallela ducatur  $AM$ . dico,  $AM$  quadratam aequalem esse spatio rectae  $E\Theta$  adplicato, quod latitudinem habeat  $EM$  et figura deficiat simili rectangulo  $\Delta E \times E\Theta$ .



ducatur enim  $\Delta\Theta$ , et per  $M$  rectae  $\Theta E$  parallela ducatur  $M\Xi N$ , per  $\Theta$ ,  $\Xi$  autem rectae  $EM$  parallelae ducantur  $\Theta N$ ,  $\Xi O$ , et per  $M$  rectae  $B\Gamma$  parallela ducatur  $\Pi MP$ . iam quoniam  $\Pi P$  rectae  $B\Gamma$  parallela est, et etiam  $AM$  rectae  $ZH$  parallela, planum rectarum  $AM$ ,  $\Pi P$  plano rectarum  $ZH$ ,  $B\Gamma$  parallelum est [Eucl. XI, 15], hoc est basi con. itaque si per  $AM$ ,  $\Pi P$  planum ducitur, sectio circulus erit, cuius diametrus erit  $\Pi P$  [prop. IV]. et ad eam perpendicularis est  $AM$ ; itaque erit  $AM^2 = \Pi M \times MP$ . et quoniam est

$$AK^2 : BK \times K\Gamma = E\Delta : E\Theta,$$

et est

$$AK^2 : BK \times K\Gamma = (AK : KB) \times (AK : K\Gamma),$$

et est

$$AK : KB = EH : HB = EM : M\Pi \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

$$AK : K\Gamma = \Delta H : H\Gamma = \Delta M : MP \text{ [ib.],}$$

τὴν  $E\Theta$  λόγος σύγκειται ἕκ τε τοῦ τῆς  $EM$  πρὸς  $M\Pi$   
 καὶ τοῦ τῆς  $\Delta M$  πρὸς  $MP$ . ὁ δὲ συγκείμενος λόγος  
 ἕκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $EM$  πρὸς  $M\Pi$ , καὶ ἡ  $\Delta M$  πρὸς  
 $MP$ , ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν  $EM\Delta$  ἔστι πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  
 5  $\Pi MP$ . ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ τῶν  $EM\Delta$  πρὸς τὸ  
 ὑπὸ τῶν  $\Pi MP$ , οὕτως ἡ  $\Delta E$  πρὸς τὴν  $E\Theta$ , τουτέστιν  
 ἡ  $\Delta M$  πρὸς τὴν  $M\Xi$ . ὡς δὲ ἡ  $\Delta M$  πρὸς  $M\Xi$ , τῆς  
 $ME$  κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ  $\Delta ME$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Xi ME$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Delta ME$  πρὸς  
 10 τὸ ὑπὸ  $\Pi MP$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $\Delta ME$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Xi ME$ .  
 ἴσον ἄρα ἔστι τὸ ὑπὸ  $\Pi MP$  τῷ ὑπὸ  $\Xi ME$ . τὸ δὲ  
 ὑπὸ  $\Pi MP$  ἴσον ἐδείχθη τῷ ἀπὸ τῆς  $AM$ . καὶ τὸ  
 ὑπὸ  $\Xi ME$  ἄρα ἔστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς  $AM$ . ἡ  $AM$   
 ἄρα δύναται τὸ  $MO$ , ὃ παράκειται παρὰ τὴν  $\Theta E$  πλάτος  
 15 ἔχον τὴν  $EM$  ἑλλείπον εἶδει τῷ  $ON$  ὁμοίῳ ὄντι τῷ  
 ὑπὸ  $\Delta E\Theta$ . καλεῖσθω δὲ ἡ μὲν τοιαύτη τομὴ ἑλλειψις,  
 ἡ δὲ  $E\Theta$  παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν  
 $\Delta E$  τεταγμένως, ἡ δὲ αὐτὴ καὶ ὀρθία, πλαγία δὲ  
 ἡ  $E\Delta$ .

20

ιδ'.

Ἐὰν αἱ κατὰ κορυφὴν ἐπιφάνειαι ἐπιπέδῳ τμηθῶσι  
 μὴ διὰ τῆς κορυφῆς, ἔσται ἐν ἑκατέρῃ τῶν ἐπιφανειῶν  
 τομὴ ἡ καλουμένη ὑπερβολή, καὶ τῶν δύο τομῶν ἡ  
 τε διάμετρος ἡ αὐτὴ ἔσται, καὶ παρ' ἃς δύνανται αἱ  
 25 ἐπὶ τὴν διάμετρον καταγόμεναι παράλληλοι τῇ ἐν τῇ  
 βάσει τοῦ κώνου εὐθείᾳ ἴσαι, καὶ τοῦ εἵδους ἡ πλα-  
 γία πλευρὰ κοινὴ ἡ μεταξὺ τῶν κορυφῶν τῶν τομῶν.  
 καλεῖσθωσαν δὲ αἱ τοιαῦται τομαὶ ἀντικείμεναι.

4. ὁ τοῦ — 5.  $\Pi MP$ ] bis V, corr. cp et m. 2 v. 20. ιδ'] p,  
 om. V, m. 2 v. 25. ἐπί] παρὰ Vp; corr. Halley. 26. εὐθεία]  
 ego, εὐθείαι V.

erit

$$\Delta E : E\Theta = (EM : M\Pi) \times (\Delta M : MP).$$

est autem

$$(EM : M\Pi) \times (\Delta M : MP) = EM \times M\Delta : \Pi M \times MP.$$

itaque

$$EM \times M\Delta : \Pi M \times MP = \Delta E : E\Theta = \Delta M : M\xi$$

[ib.]. sed sumpta communi altitudine  $ME$  est

$$\Delta M : M\xi = \Delta M \times ME : \xi M \times ME.$$

quare etiam

$$\Delta M \times ME : \Pi M \times MP = \Delta M \times ME : \xi M \times ME.$$

itaque

$$\Pi M \times MP = \xi M \times ME \text{ [Eucl. V, 9].}$$

demonstrauimus autem, esse

$$\Pi M \times MP = \Delta M^2.$$

quare etiam

$$\xi M \times ME = \Delta M^2.$$

ergo  $\Delta M$  quadrata aequalis est spatio  $MO$  ad  $\Theta E$  adplicato, quod latitudinem habet  $EM$  et spatio  $ON$  deficit simili rectangulo  $\Delta E \times E\Theta$ ; uocetur autem talis sectio ellipsis,  $E\Theta$  autem parametris rectarum ad  $\Delta E$  ordinate ductarum, eadem autem etiam latus rectum, transuersum uero  $E\Delta$ .

#### XIV.

Si superficies ad uerticem inter se positae plano secantur per uerticem non ducto, in utraque superficie sectio orietur hyperbola, quae uocatur, et ambarum sectionum diametris eadem erit, et parametri rectarum ad diametrum rectae in basi conii positae parallelarum ductarum aequales, et transuersum figurae latus commune recta inter uertices sectionum posita; uocentur autem tales sectiones oppositae.



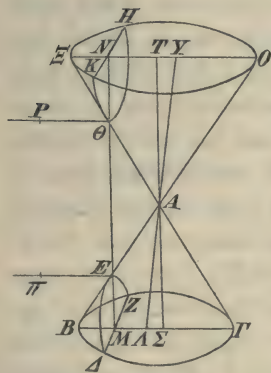
ἔστωσαν αἱ κατα κορυφὴν ἐπιφάνειαι, ὧν κορυφὴ τὸ  $A$  σημεῖον, καὶ τετμήσθωσαν ἐπιπέδῳ μὴ διὰ τῆς κορυφῆς, καὶ ποιείτω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομὰς τὰς  $\Delta EZ$ ,  $H\Theta K$ . λέγω, ὅτι ἑκατέρα τῶν  $\Delta EZ$ ,  $H\Theta K$   
 5 τομῶν ἔστιν ἡ καλουμένη ὑπερβολή.

ἔστω γὰρ ὁ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν γράφουσα εὐθεῖα, ὁ  $B\Delta\Gamma Z$ , καὶ ἤχθῳ ἐν τῇ κατὰ κορυφὴν ἐπιφανείᾳ παράλληλον αὐτῷ ἐπίπεδον τὸ  $\Xi H\Theta K$ . κοινὰ δὲ τομὰι τῶν  $H\Theta K$ ,  $Z\Delta$  τομῶν  
 10 καὶ τῶν κύκλων αἱ  $Z\Delta$ ,  $HK$ . ἔσονται δὴ παράλληλοι. ἄξων δὲ ἔστω τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας ἡ  $AA\Upsilon$  εὐθεῖα, κέντρα δὲ τῶν κύκλων τὰ  $A$ ,  $\Upsilon$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὴν  $Z\Delta$  κάθετος ἀχθεῖσα ἐκβεβλήσθῳ ἐπὶ τὰ  $B$ ,  $\Gamma$  σημεία, καὶ διὰ τῆς  $B\Gamma$  καὶ τοῦ ἄξωνος ἐπίπεδον  
 15 ἐκβεβλήσθῳ· ποιήσῃ δὴ τομὰς ἐν μὲν τοῖς κύκλοις παραλλήλους εὐθείας τὰς  $\Xi O$ ,  $B\Gamma$ , ἐν δὲ τῇ ἐπιφανείᾳ τὰς  $BAO$ ,  $\Gamma A\Xi$ . ἔσται δὴ καὶ ἡ  $\Xi O$  τῇ  $HK$  πρὸς ὀρθάς, ἐπειδὴ καὶ ἡ  $B\Gamma$  τῇ  $Z\Delta$  ἔστι πρὸς ὀρθάς, καὶ ἔστιν ἑκατέρα παράλληλος. καὶ ἐπεὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξωνος  
 20 ἐπίπεδον ταῖς τομᾶις συμβάλλει κατὰ τὰ  $M$ ,  $N$  σημεία ἐντὸς τῶν γραμμῶν, δῆλον, ὡς καὶ τὰς γραμμὰς τέμνει τὸ ἐπίπεδον. τεμνέτω κατὰ τὰ  $\Theta$ ,  $E$ . τὰ ἄρα  $M$ ,  $E$ ,  $\Theta$ ,  $N$  σημεία ἐν τε τῷ διὰ τοῦ ἄξωνός ἐστιν ἐπιπέδῳ καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ εἰσιν αἱ γραμμαί· εὐθεῖα ἄρα  
 25 ἔστιν ἡ  $ME\Theta N$  γραμμὴ. καὶ φανερόν, ὅτι τὰ τε  $\Xi$ ,  $\Theta$ ,  $A$ ,  $\Gamma$  ἐπ' εὐθείας ἔσσι καὶ τὰ  $B$ ,  $E$ ,  $A$ ,  $O$ . ἐν τε γὰρ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ ἔστι καὶ ἐν τῷ διὰ τοῦ ἄξωνος ἐπιπέδῳ. ἤχθωσαν δὲ ἀπὸ μὲν τῶν  $\Theta$ ,  $E$  τῇ

3. ποιείτω] scripsi, ποιείτωσαν Vp. 9.  $Z\Delta$ ,  $H\Theta K$  Halley cum Command. 20. συμβάλλει] συμ- contorte V, συμβ- rep. mg. m. rec.

sint superficies ad uerticem inter se positae, quarum uertex sit  $A$  punctum, et plano secentur per uerticem non posito, quod in superficie sectiones efficiat  $\Delta EZ$ ,  $H\Theta K$ . dico, utramque sectionem  $\Delta EZ$ ,  $H\Theta K$  hyperbolam esse, quae uocatur.

sit enim  $B\Delta\Gamma Z$  circulus, per quem recta superficiem describens fertur, et in superficie ad uerticem posita ei parallelum planum ducatur  $\Xi HOK$ ; com-



munes autem sectiones sectionum  $H\Theta K$ ,  $Z\Delta$  circularumque [prop. IV] sunt  $Z\Delta$ ,  $HK$ ; parallelae igitur erunt [Eucl. XI, 16]. axis autem superficiei conicae sit recta  $AA\Upsilon$ , et centra circularum  $A$ ,  $T$ , et recta ab  $A$  ad  $Z\Delta$  perpendicularis ducta ad puncta  $B$ ,  $\Gamma$  producatur, et per  $B\Gamma$  axemque planum ducatur; sectiones igitur efficiet in circulis rectas

parallelas [ib.]  $\Xi O$ ,  $B\Gamma$ , in superficie autem  $BAO$ ,  $\Gamma A \Xi$ ; erit igitur etiam  $\Xi O$  ad  $HK$  perpendicularis, quoniam  $B\Gamma$  ad  $Z\Delta$  perpendicularis est et utraque utrique parallela [Eucl. XI, 10]. et quoniam planum per axem ductum cum sectionibus in punctis  $M$ ,  $N$  concurrat intra lineas positus, adparet, idem planum lineas secare. secet in punctis  $\Theta$ ,  $E$ . itaque puncta  $M$ ,  $E$ ,  $\Theta$ ,  $N$  et in plano per axem ducto et in plano, in quo lineae, posita sunt; recta igitur est linea  $ME\Theta N$  [Eucl. XI, 3]. et manifestum est, et  $\Xi$ ,  $\Theta$ ,  $A$ ,  $\Gamma$  in eadem recta esse et  $B$ ,  $E$ ,  $A$ ,  $O$ ; nam et in superficie conica sunt et in

$\Theta E$  πρὸς ὀρθὰς αἰ  $\Theta P$ ,  $E\Pi$ , διὰ δὲ τοῦ  $A$  τῆ  $ME\Theta N$   
 παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Sigma AT$ , καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν  
 τὸ ἀπὸ τῆς  $A\Sigma$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $B\Sigma\Gamma$ , οὕτως ἡ  $\Theta E$   
 πρὸς  $E\Pi$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς  $AT$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $OT\Xi$ ,  
 5 οὕτως ἡ  $E\Theta$  πρὸς  $\Theta P$ . ἐπεὶ οὖν κῶνος, οὗ κορυφὴ  
 μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, τέτμηται  
 ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ πεποιήκε τομὴν τὸ  $AB\Gamma$   
 τρίγωνον, τέτμηται δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι  
 τὴν βάσιν τοῦ κῶνου κατ' εὐθεΐαν τὴν  $\Delta MZ$  πρὸς  
 10 ὀρθὰς οὖσαν τῆ  $B\Gamma$ , καὶ πεποιήκε τομὴν ἐν τῆ ἐπι-  
 φανείᾳ τὴν  $\Delta EZ$ , ἡ δὲ διάμετρος ἡ  $ME$  ἐκβαλλομένη  
 συμπέπτωκε μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου  
 ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ κῶνου, καὶ διὰ τοῦ  $A$  σημείου  
 τῆ διαμέτρῳ τῆς τομῆς τῆ  $EM$  παράλληλος ἤκται ἡ  
 15  $A\Sigma$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $E$  τῆ  $EM$  πρὸς ὀρθὰς ἤκται ἡ  
 $E\Pi$ , καὶ ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ  $A\Sigma$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $B\Sigma\Gamma$ ,  
 οὕτως ἡ  $E\Theta$  πρὸς  $E\Pi$ , ἡ μὲν  $\Delta EZ$  ἄρα τομὴ ὑπερ-  
 βολὴ ἐστὶν, ἡ δὲ  $E\Pi$  παρ' ἣν δύνανται αἰ ἐπὶ τὴν  
 $EM$  καταγόμεναι τεταγμένως, πλαγία δὲ τοῦ εἵδους  
 20 πλευρὰ ἡ  $\Theta E$ . ὁμοίως δὲ καὶ ἡ  $H\Theta K$  ὑπερβολὴ  
 ἐστὶν, ἧς διάμετρος μὲν ἡ  $\Theta N$ , ἡ δὲ  $\Theta P$  παρ' ἣν  
 δύνανται αἰ ἐπὶ τὴν  $\Theta N$  καταγόμεναι τεταγμένως,  
 πλαγία δὲ τοῦ εἵδους πλευρὰ ἡ  $\Theta E$ .

λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $\Theta P$  τῆ  $E\Pi$ . ἐπεὶ γὰρ παράλ-  
 25 ληλὸς ἐστὶν ἡ  $B\Gamma$  τῆ  $\Xi O$ , ἐστὶν ὡς ἡ  $A\Sigma$  πρὸς  $\Sigma\Gamma$ ,  
 οὕτως ἡ  $AT$  πρὸς  $T\Xi$ , καὶ ὡς ἡ  $A\Sigma$  πρὸς  $\Sigma B$ , οὕτως  
 ἡ  $AT$  πρὸς  $TO$ . ἀλλ' ὁ τῆς  $A\Sigma$  πρὸς  $\Sigma\Gamma$  λόγος  
 μετὰ τοῦ τῆς  $A\Sigma$  πρὸς  $\Sigma B$  ὁ τοῦ ἀπὸ  $A\Sigma$  ἐστὶ πρὸς  
 τὸ ὑπὸ  $B\Sigma\Gamma$ , ὁ δὲ τῆς  $AT$  πρὸς  $T\Xi$  μετὰ τοῦ τῆς

2. πεποιεῖσθω V; corr. p. 3.  $B\Sigma\Gamma$ ]  $B\Gamma\Sigma$  V; corr. Memus.  
 16. καί — 17.  $E\Pi$ ] bis V; corr. cp. 16.  $B\Sigma\Gamma$ ]  $B\Gamma\Sigma$  V

plano per axem ducto. ducantur igitur a  $\Theta$ ,  $E$  ad rectam  $\Theta E$  perpendiculares  $\Theta P$ ,  $E\Pi$ , per  $A$  autem rectae  $ME\Theta N$  parallela ducatur  $\Sigma AT$ , et fiat

$$\begin{aligned} \Theta E : E\Pi &= A\Sigma^2 : B\Sigma \times \Sigma\Gamma, \\ E\Theta : \Theta P &= AT^2 : OT \times T\Xi. \end{aligned}$$

iam quoniam conus, cuius uertex est punctum  $A$ , basis autem  $B\Gamma$  circulus, plano per axem sectus est, quod sectionem effecit triangulum  $AB\Gamma$ , et alio quoque plano sectus est, quod basim conii secundum rectam  $\Delta MZ$  secat ad  $B\Gamma$  perpendicularem et in superficie sectionem effecit  $\Delta EZ$ , et diametrus  $ME$  producta cum latere trianguli per axem positi extra uerticem conii concurrat, et per  $A$  punctum  $EM$  diametro sectionis parallela ducta est  $A\Sigma$ , et ab  $E$  ad  $EM$  perpendicularis ducta est  $E\Pi$ , et est

$$E\Theta : E\Pi = A\Sigma^2 : B\Sigma \times \Sigma\Gamma,$$

sectio  $\Delta EZ$  hyperbola est,  $E\Pi$  autem parametris rectarum ad  $EM$  ordinate ductarum, transuersum autem latus figurae  $\Theta E$  [prop. XII]. et eodem modo etiam  $H\Theta K$  hyperbola est, cuius diametrus est  $\Theta N$ , parametris autem rectarum ad  $\Theta N$  ordinate ductarum  $\Theta P$ , transuersum autem latus figurae  $\Theta E$ .

dico, esse  $\Theta P = E\Pi$ . nam quoniam  $B\Gamma$  rectae  $\Xi O$  parallela est, erit

$$A\Sigma : \Sigma\Gamma = AT : T\Xi, \quad A\Sigma : \Sigma B = AT : TO$$

[Eucl. VI, 4]. uerum

$$\begin{aligned} (A\Sigma : \Sigma\Gamma) \times (A\Sigma : \Sigma B) &= A\Sigma^2 : B\Sigma \times \Sigma\Gamma, \\ (AT : T\Xi) \times (AT : TO) &= AT^2 : \Xi T \times TO. \end{aligned}$$

(utroque loco); corr. Memus. 19. τεταγμένως] τετ- contorte V, τετα... mg. m. rec. 27.  $\Sigma\Gamma$ ]  $\Gamma V$ , corr. p. 28.  $\Sigma B$ ]  $B V$ ; corr. p. 29. τό] εν, supra scr. m. 1 V.



$AT$  πρὸς  $TO$  ὁ τοῦ ἀπὸ  $AT$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Xi TO$   
 ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ  $AS$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $B\Sigma\Gamma$ , οὕτως  
 τὸ ἀπὸ  $AT$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Xi TO$ . καὶ ἔστιν ὡς μὲν τὸ  
 ἀπὸ  $AS$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $B\Sigma\Gamma$ , ἢ  $\Theta E$  πρὸς  $E\Pi$ , ὡς δὲ  
 5 τὸ ἀπὸ  $AT$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Xi TO$ , ἢ  $\Theta E$  πρὸς  $\Theta P$ . καὶ  
 ὡς ἄρα ἢ  $\Theta E$  πρὸς  $E\Pi$ , ἢ  $E\Theta$  πρὸς  $\Theta P$ . ἴση ἄρα  
 ἔστιν ἢ  $E\Pi$  τῇ  $\Theta P$ .

ιε'.

Ἐὰν ἐν ἑλλείψει ἀπὸ τῆς διχοτομίας τῆς διαμέτρου  
 10 ἀχθεῖσα εὐθεῖα τεταγμένως ἐκβληθῇ ἐφ' ἐκάτερα ἕως  
 τῆς τομῆς, καὶ ποιηθῇ ὡς ἢ ἐκβληθεῖσα πρὸς τὴν  
 διάμετρον, ἢ διάμετρος πρὸς τινὰ εὐθεῖαν, ἥτις ἂν  
 ἀπὸ τῆς τομῆς ἀχθῇ ἐπὶ τὴν ἐκβληθεῖσαν παράλληλος  
 τῇ διαμέτρῳ, δυνησεται τὸ παρακείμενον παρὰ τὴν  
 15 τρίτην ἀνάλογον πλάτος ἔχον τὴν ὑπ' αὐτῆς ἀπολαμ-  
 βανομένην πρὸς τῇ τομῇ ἑλλείπον εἶδει ὁμοίῳ τῷ πε-  
 ριεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς ἐφ' ἣν ἄγονται καὶ τῆς παρ'  
 ἣν δύνανται, καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἐτέρου  
 μέρους τῆς τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ἐφ' ἣν  
 20 κατῆκται.

ἔστω ἑλλειψις, ἥς διάμετρος ἢ  $AB$ , καὶ τετμήσθω  
 ἢ  $AB$  δίχα κατὰ τὸ  $\Gamma$  σημεῖον, καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  ἤχθω  
 τεταγμένως καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἐκάτερα ἕως τῆς τομῆς  
 ἢ  $\Delta GE$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Delta$  σημείου τῇ  $\Delta E$  πρὸς ὀρθὰς  
 25 ἤχθω ἢ  $\Delta Z$ , καὶ ποιείσθω ὡς ἢ  $\Delta E$  πρὸς  $AB$ , οὕτως  
 ἢ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Delta Z$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  
 τομῆς τὸ  $H$ , καὶ διὰ τοῦ  $H$  τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω  
 ἢ  $H\Theta$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἢ  $EZ$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $\Theta$  τῇ

8. ιε'] p, om. V, m. 2 v. 11. ποιήση V, corr. Halley. 19.  
 μέρους] μέτρον V, corr. p et m. 2 v. 23. ἐκβεβλήσθω] cp,  
 ἐκβλήσθω V, corr. m. rec. 24. τοῦ] p, om. V.

erit igitur  $A\Sigma^2 : B\Sigma \times \Sigma\Gamma = AT^2 : \Xi T \times TO$ . est autem  $\Theta E : E\Pi = A\Sigma^2 : B\Sigma \times \Sigma\Gamma$ ,

$$\Theta E : \Theta P = AT^2 : \Xi T \times TO.$$

quare etiam  $\Theta E : E\Pi = E\Theta : \Theta P$ . ergo  $E\Pi = \Theta P$  [Eucl. V, 9].

## XV.

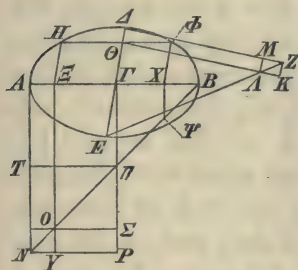
Si in ellipsi recta a puncto medio diametri ordinate ducta in utramque partem usque ad sectionem producitur, et fit, ut producta ad diametrum, ita diametrus ad rectam aliquam, quaelibet recta, quae a sectione ad productam diametro parallela ducitur, quadrata aequalis erit spatio tertiae illi proportionali adplicato, quod latitudinem habet rectam ab ea ad sectionem abscisam et figura deficit simili rectangulo ab ea, ad quam ducuntur, parametroque comprehenso, et ad alteram partem sectionis producta a recta, ad quam ducta est, in duas partes aequales secabitur.

sit ellipsis, cuius diametrus sit  $AB$ , et secetur  $AB$  in  $\Gamma$  puncto in duas partes aequales, et per  $\Gamma$  ordinate ducatur et in utramque

partem usque ad sectionem producatur  $\Delta\Gamma E$ , et a  $\Delta$  puncto ad  $\Delta E$  perpendicularis ducatur  $\Delta Z$ , fiatque

$$AB : \Delta Z = \Delta E : AB,$$

et sumatur punctum aliquod  $H$  in sectione, et per  $H$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $H\Theta$ ,



ducaturque  $EZ$ , et per  $\Theta$  rectae  $\Delta Z$  parallela ducatur  $\Theta A$ , per  $Z$ ,  $A$  autem rectae  $\Theta A$  parallelae ducantur

$\Delta Z$  παράλληλος ἤχθω ἢ  $\Theta A$ , δια δὲ τῶν  $Z, A$  τῆ  $\Theta A$   
 παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $ZK, AM$ . λέγω, ὅτι ἡ  $H\Theta$   
 δύναται τὸ  $\Delta A$ , ὃ παράκειται παρὰ τὴν  $\Delta Z$  πλάτος ἔχον  
 τὴν  $\Delta\Theta$  ἐλλείπον εἶδει τῶ  $\Delta Z$  ὁμοίῳ ὄντι τῶ ὑπὸ  $E\Delta Z$ .  
 5 ἔστω γὰρ παρ' ἣν δύνανται αἱ ἐπὶ τὴν  $AB$  κατ-  
 αγόμεναι τεταγμένως ἡ  $AN$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $BN$ , καὶ  
 διὰ μὲν τοῦ  $H$  τῆ  $\Delta E$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $H\Xi$ , δια  
 δὲ τῶν  $\Xi, \Gamma$  τῆ  $AN$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $\Xi O, \Gamma\Pi$ ,  
 διὰ δὲ τῶν  $N, O, \Pi$  τῆ  $AB$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  
 10  $NT, OS, TP$ . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς  $\Delta\Gamma$  τῶ  
 $A\Pi$ , τὸ δὲ ἀπὸ τῆς  $H\Xi$  τῶ  $AO$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  
 $BA$  πρὸς  $AN$ , οὕτως ἡ  $B\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Pi$ , καὶ ἡ  $\Pi T$  πρὸς  $TN$ ,  
 ἴση δὲ ἡ  $B\Gamma$  τῆ  $\Gamma A$ , τουτέστι τῆ  $T\Pi$ , καὶ ἡ  $\Gamma\Pi$  τῆ  $TA$ ,  
 ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν  $A\Pi$  τῶ  $TP$ , τὸ δὲ  $\Xi T$  τῶ  $TT$ .  
 15 καὶ ἐπεὶ τὸ  $OT$  τῶ  $OP$  ἐστίν ἴσον, κοινὸν δὲ τὸ  $NO$ ,  
 τὸ  $TT$  ἄρα ἴσον ἐστὶ τῶ  $N\Sigma$ . ἀλλὰ τὸ  $TT$  τῶ  $T\Xi$  ἐστίν  
 ἴσον, κοινὸν δὲ τὸ  $T\Sigma$ . ὅλον ἄρα τὸ  $N\Pi$ , τουτέστι τὸ  
 $\Pi A$ , ἴσον ἐστὶ τῶ  $AO$  μετὰ τοῦ  $\Pi O$ . ὥστε τὸ  $\Pi A$  τοῦ  
 $AO$  ὑπερέχει τῶ  $O\Pi$ . καὶ ἐστὶ το μὲν  $A\Pi$  ἴσον τῶ ἀπο  
 20 τῆς  $\Gamma A$ , τὸ δὲ  $AO$  ἴσον τῶ ἀπὸ τῆς  $\Xi H$ , τὸ δὲ  $O\Pi$  ἴσον  
 τῶ ὑπὸ  $OS\Pi$ . τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς  $\Gamma A$  τοῦ ἀπο τῆς  $H\Xi$   
 ὑπερέχει τῶ ὑπὸ τῶν  $OS\Pi$ . καὶ ἐπεὶ ἡ  $\Delta E$  τέτμηται  
 εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ  $\Gamma$ , εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ  $\Theta$ , τὸ ἄρα  
 ὑπὸ τῶν  $E\Theta A$  μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς  $\Gamma\Theta$ , τουτέστι τῆς  
 25  $\Xi H$ , ἴσον ἐστὶ τῶ ἀπὸ τῆς  $\Gamma A$ . τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς  $\Gamma A$   
 τοῦ ἀπὸ τῆς  $\Xi H$  ὑπερέχει τῶ ὑπὸ τῶν  $E\Theta A$ . ὑπερεῖχε  
 δὲ τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma A$  τοῦ ἀπὸ τῆς  $H\Xi$  τῶ ὑπὸ τῶν  
 $OS\Pi$ . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  $E\Theta A$  ἴσον ἐστὶ τῶ ὑπὸ τῶν  
 $OS\Pi$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $\Delta E$  πρὸς  $AB$ , οὕτως ἡ

1.  $\Theta A$ ]  $\Theta A V$ ; corr. p. 10.  $NT$ ]  $NTP$  Halley cum  
 Command.,  $NP$  p. 12. διὰ τὸ δ' [τοῦ] ε' mg. m. 1 V

$ZK, AM$ . dico, esse  $H\Theta^2 = \Delta A$ , quod rectae  $\Delta Z$  adplicatum est latitudinem habens  $\Delta\Theta$  et figura deficiens  $\Delta Z$  simili rectangulo  $E\Delta Z$ .

sit enim parametrus rectarum ad  $AB$  ordinate ductarum  $AN$ , ducaturque  $BN$ , et per  $H$  rectae  $\Delta E$  parallela ducatur  $H\Xi$ , per  $\Xi, \Gamma$  autem rectae  $AN$  parallelae ducantur  $\Xi O, \Gamma\Pi$ , per  $N, O, \Pi$  autem rectae  $AB$  parallelae ducantur  $N\Upsilon, O\Sigma, T\Pi$ ; itaque  $\Delta\Gamma^2 = \Delta\Pi, H\Xi^2 = AO$  [prop. XIII].

et quoniam est

$BA : AN = B\Gamma : \Gamma\Pi = \Pi T : TN$  [Eucl. VI, 4],  
et  $B\Gamma = \Gamma A = T\Pi, \Gamma\Pi = TA$ , erit  $\Delta\Pi = TP, \Xi T = T\Upsilon$  [Eucl. VI, 1]. et quoniam  $OT = OP$  [Eucl. I, 43], et  $NO$  commune est, erit  $T\Upsilon = N\Sigma$ . est autem  $T\Upsilon = T\Xi$ , et  $T\Sigma$  commune. quare  $N\Pi = AO + \Pi O$ , hoc est  $\Pi A = AO + \Pi O$ . itaque  $\Pi A \div AO = O\Pi$ . est autem

$$\Delta\Pi = \Delta A^2, AO = \Xi H^2, O\Pi = O\Sigma \times \Sigma\Pi;$$

itaque

$$\Delta A^2 \div H\Xi^2 = O\Sigma \times \Sigma\Pi.$$

et quoniam  $\Delta E$  in  $\Gamma$  in partes aequales, in  $\Theta$  autem in inaequales secta est, erit  $E\Theta \times \Theta\Delta + \Gamma\Theta^2 = \Delta A^2$  [Eucl. II, 5] =  $E\Theta \times \Theta\Delta + \Xi H^2$ . quare

$$\Delta A^2 \div \Xi H^2 = E\Theta \times \Theta\Delta.$$

erat autem

$$\Delta A^2 \div H\Xi^2 = O\Sigma \times \Sigma\Pi.$$

quare

$$E\Theta \times \Theta\Delta = O\Sigma \times \Sigma\Pi.$$

*στοιχείων* add. m. rec. 13.  $\Gamma\Pi$ ]  $B\Pi V$ ; corr. Memus.  $TA$ ] scripsi;  $\Pi N V, TN$  *ἔστιν ἴση* Halley, *tn* Command. et Memus.



$AB$  πρὸς τὴν  $\Delta Z$ , ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ  $\Delta E$  πρὸς τὴν  $\Delta Z$ , οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $AB$ ,  
 τουτέστι τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$ . καὶ ἔστι τῶ  
 ἀπὸ  $\Gamma\Delta$  ἴσον τὸ ὑπὸ  $\Pi\Gamma A$ , τουτέστι το ὑπὸ  $\Pi\Gamma B$ .  
 5 καὶ ὡς ἄρα ἡ  $E\Delta$  πρὸς  $\Delta Z$ , τουτέστιν ὡς ἡ  $E\Theta$   
 πρὸς  $\Theta A$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ τῶν  $E\Theta\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 τῶν  $\Delta\Theta A$ , οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν  $\Pi\Gamma B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $\Gamma B$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $\Pi\Sigma O$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $O\Sigma$ . καὶ  
 ἔστιν ἴσον τὸ ὑπὸ  $E\Theta\Delta$  τῶ ὑπὸ  $\Pi\Sigma O$ . ἴσον ἄρα  
 10 καὶ τὸ ὑπὸ  $\Delta\Theta A$  τῶ ἀπὸ τῆς  $O\Sigma$ , τουτέστι τῶ ἀπὸ  
 τῆς  $H\Theta$ . ἡ  $H\Theta$  ἄρα δύναται τὸ  $\Delta A$ , ὃ παράκειται  
 παρὰ τὴν  $\Delta Z$  ἐλλεῖπον εἶδει τῶ  $Z A$  ὁμοίῳ ὄντι τῶ  
 ὑπὸ τῶν  $E\Delta Z$ .

λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐκβαλλομένη ἡ  $\Theta H$  ἕως τοῦ  
 15 ἐτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς  $\Delta E$ .  
 ἐμβεβλήσθω γὰρ καὶ συμβαλλέτω τῇ τομῇ κατὰ τὸ  
 $\Phi$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $\Phi$  τῇ  $H\Xi$  παράλληλος ἤχθω ἡ  
 $\Phi X$ , διὰ δὲ τοῦ  $X$  τῇ  $AN$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $X\Psi$ .  
 καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ  $H\Xi$  τῇ  $\Phi X$ , ἴσον ἄρα καὶ τὸ  
 20 ἀπὸ τῆς  $H\Xi$  τῶ ἀπὸ τῆς  $\Phi X$ . ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς  
 $H\Xi$  ἴσον ἐστὶ τῶ ὑπὸ τῶν  $A\Xi O$ , τὸ δὲ ἀπὸ τῆς  $\Phi X$   
 ἴσον ἐστὶ τῶ ὑπὸ τῶν  $AX\Psi$ . ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν  
 ὡς ἡ  $O\Xi$  πρὸς τὴν  $\Psi X$ , οὕτως ἡ  $XA$  πρὸς  $A\Xi$ . καὶ  
 ἐστὶν ὡς ἡ  $O\Xi$  πρὸς τὴν  $\Psi X$ , οὕτως ἡ  $\Xi B$  πρὸς  
 25  $BX$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  $XA$  πρὸς  $A\Xi$ , οὕτως ἡ  $\Xi B$  πρὸς  
 $BX$ . καὶ διελόντι ὡς ἡ  $X\Xi$  πρὸς  $\Xi A$ , οὕτως ἡ  $X\Xi$   
 πρὸς  $XB$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $A\Xi$  τῇ  $XB$ . ἔστι δὲ καὶ  
 ἡ  $A\Gamma$  τῇ  $\Gamma B$  ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ  $\Xi\Gamma$  τῇ  $\Gamma X$  ἐστὶν

1. διὰ τὸ [πόρισμα τοῦ]  $\iota\theta'$  τοῦ [ $\varsigma'$ ] mg. m. 1 V. 3. διὰ  
 τὸ  $\iota\epsilon'$  [τοῦ  $\epsilon'$ ] mg. m. 1 V. Ad lineas seqq. haec mg. m. 1 V:  
 διὰ τὸ . . . .  $\varsigma'$  στοιχε . . . , διὰ τὸ . . . . . στοιχ. διὰ τὸ  $\delta'$   $\varsigma\varsigma$

et quoniam est  $\Delta E : AB = AB : \Delta Z$ , erit etiam [Eucl. V def. 9]

$\Delta E : \Delta Z = \Delta E^2 : AB^2 = \Gamma \Delta^2 : \Gamma B^2$  [Eucl. V, 15].  
est autem

$$\Gamma \Delta^2 = \Pi \Gamma \times \Gamma A = \Pi \Gamma \times \Gamma B.$$

quare etiam

$E \Theta : \Delta Z = \Pi \Gamma \times \Gamma B : \Gamma B^2 = E \Theta : \Theta \Lambda$   
[Eucl. VI, 4] =  $E \Theta \times \Theta \Lambda : \Delta \Theta \times \Theta \Lambda = \Pi \Sigma \times \Sigma O : O \Sigma^2$   
[ib.]. et est

$$E \Theta \times \Theta \Lambda = \Pi \Sigma \times \Sigma O.$$

quare [Eucl. V, 9]

$$\Delta \Theta \times \Theta \Lambda = O \Sigma^2 = H \Theta^2.$$

ergo  $H \Theta$  quadrata aequalis est rectangulo  $\Delta \Lambda$  ad  $\Delta Z$  adplicato, quod deficit figura  $Z \Lambda$  rectangulo  $E \Delta \times \Delta Z$  simili.

iam dico,  $\Theta H$  ad alteram partem sectionis productam a  $\Delta E$  in duas partes aequales secari.

producatur enim et cum sectione in  $\Phi$  concurrat, per  $\Phi$  autem rectae  $H \Xi$  parallela ducatur  $\Phi X$ , per  $X$  autem rectae  $AN$  parallela ducatur  $X \Psi$ . et quoniam est  $H \Xi = \Phi X$  [Eucl. I, 34], erit etiam  $H \Xi^2 = \Phi X^2$ .  
uerum

$H \Xi^2 = A \Xi \times \Xi O$ ,  $\Phi X^2 = AX \times X \Psi$  [prop. XIII].  
itaque [Eucl. VI, 16]

$$O \Xi : \Psi X = XA : A \Xi.$$

et  $O \Xi : \Psi X = \Xi B : BX$  [Eucl. VI, 4]. quare etiam  
 $XA : A \Xi = \Xi B : BX$ . et subtrahendo  $X \Xi : \Xi A = X \Xi : XB$   
[Eucl. V, 17]. itaque  $A \Xi = XB$  [Eucl. V, 9]. est

$\tau\acute{o} \alpha' \delta\iota \dots \tau\omicron\upsilon \delta' \varsigma' \varsigma'$ . 8.  $\delta\delta$   $\delta\iota\acute{\alpha}$   $\tau\acute{o}$   $\delta'$   $\tau\omicron\upsilon \delta' \varsigma'$   $\kappa\alpha\iota$   $\tau\acute{o}$   $\alpha'$  mg.  
m. 1 V. 14.  $\Theta H$ ]  $\Theta N$  V; corr. p ( $H \Theta$ ).

ἴση· ὥστε καὶ ἡ  $H\Theta$  τῆ  $\Theta\Phi$ . ἡ ἄρα  $\Theta H$  ἐκβαλλομένη ἕως τοῦ ἐτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς  $\Delta\Theta$ .

15'

5 Ἐὰν διὰ τῆς διχοτομίας τῆς πλαγίας πλευρᾶς τῶν ἀντικειμένων ἀχθῆ τις εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων συζυγῆς τῆ προὔπαρχούση διαμέτρῳ.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι, ὧν διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ  
10 τετημέσθω δίχα ἡ  $AB$  κατὰ τὸ  $\Gamma$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  ἤχθῳ παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἡ  $\Gamma\Delta$ . λέγω, ὅτι διάμετρος ἔστιν ἡ  $\Gamma\Delta$  συζυγῆς τῆ  $AB$ .

ἔστωσαν γὰρ παρ' ἃς δύνανται αἱ καταγόμεναι αἱ  
 $AE$ ,  $BZ$  εὐθεῖαι, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ  $AZ$ ,  $BE$  ἐκ-  
15 βεβλήσθωσαν, καὶ εἰλήφθω τι ἐπὶ τῆς ἐτέρας τῶν τομῶν τυχὸν σημεῖον τὸ  $H$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $H$  τῆ  $AB$  παράλληλος ἤχθῳ ἡ  $H\Theta$ , ἀπὸ δὲ τῶν  $H$ ,  $\Theta$  κατήχθωσαν τεταγμένως αἱ  $HK$ ,  $\Theta\Lambda$ , διὰ δὲ τῶν  $K$ ,  $\Lambda$  ταῖς  $AE$ ,  $BZ$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $KM$ ,  $\Lambda N$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν  
20 ἡ  $HK$  τῆ  $\Theta\Lambda$ , ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $HK$  τῷ ἀπὸ τῆς  $\Theta\Lambda$ . ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς  $HK$  ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ τῶν  $AKM$ , τὸ δὲ ἀπὸ τῆς  $\Theta\Lambda$  ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν  $B\Lambda N$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $AKM$  ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ  $B\Lambda N$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ  $AE$  τῆ  $BZ$ , ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $AE$  πρὸς  $AB$ ,  
25 οὕτως ἡ  $BZ$  πρὸς  $BA$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $AE$  πρὸς  $AB$ , οὕτως ἡ  $MK$  πρὸς  $KB$ , ὡς δὲ ἡ  $ZB$  πρὸς  $BA$ , οὕτως ἡ  $NA$  πρὸς  $AA$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  $MK$  πρὸς  $KB$ , οὕτως

1. ἡ] (pr.) p, om. V. 4. 15'] p, om. V, m. 2 v. 6. παρατεταγμένως κατηγμένη V; corr. Halley. 11. παρατεταγμένως κατηγμένη V; corr. Halley. 21. ἴσον] om. V; corr. p.

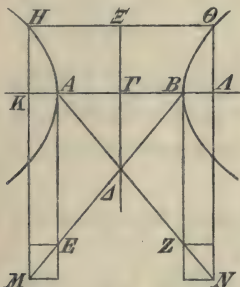
autem etiam  $AG = GB$ . quare etiam  $EG = GX$ . itaque etiam  $H\Theta = \Theta\Phi$ . ergo  $\Theta H$  ad alteram partem sectionis producta in duas partes aequales secatur a  $\Delta\Theta$ .

XVI.

Si per punctum medium lateris transuersi oppositarum recta rectae ordinate ductae parallela ducitur, diametrus erit oppositarum cum diametro proposita coniugata.

sint oppositae, quarum diametrus sit  $AB$ , et  $AB$  in  $\Gamma$  in duas partes aequales secetur, per  $\Gamma$  autem rectae ordinate ductae parallela ducatur  $\Gamma\Delta$ . dico,  $\Gamma\Delta$  diametrum esse cum diametro  $AB$  coniugatam.

sint enim parametri rectae  $AE$ ,  $BZ$ , et ductae  $AZ$ ,  $BE$  producantur, sumaturque in alterutra sectione



quoduis punctum  $H$ , et per  $H$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $H\Theta$ , ab  $H$ ,  $\Theta$  autem ordinate ducantur  $HK$ ,  $\Theta A$ , per  $K$ ,  $A$  autem rectis  $AE$ ,  $BZ$  parallelae ducantur  $KM$ ,  $AN$ . quoniam igitur

$$HK = \Theta A \text{ [Eucl. I, 34],}$$

erit etiam  $HK^2 = \Theta A^2$ . est autem

$$HK^2 = AK \times KM,$$

$$\Theta A^2 = BA \times AN \text{ [prop. XII;}$$

Eucl. I, 34]. quare  $AK \times KM = BA \times AN$ . et

quoniam  $AE = BZ$  [prop. XIV], erit

$$AE : AB = BZ : BA \text{ [Eucl. V, 9].}$$

22.  $AKM - \tau\omega\nu$ ] om. V; corr. p ( $KA, AE$ ; corr. Memus). 23.  $\delta\iota\alpha\ \tau\omicron\upsilon\ \lambda\delta' \tau\omicron\upsilon\ \alpha' \tau\omega\nu\ \sigma\tau\omicron\iota\chi\epsilon\iota\omega\nu$  mg. m. 1 V. 19.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ ] c,  $-i\nu$  in ras. m. 1 V. 25.  $BZ$ ] c, B eras. V;  $ZB$  p.



ἡ  $NA$  πρὸς τὴν  $AA$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $MK$  πρὸς τὴν  $KB$ ,  
 τῆς  $KA$  κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ  
 $MKA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BKA$ , ὡς δὲ ἡ  $NA$  πρὸς  $AA$ ,  
 τῆς  $BA$  κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ  
 5  $NAB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AAB$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $MKA$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $BKA$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $NAB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $AAB$ . καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ  $MKA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $NAB$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $BKA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AAB$ . καὶ  
 ἐστὶν ἴσον τὸ ὑπὸ  $MKA$  τῷ ὑπὸ  $NAB$ . ἴσον ἄρα  
 10 ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ  $BKA$  τῷ ὑπὸ  $AAB$ . ἴση ἄρα ἡ  $AK$   
 τῇ  $AB$ . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $AG$  τῇ  $GB$  ἴση· καὶ ὅλη ἄρα  
 ἡ  $KG$  ὅλη τῇ  $GA$  ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ  $HΞ$  τῇ  $ΞΘ$ .  
 ἡ  $HΘ$  ἄρα δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς  $ΞΓΔ$ · καὶ ἐστὶ παρ-  
 ἀλληλος τῇ  $AB$ · διάμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ  $ΞΓΔ$  συ-  
 15 ζυγῆς τῇ  $AB$ .

### ὄροι β'.

Τῆς ὑπερβολῆς καὶ τῆς ἐλλείψεως ἑκατέρας ἡ διχο-  
 τομία τῆς διαμέτρου κέντρον τῆς τομῆς καλεῖσθω, ἡ  
 δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν τομὴν προσπίπτουσα ἐκ  
 20 τοῦ κέντρου τῆς τομῆς.

ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἀντικειμένων ἡ διχοτομία τῆς  
 πλαγίας πλευρᾶς κέντρον καλεῖσθω.

ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἠγμένη παρὰ τεταγμένως  
 κατηγμένην μέσον τε λόγον ἔχουσα τῶν τοῦ εἴδους  
 25 πλευρῶν καὶ δίχα τεμνομένη ὑπὸ τοῦ κέντρου δευτέρα  
 διάμετρος καλεῖσθω.

3.  $NA$ ] εν,  $NA$  uel  $MAV$ ,  $KA$  p. 10. ἄρα] ἄρα καὶ εν,  
 ἄρα ἐστίν Eutocius. 13.  $ΞΓΔ$ ] εν,  $\Gamma$  ins. m. 1 V;  $\Delta\Gamma\Xi$  p.  
 21. ἀντικειμένων V; corr. ενp. 23. παρατεταγμένως V,  
 nt uulgo.

uerum  $AE : AB = MK : KB$ ,  $ZB : BA = NA : AA$   
 [Eucl. VI, 4]. itaque etiam

$$MK : KB = NA : AA.$$

est autem communi altitudine sumpta  $KA$

$$MK : KB = MK \times KA : BK \times KA,$$

et communi altitudine  $BA$  sumpta

$$NA : AA = NA \times AB : AA \times AB.$$

quare etiam

$$MK \times KA : BK \times KA = NA \times AB : AA \times AB.$$

et permutando

$$MK \times KA : NA \times AB = BK \times KA : AA \times AB$$

[Eucl. V, 16]. et

$$MK \times KA = NA \times AB.$$

quare etiam  $BK \times KA = AA \times AB$ . itaque  $AK = AB$

[u. Eutocius]. uerum etiam  $A\Gamma = \Gamma B$ . quare est

$K\Gamma = \Gamma A$ . quare etiam  $H\Xi = \Xi\Theta$  [Eucl. I, 34].

itaque  $H\Theta$  a  $\Xi\Gamma A$  in duas partes aequales secta est;

et rectae  $AB$  parallela est. ergo etiam  $\Xi\Gamma A$  dia-

metrus est et cum diametro  $AB$  coniugata [def. 6].

### Definitiones alterae.

1. Et in hyperbola et in ellipsi punctum medium diametri centrum sectionis uocetur, recta autem a centro ad sectionem ducta radius sectionis.

2. et similiter etiam in oppositis punctum medium lateris transuersi centrum uocetur.

3. recta autem a centro rectae ordinate ductae parallela ducta, quae et mediam rationem habet laterum figurae et a centro in duas partes aequales secatur, diameter altera uocetur.

ιζ'.

Ἐὰν ἐν κώνου τομῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς γραμμῆς ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

5 ἔστω κώνου τομῆ, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ . λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς, τουτέστι τοῦ  $A$  σημείου, παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

εἰ γὰρ δυνατόν, πιπτέτω ἐντὸς ὡς ἡ  $AG$ . ἐπεὶ οὖν  
 10 ἐν κώνου τομῇ εἴληπται τυχὸν σημεῖον τὸ  $\Gamma$ , ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  σημείου ἐντὸς τῆς τομῆς ἀγομένη παρὰ τεταγμένως κατηγμένην συμβαλεῖ τῇ  $AB$  διαμέτρῳ καὶ δίχα τμηθῆσεται ὑπ' αὐτῆς. ἡ  $AG$  ἄρα ἐκβαλλομένη  
 15 μένη γὰρ ἡ  $AG$  ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς. οὐκ ἄρα ἡ ἀπο τοῦ  $A$  σημείου παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς γραμμῆς· ἐκτὸς ἄρα πεσεῖται· διόπερ ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

ιη'.

20 Ἐὰν κώνου τομῇ εὐθεῖα συμπίπτουσα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτος πίπτῃ τῆς τομῆς, ληφθῆ δέ τι σημείου ἐντὸς τῆς τομῆς, καὶ δι' αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῆ τῇ συμπιπτούσῃ, ἡ ἀχθεῖσα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

25 ἔστω κώνου τομῆ καὶ συμπίπτουσα αὐτῇ ἡ  $AZB$  εὐθεῖα, καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τῆς τομῆς τὸ  $\Gamma$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῇ  $AB$  παράλληλος ἡχθῶ ἡ  $\Gamma\Delta$ .

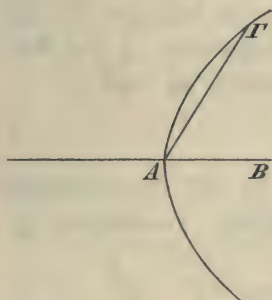
1. ιζ'] p, om. V, m. 2 v. 9.  $AG$ ] cnp,  $A$  e corr. m. 1 V.  
 19. ιη'] p, om. V, m. 2 v.

## XVII.

Si in sectione conici a uertice lineae rectae rectae ordinate ductae parallela ducitur, extra sectionem cadet.

sit conici sectio, cuius diametrus sit  $AB$ . dico, rectam a uertice, hoc est a puncto  $A$ , rectae ordinate ductae parallelam ductam extra sectionem cadere.

nam si fieri potest, intra cadat ut  $A\Gamma$ . iam quoniam in conici sectione sumptum est punctum aliquod



$\Gamma$ , recta a  $\Gamma$  puncto intra sectionem ducta rectae ordinate ductae parallela cum diametro  $AB$  concurrent et ab ea in duas partes aequales secabitur [prop. VII]. itaque  $A\Gamma$  producta ab  $AB$  in duas partes aequales secabitur; quod fieri non postet; producta enim  $A\Gamma$  extra sectionem

cadit [prop. X]. itaque recta ab  $A$  puncto rectae ordinate ductae parallela ducta intra lineam non cadet. ergo extra cadet; quare sectionem contingit.

## XVIII.

Si recta cum conici sectione concurrens in utramque partem producta extra sectionem cadit, et intra sectionem punctum aliquod sumitur, et per hoc rectae concurrenti parallela ducitur recta, recta ita ducta in utramque partem producta cum sectione concurrent.

sit conici sectio et cum ea concurrens recta  $AZB$ , et in utramque partem producta extra sectionem cadat,



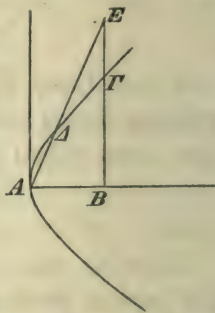
λέγω, ὅτι ἡ  $\Gamma\Delta$  ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $E$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $EZ$ . καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ  $AB$   
 5 τῇ  $\Gamma\Delta$ , καὶ τῇ  $AB$  συμπίπτει τις εὐθεῖα ἡ  $EZ$ , καὶ ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ  $EZ$ . καὶ εἰ μὲν μεταξὺ τῶν  $E, Z$ , φανερόν, ὅτι καὶ τῇ τομῇ συμπίπτει, ἐὰν δὲ ἐκτὸς τοῦ  $E$  σημείου, πρότερον τῇ τομῇ συμπεσεῖται. ἡ ἄρα  $\Gamma\Delta$  ἐκβαλλομένη ὡς ἐπὶ τὰ  $\Delta, E$   
 10 μέρη συμπίπτει τῇ τομῇ. ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι καὶ ὡς ἐπὶ τὰ  $Z, B$  ἐκβαλλομένη συμπίπτει. ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ιθ'.

Ἐν πάσῃ κώνου τομῇ, ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς διαμέτρου  
 15 παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀχθῇ, συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

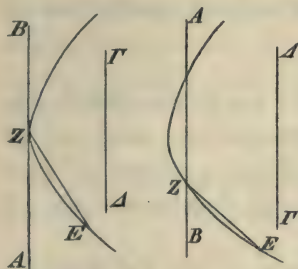
ἔστω κώνου τομῆ, ἥς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς διαμέτρου τὸ  $B$ , καὶ διὰ τοῦ  $B$   
 20 παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἄχθω ἡ  $B\Gamma$ . λέγω, ὅτι ἡ  $B\Gamma$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.



εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $\Delta$ . ἔστι δὲ καὶ τὸ  $A$  ἐπὶ  
 25 τῆς τομῆς. ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $\Delta$  ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς. καὶ ἐπεὶ ἡ ἀπὸ τοῦ  $A$  παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς, καὶ

et intra sectionem punctum aliquod  $\Gamma$  sumatur, et per  $\Gamma$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $\Gamma\Delta$ . dico,  $\Gamma\Delta$  in utramque partem productam cum sectione concurrere.

sumatur enim in sectione punctum aliquod  $E$ , et ducatur  $EZ$ . et quoniam  $AB$  rectae  $\Gamma\Delta$  parallela



est, et cum  $AB$  recta  $EZ$  concurrat, etiam  $\Gamma\Delta$  producta cum  $EZ$  concurrat. et siue inter  $E, Z$  concurrat, manifestum est, eam etiam cum sectione concurrere, siue extra punctum  $E$ , prius cum sectione concurrat. itaque  $\Gamma\Delta$  ad partes  $\Delta, E$  uersus producta

cum sectione concurrat. similiter demonstrabimus, eam etiam ad  $Z, B$  uersus productam concurrere. ergo  $\Gamma\Delta$  in utramque partem producta cum sectione concurrat.

XIX.

In qualibet conici sectione recta, quaecunque a diametro rectae ordinate ductae parallela ducitur, cum sectione concurrat.

sit conici sectio, cuius diametrus sit  $AB$ , et in diametro punctum aliquod  $B$  sumatur, et per  $B$  rectae ordinate ductae parallela ducatur  $B\Gamma$ . dico,  $B\Gamma$  productam cum sectione concurrere.

sumatur enim in sectione punctum aliquod  $\Delta$ ; uerum etiam  $A$  in sectione est; itaque recta ab  $A$  ad  $\Delta$  ducta intra sectionem cadet [prop. X]. et quoniam

In figura priore litteras  $A, B$  permutavi, altera in prop. 19 hab. V, sed numerus 18 (e corr.) additus ei est.

συμπίπτει αὐτῇ ἢ  $ΑΔ$ , καὶ ἐστὶ τῇ κατηγμένη παρα-  
 ἄλληλος ἢ  $ΒΓ$ , καὶ ἢ  $ΒΓ$  ἄρα συμπεσεῖται τῇ  $ΑΔ$ . καὶ  
 εἰ μὲν μεταξὺ τῶν  $Α, Δ$  σημείων, φανερόν, ὅτι καὶ  
 τῇ τομῇ συμπεσεῖται, εἰ δὲ ἐκτὸς τοῦ  $Δ$  ὡς κατὰ τὸ  $Ε$ ,  
 5 πρότερον τῇ τομῇ συμπεσεῖται. ἢ ἄρα ἀπὸ τοῦ  $Β$  παρα-  
 τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα συμπεσεῖται τῇ  
 τομῇ.

κ'.

Ἐὰν ἐν παραβολῇ ἀπὸ τῆς τομῆς καταχθῶσι δύο  
 εὐθεῖαι ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, ἔσται ὡς τὰ  
 10 ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως αἱ ἀπο-  
 τεμνόμεναι ὑπ' αὐτῶν ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ  
 κορυφῇ τῆς τομῆς.

ἔστω παραβολή, ἧς διάμετρος ἢ  $ΑΒ$ , καὶ εὐλόγηται  
 τινὰ σημεία ἐπ' αὐτῆς τὰ  $Γ, Δ$ , καὶ ἀπὸ τῶν  $Γ, Δ$   
 15 τεταγμένως κατήχθωσαν ἐπὶ τὴν  $ΑΒ$  αἱ  $ΓΕ, ΔΖ$ .  
 λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΔΖ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$ ,  
 οὕτως ἢ  $ΖΑ$  πρὸς  $ΑΕ$ .

ἔστω γὰρ παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι ἢ  $ΑΗ$ .  
 ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς  $ΔΖ$  τῷ ὑπὸ  $ΖΑΗ$ ,  
 20 τὸ δὲ ἀπὸ τῆς  $ΓΕ$  τῷ ὑπὸ τῶν  $ΕΑΗ$ . ἔστιν ἄρα,  
 ὡς τὸ ἀπὸ  $ΔΖ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΖΑΗ$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΕΑΗ$ . ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $ΖΑΗ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $ΕΑΗ$ , οὕτως ἢ  $ΖΑ$  πρὸς  $ΑΕ$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΔΖ$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$ , οὕτως ἢ  $ΖΑ$  πρὸς  $ΑΕ$ .

25

κα'.

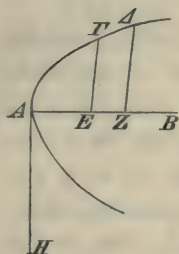
Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία  
 εὐθεῖαι ἀχθῶσι τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, ἔσται

7. κ'] p, om. V, m. 2 v. 25. κα'] p, om. V, m. 2 v. 26.  
 ἦ] (alt.) ἦ V; corr. p. περιφέρεια V; corr. p.

recta ab  $A$  rectae ordinate ductae parallela ducta extra sectionem cadit [prop XVII], et cum illa concurrat  $A\Delta$ , et  $B\Gamma$  rectae ordinate ductae parallela est, etiam  $B\Gamma$  cum  $A\Delta$  concurrat. et siue inter puncta  $A$ ,  $\Delta$  concurrat, manifestum est, eam etiam cum sectione concurrere, siue extra  $\Delta$  concurrat ut in  $E$ , prius cum sectione concurrat. ergo recta a  $B$  rectae ordinate ductae parallela ducta cum sectione concurrat.

XX.

Si in parabola a sectione duae rectae ad diametrum ordinate ducuntur, erunt, ut quadrata earum inter se, ita rectae ab iis e diametro ad uerticem sectionis abscissae.



sit parabola, cuius diameter sit  $AB$ , et in ea puncta aliqua sumantur  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , et a  $\Gamma$ ,  $\Delta$  ad  $AB$  ordinate ducantur  $\Gamma E$ ,  $\Delta Z$ . dico, esse

$$\Delta Z^2 : \Gamma E^2 = ZA : AE.$$

sit enim parametrum  $AH$ . est igitur [prop. XI]  $\Delta Z^2 = ZA \times AH$ ,  $\Gamma E^2 = EA \times AH$ . quare

$$\Delta Z^2 : \Gamma E^2 = ZA \times AH : EA \times AH.$$

est autem

$$ZA \times AH : EA \times AH = ZA : AE.$$

ergo etiam  $\Delta Z^2 : \Gamma E^2 = ZA : AE$ .

XXI.

Si in hyperbola uel ellipsi uel ambitu circuli rectae ad diametrum ordinate ducuntur, quadrata earum ad spatia comprehensa rectis ab iis ad terminos lateris



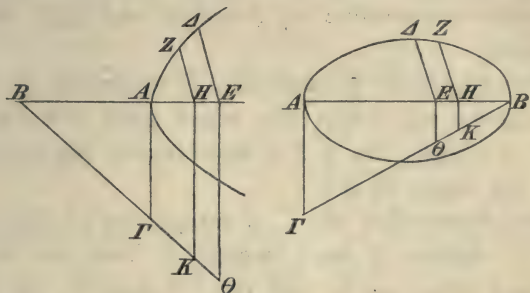
τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα πρὸς μὲν τὰ περιεχόμενα  
χωρία ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων ὑπ' αὐτῶν πρὸς τοῖς  
πέρασι τῆς πλαγίας πλευρᾶς τοῦ εἶδους ὡς τοῦ εἶδους  
ἢ ὀρθία πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν, πρὸς ἄλληλα δέ,  
5 ὡς τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν, ὡς εἴρηται, ἀπο-  
λαμβανομένων εὐθειῶν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣς  
διάμετρος μὲν ἢ  $AB$ , παρ' ἣν δὲ δύνανται αἱ κατ-  
αγόμεναι ἢ  $AG$ , καὶ κατήχθωσαν ἐπὶ τὴν διάμετρον  
10 τεταγμένως αἱ  $\Delta E$ ,  $ZH$ . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς μὲν τὸ  
ἀπὸ τῆς  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $AHB$ , οὕτως ἢ  $AG$   
πρὸς  $AB$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς  $ZH$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $\Delta E$ ,  
οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν  $AHB$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $AEB$ .

ἐπεξεύχθω γὰρ ἢ  $B\Gamma$  διορίζουσα τὸ εἶδος, καὶ διὰ  
15 τῶν  $E$ ,  $H$  τῇ  $AG$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $E\Theta$ ,  $HK$ .  
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς  $ZH$  τῷ ὑπὸ  $KHA$ , τὸ  
δὲ ἀπὸ τῆς  $\Delta E$  τῷ ὑπὸ  $\Theta EA$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς  
ἢ  $KH$  πρὸς  $HB$ , οὕτως ἢ  $GA$  πρὸς  $AB$ , ὡς δὲ ἢ  $KH$   
πρὸς  $HB$ , τῆς  $AH$  κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως  
20 τὸ ὑπὸ  $KHA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BHA$ , ὡς ἄρα ἢ  $GA$   
πρὸς  $AB$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $KHA$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $ZH$ ,  
πρὸς τὸ ὑπὸ  $BHA$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἐστὶ καί, ὡς τὸ  
ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BEA$ , οὕτως ἢ  $GA$  πρὸς  $AB$ .  
καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BHA$ , οὕτως  
25 τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BEA$ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ  
 $ZH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta E$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $BHA$  πρὸς τὸ  
ὑπὸ  $BEA$ .

2. ὑπολαμβανομένων V; corr. p. 7. ἢ] ἢ V; corr. p. ἢ]  
ἢ V; corr. p. 10. μὲν] cp, supra scr. m. 1 V. 14. BΓ]  
HBΓ V; corr. p. 16. KHA] KAH V; corr. Memus. 22.  
τά] om. V; corr. p. 23. ἢ] p, om. V in extr. lin. 24. πρὸς]  
π in ras. m. 1 V. 27. BEA] BE, EA V; corr. Memus.

transuersi figurae abscisis rationem habent, quam latus rectum figurae ad transuersum, inter se autem, quam spatia comprehensa rectis, uti diximus, abscisis.



sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit  $AB$ , parametris autem  $A\Gamma$ , et ad diametrum ordinate ducantur  $\Delta E$ ,  $ZH$ . dico, esse

$$ZH^2 : AH \times HB = A\Gamma : AB,$$

$$ZH^2 : \Delta E^2 = AH \times HB : AE \times EB.$$

ducatur enim  $B\Gamma$  diagonalis figurae, et per  $E$ ,  $H$  rectae  $A\Gamma$  parallelae ducantur  $E\Theta$ ,  $HK$ . est igitur [prop. XII—XIII; de circulo u. Eutocius]

$ZH^2 = KH \times HA$ ,  $\Delta E^2 = \Theta E \times EA$ . et quoniam est  $KH : HB = \Gamma A : AB$  [Eucl. VI, 4], et  $AH$  communi altitudine sumpta

$$KH : HB = KH \times HA : BH \times HA,$$

erit

$$\Gamma A : AB = KH \times HA : BH \times HA = ZH^2 : BH \times HA.$$

iam eodem modo erit  $\Delta E^2 : BE \times EA = \Gamma A : AB$ .

quare etiam  $ZH^2 : BH \times HA = \Delta E^2 : BE \times EA$ .

et permutando [Eucl. V, 16]

$$ZH^2 : \Delta E^2 = BH \times HA : BE \times EA.$$

κβ'.

Ἐὰν παραβολὴν ἢ ὑπερβολὴν εὐθεῖα τέμνη κατα  
 δύο σημεῖα μὴ συμπίπτουσα τῇ διαμέτρῳ ἐντός, ἐκ-  
 βαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς ἐκτός  
 5 τῆς τομῆς.

ἔστω παραβολὴ ἢ ὑπερβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ ,  
 καὶ τεμνέτω τις εὐθεῖα τὴν τομὴν κατὰ δύο σημεῖα  
 τὰ  $\Gamma, \Delta$ . λέγω, ὅτι ἡ  $\Gamma\Delta$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται  
 ἐκτός τῆς τομῆς τῆς  $AB$ .

10 κατήχθωσαν ἀπὸ τῶν  $\Gamma, \Delta$  τεταγμένως αἱ  $\Gamma E, \Delta B$ .  
 ἔστω δὲ πρῶτον ἡ τομὴ παραβολῆ. ἐπεὶ οὖν ἐν τῇ  
 παραβολῇ ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma E$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  
 $\Delta B$ , οὕτως ἡ  $EA$  πρὸς  $AB$ , μείζων δὲ ἡ  $AE$  τῆς  $AB$ ,  
 μείζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma E$  τοῦ ἀπὸ τῆς  $\Delta B$ .

15 ὥστε καὶ ἡ  $\Gamma E$  τῆς  $\Delta B$  μείζων ἐστί. καὶ εἰσι παρ-  
 ἀλληλοι· ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ  $AB$   
 διαμέτρῳ ἐκτός τῆς τομῆς.

ἀλλὰ δὴ ἔστω ὑπερβολή. ἐπεὶ οὖν ἐν τῇ ὑπερ-  
 βολεῖ ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma E$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $B\Delta$ ,  
 20 οὕτως τὸ ὑπὸ  $ZE\Lambda$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ZBA$ , μείζον ἄρα  
 καὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma E$  τοῦ ἀπὸ τῆς  $\Delta B$ . καὶ εἰσι παρ-  
 ἀλληλοι· ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ δια-  
 μέτρῳ τῆς τομῆς ἐκτός τῆς τομῆς.

κγ'.

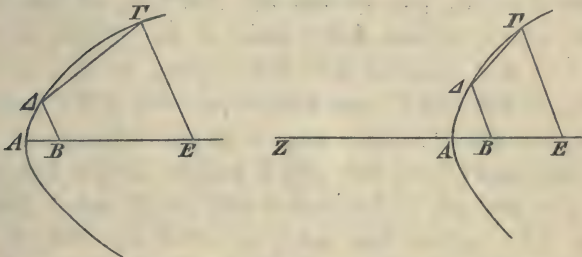
25 Ἐὰν ἔλλειψιν εὐθεῖα τέμνη μεταξὺν κειμένη τῶν  
 δύο διαμέτρων, ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ἐκατέρω τῶν  
 διαμέτρων ἐκτός τῆς τομῆς.

1. κβ'] p, om. V, m. 2 v. 13.  $AE$ ]  $AB$  V;  $EA$  p ( $A e$   
 corr.). 15.  $\Delta B$ ]  $AB$  V; corr. p. 16. ἄρα] p, om. V. 18.  
 Mg. m. 1  $\Delta i$  . . . V. 24. κγ'] p, om. V, m. 2 v.

XXII.

Si recta cum diametro non concurrens intra sectionem parabolam uel hyperbolam in duobus punctis secat, producta cum diametro sectionis extra sectionem concurret.

sit parabola uel hyperbola, cuius diameter sit  $AB$ , et recta aliqua sectionem secet in duobus punctis



$\Gamma$ ,  $\Delta$ . dico, rectam  $\Gamma\Delta$  productam cum diametro  $AB$  extra sectionem concurrere.

a  $\Gamma$ ,  $\Delta$  enim ordinate ducantur  $\Gamma E$ ,  $\Delta B$ ; prius autem sectio sit parabola. iam quoniam in parabola est  $\Gamma E^2 : \Delta B^2 = EA : AB$  [prop. XX], et  $AE > AB$ , erit etiam  $\Gamma E^2 > \Delta B^2$ . quare etiam  $\Gamma E > \Delta B$ . et sunt parallelae; itaque  $\Gamma\Delta$  producta cum diametro  $AB$  extra sectionem concurret.

iam uero sit hyperbola. quoniam igitur in hyperbola est  $\Gamma E^2 : B\Delta^2 = ZE \times EA : ZB \times BA$  [prop. XXI], erit etiam  $\Gamma E^2 > \Delta B^2$ . et sunt parallelae; itaque  $\Gamma\Delta$  producta cum diametro sectionis extra sectionem concurret.

XXIII.

Si recta ellipsim secat inter ambas diametros posita, producta cum utraque diametro extra sectionem concurret.



ἔστω ἔλλειψις, ἧς διάμετροι αἱ  $AB, \Gamma\Delta$ , καὶ τεμνέτω  
τις εὐθεῖα τὴν τομὴν ἢ  $EZ$  μεταξὺ κειμένη τῶν  $AB, \Gamma\Delta$   
διαμέτρων. λέγω, ὅτι ἢ  $EZ$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται  
ἐκατέρα τῶν  $AB, \Gamma\Delta$  ἐκτὸς τῆς τομῆς.

5 κατήχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  $E, Z$  τεταγμένως ἐπὶ  
μὲν τὴν  $AB$  αἱ  $HE, Z\Theta$ , ἐπὶ δὲ τὴν  $\Delta\Gamma$  αἱ  $EK, Z\Lambda$ .  
ἔστιν ἄρα, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τῆς  $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  
 $Z\Theta$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $BHA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $B\Theta A$ , ὡς δὲ  
τὸ ἀπὸ  $Z\Lambda$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EK$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $\Delta\Lambda\Gamma$   
10 πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta K\Gamma$ . καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ  $BHA$  μείζον  
τοῦ ὑπὸ  $B\Theta A$ . ἔγγιον γὰρ τὸ  $H$  τῆς διχοτομίας· τὸ  
δὲ ὑπὸ  $\Delta\Lambda\Gamma$  τοῦ ὑπὸ  $\Delta K\Gamma$  μείζον· μείζον ἄρα καὶ  
τὸ μὲν ἀπὸ τῆς  $HE$  τοῦ ἀπὸ  $Z\Theta$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $Z\Lambda$  τοῦ  
ἀπὸ  $EK$ . μείζων ἄρα καὶ ἢ μὲν  $HE$  τῆς  $Z\Theta$ , ἢ δὲ  
15  $Z\Lambda$  τῆς  $EK$ . καὶ ἔστι παράλληλος ἢ μὲν  $HE$  τῇ  $Z\Theta$ ,  
ἢ δὲ  $Z\Lambda$  τῇ  $EK$ . ἢ  $EZ$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται  
ἐκατέρα τῶν  $AB, \Gamma\Delta$  διαμέτρων ἐκτὸς τῆς τομῆς.

κδ'.

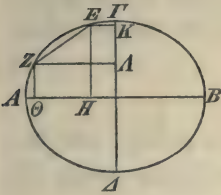
Ἐὰν παραβολῆ ἢ ὑπερβολῆ εὐθεῖα καθ' ἓν σημεῖον  
20 συμπίπτουσα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ τῆς  
τομῆς, συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ.

ἔστω παραβολῆ ἢ ὑπερβολῆ, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ ,  
καὶ συμπιπέτω αὐτῇ εὐθεῖα ἢ  $\Gamma\Delta E$  κατὰ τὸ  $\Delta$  καὶ  
ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πίπτέτω τῆς τομῆς.  
25 λέγω, ὅτι συμπεσεῖται τῇ  $AB$  διαμέτρῳ.

εὐλήφθω γὰρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $Z$ , καὶ

1. αἱ] p, om. V. 6. διὰ κα' τούτου τοῦ βιβλίου mg.  
m. 1 V. 6.  $Z\Lambda$ ]  $ZN$  V; corr. p. 10. ἔστι] e, ἔστιν V.  
11. διὰ τὸ ε' τοῦ β' στοιχ. mg. m. 1 V. 18. κδ'] p, om. V,  
m. 2 v.

sit ellipsis, cuius diametri sint  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , et recta  $EZ$  inter diametros  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  posita sectionem secet. dico, rectam  $EZ$  productam cum utraque diametro  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  extra sectionem concurrere.



ducantur enim ab  $E$ ,  $Z$  ad  $AB$  ordinate  $HE$ ,  $Z\Theta$ , ad  $\Delta\Gamma$  autem  $EK$ ,  $Z\Lambda$ . erit igitur [prop. XXI]

$$EH^2 : Z\Theta^2 = BH \times HA : B\Theta \times \Theta A,$$

$$Z\Lambda^2 : EK^2 = \Delta\Lambda \times \Delta\Gamma : \Delta K : K\Gamma.$$

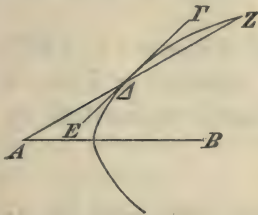
est autem  $BH \times HA > B\Theta \times \Theta A$ ;  $H$  enim puncto medio propius est [Eucl. II, 5]; et

$$\Delta\Lambda \times \Delta\Gamma > \Delta K \times K\Gamma \text{ [ib.]}$$

quare etiam  $HE^2 > Z\Theta^2$ ,  $Z\Lambda^2 > EK^2$ . itaque etiam  $HE > Z\Theta$ ,  $Z\Lambda > EK$ . et  $HE$  rectae  $Z\Theta$ ,  $Z\Lambda$  rectae  $EK$  parallela est. ergo  $EZ$  producta cum utraque diametro  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  extra sectionem concurrent.

XXIV.

Si recta cum parabola uel hyperbola in uno puncto concurrens in utramque partem producta extra sectionem cadit, cum diametro concurrent.



sit parabola uel hyperbola, cuius diameter sit  $AB$ , et recta  $\Gamma\Delta E$  cum ea in  $\Delta$  concurrat, et in utramque partem producta extra sectionem cadat.

dico, eam cum diametro  $AB$  concurrere.

sumatur enim in sectione punctum aliquod  $Z$ , et

ἐπεξεύχθω ἡ  $\Delta Z$ . ἡ  $\Delta Z$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς. συμπιπτέτω κατὰ τὸ  $A$  καὶ ἐστὶ μεταξὺ τῆς τε τομῆς καὶ τῆς  $Z\Delta A$  ἢ  $\Gamma\Delta E$ . καὶ ἡ  $\Gamma\Delta E$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ  
5 ἐκτὸς τῆς τομῆς.

κε'.

Ἐὰν ἐλλείψει εὐθεῖα συμπίπτουσα μεταξὺ τῶν δύο διαμέτρων ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ τῆς τομῆς, συμπεσεῖται ἐκατέρα τῶν διαμέτρων.

10 ἔστω ἔλλειψις, ἧς διάμετροι αἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , καὶ ταύτη συμπιπτέτω τις εὐθεῖα μεταξὺ τῶν δύο διαμέτρων ἢ  $EZ$  κατὰ τὸ  $H$  καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς. λέγω, ὅτι ἡ  $EZ$  συμπεσεῖται ἐκατέρα τῶν  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ .

15 κατήχθωσαν ἀπὸ τοῦ  $H$  ἐπὶ τὰς  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  τεταγμένως αἱ  $H\Theta$ ,  $HK$ . ἐπεὶ παράλληλός ἐστὶν ἡ  $HK$  τῇ  $AB$ , συμπέπτωκε δέ τις τῇ  $HK$  ἢ  $HZ$ , καὶ τῇ  $AB$  ἄρα συμπεσεῖται. ὁμοίως δὴ καὶ τῇ  $\Gamma\Delta$  συμπεσεῖται ἡ  $EZ$ .

κς'.

20 Ἐὰν ἐν παραβολῇ ἢ ὑπερβολῇ εὐθεῖα ἀχθῇ παρὰ τὴν διάμετρον τῆς τομῆς, συμπεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἐν μόνον σημεῖον.

ἔστω πρότερον παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $AB\Gamma$ , ὀρθία δὲ ἡ  $A\Delta$ , καὶ τῇ  $AB$  παράλληλος ἡχθῶ ἡ  
25  $EZ$ . λέγω, ὅτι ἡ  $EZ$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

2. τῆς] ἐκτὸς τῆς Halley. 5. τῆς] om. in extr. lin. V, corr. v p. 6. κε'] p, om. V, m. 2 v. 16. HK] (pr.) p, corr. ex  $\Theta K$  m. 1 V. 18. ἡ] p, om. V. 19. κς'] p, om. V, m. 2 v. 20. ἐν] addidi; om. V. 23. ἡ] p, om. V.

ducatur  $\Delta Z$ .  $\Delta Z$  igitur producta cum diametro sectionis concurret [prop. XXII]. concurrat in  $A$ . et  $\Gamma \Delta E$  inter sectionem et rectam  $Z \Delta A$  posita est. ergo etiam  $\Gamma \Delta E$  producta cum diametro extra sectionem concurret.

XXV.

Si recta cum ellipsi inter ambas diametros concurrens in utramque partem producta extra sectionem cadit, cum utraque diametro concurret.

sit ellipsis, cuius diametri sint  $AB$ ,  $\Gamma \Delta$ , et cum ea recta  $EZ$  inter ambas diametros concurrat in  $H$

et in utramque partem producta extra sectionem cadat. dico,  $EZ$  cum utraque diametro  $AB$ ,  $\Gamma \Delta$  concurrere.

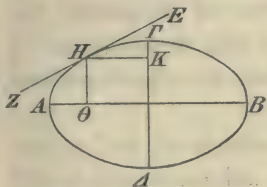
ab  $H$  ad  $AB$ ,  $\Gamma \Delta$  ordinate ducantur  $H\theta$ ,  $HK$ . quoniam  $HK$  rectae  $AB$  parallela

est, et recta aliqua  $HZ$  cum  $HK$  concurrit, etiam cum  $AB$  concurret. et eadem de causa etiam  $EZ$  cum  $\Gamma \Delta$  concurret.

XXVI.

Si in parabola uel hyperbola recta diametro sectionis parallela ducitur, cum sectione in uno puncto solo concurret.

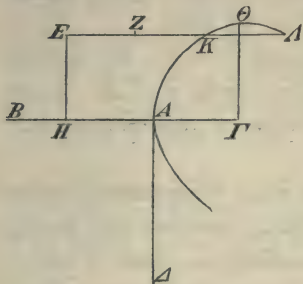
sit prius parabola, cuius diameter sit  $AB\Gamma$ , latus autem rectum  $A\Delta$ , et rectae  $AB$  parallela ducatur  $EZ$ . dico,  $EZ$  productam cum sectione concurrere.







sumatur enim in  $EZ$  punctum aliquod  $E$ , et ab  $E$  rectae ordinate ductae parallela ducatur  $EH$ , et sit



$\Delta A \times A\Gamma > HE^2$ , a  $\Gamma$  autem ordinate erigatur  $\Gamma\Theta$ . est igitur  $\Theta\Gamma^2 = \Delta A \times A\Gamma$  [prop. XI]. est autem

$$\Delta A \times A\Gamma > EH^2.$$

itaque etiam  $\Theta\Gamma^2 > EH^2$ ; quare etiam  $\Theta\Gamma > EH$ . et sunt parallelae;  $EZ$  igitur producta rectam  $\Theta\Gamma$  secat.

ergo etiam cum sectione concurrit.

concurrat in  $K$ .

iam dico, eam etiam in solo puncto  $K$  concurrere. nam si fieri potest, etiam in  $A$  concurrat. quoniam igitur recta parabolam in duobus punctis secat, producta cum diametro sectionis concurrent [prop. XXII]; quod fieri non potest. supposuimus enim, eas parallelas esse. ergo  $EZ$  producta in uno solo puncto cum sectione concurrit.

iam igitur sectio hyperbola sit,  $AB$  autem latus sectionis transuersum et  $AA$  latus rectum, ducaturque  $\Delta B$  et producatur. iisdem igitur praeparatis a  $\Gamma$  rectae  $AA$  parallela ducatur  $\Gamma M$ . iam quoniam

$$M\Gamma \times \Gamma A > \Delta A \times A\Gamma,$$

et

$$\Gamma\Theta^2 = M\Gamma \times \Gamma A \text{ [prop. XII],}$$

$$\Delta A \times A\Gamma > HE^2,$$

erit etiam  $\Gamma\Theta^2 > EH^2$ . quare etiam  $\Gamma\Theta > EH$ , et eadem, quae antea, euenient [prop. XXII].

κζ'.

Ἐὰν παραβολῆς τὴν διάμετρον εὐθεία τέμνη, ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ἔστω παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ ταύτην  
 5 τεμνέτω τις εὐθεία ἐντὸς τῆς τομῆς ἡ  $\Gamma\Delta$ . λέγω, ὅτι ἡ  $\Gamma\Delta$  ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ἦχθω γάρ τις ἀπὸ τοῦ  $A$  παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἡ  $AE$ . ἡ  $AE$  ἄρα ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.  
 10 ἦτοι δὴ ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $AE$  παράλληλός ἐστιν ἢ οὐ.

εἰ μὲν οὖν παράλληλός ἐστιν αὐτῇ, τεταγμένως κατῆκται, ὥστε ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

μὴ ἔστω δὴ παράλληλος τῇ  $AE$ , ἀλλ' ἐκβαλλομένη  
 15 συμπιπτέτω τῇ  $AE$  κατὰ τὸ  $E$ . ὅτι μὲν οὖν τῇ τομῇ συμπίπτει ἐπὶ τὰ μέρη, ἐφ' ἃ ἔστι τὸ  $E$ , φανερόν· εἰ γὰρ τῇ  $AE$  συμβάλλει, πολὺ πρότερον τέμνει τὴν τομῆν.

λέγω, ὅτι καὶ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἐκβαλλομένη συμπίπτει τῇ τομῇ. ἔστω γὰρ παρ' ἣν δύνανται ἡ  
 20  $MA$  καὶ τεταγμένως ἡ  $HZ$ , καὶ τὸ ἀπὸ  $A\Delta$  ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ  $BAZ$ , καὶ παρατεταγμένως ἡ  $BK$  συμπιπτέτω τῇ  $\Delta\Gamma$  κατὰ τὸ  $\Gamma$ . ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $ZAB$  τῷ ἀπὸ  $A\Delta$ , ἔστιν ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $A\Delta$ , ἡ  $\Delta A$  πρὸς  $AZ$ . καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ  $B\Delta$  πρὸς λοιπὴν τὴν  
 25  $\Delta Z$  ἐστίν, ὡς ἡ  $BA$  πρὸς  $A\Delta$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $B\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $Z\Delta$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $BA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Delta$ . ἐπειδὴ δὲ ἴσον τὸ ἀπὸ  $A\Delta$  τῷ ὑπὸ  $BAZ$ ,

1. κζ'] p, om. V, m. 2 v. 21. BAZ] BZA V; corr. p (τῶν BA, AZ). BK] scripsi cum Memo; GK V; BΓ p; ΓB Halley, sed in fig. K habet cum V. 23. διὰ ιζ' τοῦ ε' στοιχ. mg. m. 1 V.

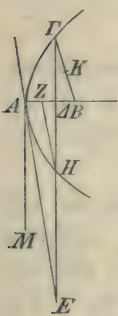
XXVII.

Si recta diametrum parabolae secat, in utramque partem producta cum sectione concurret.

sit parabola, cuius diametrus sit  $AB$ , et hanc recta aliqua  $\Gamma\Delta$  intra sectionem secet. dico,  $\Gamma\Delta$  in utramque partem productam cum sectione concurrere.

ducatur enim ab  $A$  rectae ordinate ductae parallela  $AE$ ;  $AE$  igitur extra sectionem cadet [prop. XVII].  $\Gamma\Delta$  igitur rectae  $AE$  aut parallela est aut non parallela.

si igitur ei parallela est, ordinate ducta est; quare in utramque partem producta cum sectione concurret



[prop. XIX]. ne sit igitur rectae  $AE$  parallela, et producta cum  $AE$  in  $E$  concurret. iam igitur eam ad partes  $E$  uersus cum sectione concurrere, manifestum est; nam si cum  $AE$  concurret, multo prius sectionem secat.

dico, eam etiam ad alteram partem productam cum sectione concurrere. sit enim  $MA$  parametris et  $HZ$  ordinate ducta, et sit  $A\Delta^2 = BA \times AZ$ , et  $BK$  rectae ordinate ductae parallela concurret cum  $\Delta\Gamma$  in  $\Gamma$ . quoniam  $ZA \times AB = A\Delta^2$ , erit  $AB : A\Delta = \Delta A : AZ$  [Eucl. VI, 17]. quare etiam  $B\Delta : \Delta Z = BA : A\Delta$  [Eucl. V, 19]. quare etiam

$$B\Delta^2 : Z\Delta^2 = BA^2 : A\Delta^2.$$

24. διὰ ἰθ' τοῦ ε' στοιχ. mg. m. 1 V. 25. διὰ κβ' τοῦ ε' στοιχ. mg. m. 1 V. 27. διὰ π τοῦ ἰθ' τοῦ ε' στοιχ. mg. m. 1 V.



ἔστιν ὡς ἡ  $BA$  πρὸς  $AZ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $BA$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $AΔ$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $BΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔZ$ .  
ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $BΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔZ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  
 $BΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZH$ , ὡς δὲ ἡ  $AB$  πρὸς  $AZ$ , οὕτως  
5 το ὑπὸ  $BAM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ZAM$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $BΓ$   
πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZH$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $BAM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $ZAM$ · καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ  $BΓ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BAM$ ,  
οὕτως τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ZAM$ . τὸ δὲ ἀπο  $ZH$   
ἴσον τῷ ὑπὸ  $ZAM$  διὰ τὴν τομὴν· καὶ τὸ ἀπὸ  $BΓ$  ἄρα  
10 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $BAM$ . πλαγία δὲ ἡ  $AM$ , παρα-  
τεταγμένως δὲ ἡ  $BΓ$ . ἡ ἄρα τομὴ ἔρχεται διὰ τοῦ  $Γ$ ,  
καὶ συμπίπτει τῇ τομῇ ἡ  $ΓΔ$  κατὰ τὸ  $Γ$ .

κη'.

Ἐὰν εὐθεῖα ἐφάπτηται μιᾶς τῶν ἀντικειμένων,  
15 ληφθῆ δέ τι σημεῖον ἐντὸς τῆς ἐτέρας τομῆς, καὶ δι'  
αὐτοῦ παράλληλος ἄχθῃ τῇ ἐφαπτομένῃ εὐθεῖα, ἐκ-  
βαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι, ὧν ἡ  $AB$  διάμετρος, καὶ τῆς  
 $A$  τομῆς ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ  $ΓΔ$ , καὶ εἰλήφθω  
20 τι σημεῖον ἐντὸς τῆς ἐτέρας τομῆς τὸ  $E$ , καὶ διὰ τοῦ  
 $E$  τῇ  $ΓΔ$  παράλληλος ἦχθω ἡ  $EZ$ . λέγω, ὅτι ἡ  $EZ$   
ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὅτι ἡ  $ΓΔ$  ἐκβαλλομένη συμ-  
πεσεῖται τῇ  $AB$  διαμέτρῳ, καὶ ἐστὶ παράλληλος αὐτῇ  
25 ἡ  $EZ$ , ἡ  $EZ$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέ-  
τρῳ· συμπιπτέτω κατὰ τὸ  $H$ , καὶ τῇ  $HB$  ἴση κείσθω  
ἡ  $AΘ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Θ$  τῇ  $ZE$  παράλληλος ἦχθω ἡ

1.  $AZ$ ] sic V, sed pro Z alia forma eiusdem litterae re-  
stituta manu 1. 2. τουτέστι —  $ΔZ$ ] bis V; corr. cp. 3. Mg.  
[διὰ δ'] τοῦ ε' m. 1 V. 5.  $BAM$ ]  $ABM$  V; corr. Memus.

quoniam autem est  $A\Delta^2 = BA \times AZ$ , erit

$$BA : AZ = BA^2 : A\Delta^2 \text{ [Eucl. V def. 9],}$$

hoc est  $BA : AZ = B\Delta^2 : AZ^2$ . est autem

$$B\Delta^2 : AZ^2 = B\Gamma^2 : ZH^2 \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

et  $AB : AZ = BA \times AM : ZA \times AM$ . itaque

$$B\Gamma^2 : ZH^2 = BA \times AM : ZA \times AM.$$

et permutando [Eucl. V, 16]

$$B\Gamma^2 : BA \times AM = ZH^2 : ZA \times AM.$$

uerum propter sectionem est  $ZH^2 = ZA \times AM$  [prop. XI]. quare etiam  $B\Gamma^2 = BA \times AM$ . uerum  $AM$  latus transuersum est et  $B\Gamma$  rectae ordinate ductae parallela. ergo sectio per  $\Gamma$  ueniet [prop. XX], et  $\Gamma\Delta$  cum sectione concurrit in  $\Gamma$ .

### XXVIII.

Si recta alterutram oppositarum contingit et intra alteram sectionem punctum aliquod sumitur, et per id recta contingenti parallela ducitur, haec in utramque partem producta cum sectione concurret.

sint oppositae, quarum diametrus sit  $AB$ , et sectionem  $A$  contingat recta  $\Gamma\Delta$ , et intra alteram sectionem punctum aliquod  $E$  sumatur, et per  $E$  rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $EZ$ . dico,  $EZ$  in utramque partem productam cum sectione concurrere.

quoniam igitur demonstrauius,  $\Gamma\Delta$  productam cum diametro  $AB$  concurrere [prop. XXIV], eique parallela est  $EZ$ ,  $EZ$  producta cum diametro concurret; concurrat in  $H$ , et ponatur  $A\Theta = HB$ , et per  $\Theta$  rectae  $ZE$  parallela ducatur  $\Theta K$ , ordinateque ducatur

8. πρὸς — ZH] bis V; corr. p. 11. [διὰ] κ' τοῦ[του τοῦ βιβλίου] mg. m. 1 V. 13. κη] p, om. V, m. 2 v.

$\Theta K$ , καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ  $ΚΛ$ , καὶ τῇ  $Λ\Theta$  ἴση  
 κείσθω ἡ  $ΗΜ$ , καὶ παρατεταγμένως ἤχθω ἡ  $ΜΝ$ ,  
 καὶ προσεκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας ἡ  $ΗΝ$ . καὶ ἐπεὶ  
 παράλληλός ἐστιν ἡ  $ΚΛ$  τῇ  $ΜΝ$ , ἡ δὲ  $Κ\Theta$  τῇ  $ΗΝ$ ,  
 5 καὶ μία εὐθεῖά ἐστιν ἡ  $ΛΜ$ , ὁμοίον ἐστὶ τὸ  $Κ\Theta Λ$   
 τρίγωνον τῷ  $ΗΜΝ$  τριγώνῳ. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ  $Λ\Theta$   
 τῇ  $ΗΜ$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΚΛ$  τῇ  $ΜΝ$ . ὥστε καὶ  
 τὸ ἀπὸ  $ΚΛ$  τῷ ἀπὸ  $ΜΝ$  ἴσον ἐστὶ. καὶ ἐπεὶ ἴση  
 ἐστὶν ἡ  $Λ\Theta$  τῇ  $ΗΜ$ , ἡ δὲ  $Λ\Theta$  τῇ  $ΒΗ$ , κοινὴ δὲ ἡ  
 10  $ΑΒ$ , ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΒΛ$  τῇ  $ΑΜ$ . ἴσον ἄρα ἐστὶ  
 τὸ ὑπὸ  $ΒΛΑ$  τῷ ὑπὸ  $ΑΜΒ$ . ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΒΛΑ$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΚΛ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΑΜΒ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $ΜΝ$ . καὶ ἐστὶν, ὡς τὸ ὑπὸ  $ΒΛΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΚ$ ,  
 ἡ πλάγια πρὸς τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΑΜΒ$   
 15 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΜΝ$ , ἡ πλάγια πρὸς τὴν ὀρθίαν. τὸ  $N$   
 ἄρα πρὸς τῇ τομῇ ἐστὶν. ἡ  $EZ$  ἄρα ἐκβαλλομένη  
 συμπεσεῖται τῇ τομῇ κατὰ τὸ  $N$ .

ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη  
 ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

20

κθ'.

Ἐὰν ἐν ἀντικειμέναις εὐθεῖαι προσπίπτῃ διὰ τοῦ  
 κέντρου πρὸς ὁποτέραν τῶν τομῶν, ἐκβαλλομένη τεμεῖ  
 τὴν ἑτέραν τομὴν.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετρος ἡ  $ΑΒ$ , κέντρον  
 25 δὲ τὸ  $Γ$ , καὶ ἡ  $ΓΔ$  τεμνέτω τὴν  $ΑΔ$  τομὴν. λέγω,  
 ὅτι καὶ τὴν ἑτέραν τομὴν τεμεῖ.

1.  $ΚΛ$ ]  $cnp$ ,  $\Theta K$   $e$  corr.  $m.$  1  $V.$  9.  $ΒΗ$ ]  $c$ ,  $B$   $e$  corr.  
 $m.$  1  $V.$  11.  $ΒΛΑ$ ]  $ΒΑΛ$   $V$ ; corr.  $p$  ( $ΒΛ$ ,  $ΛΑ$ ).  $ΒΛΑ$ ]  
 $ΒΑΛ$   $V$ ; corr.  $p$  (τῶν  $ΒΛ$ ,  $ΛΑ$ ). 20. κθ']  $p$ , om.  $V$ ,  $m.$  2  $v.$   
 21. διά]  $euan.$   $V.$  22. τεμεῖ  $V$ ; corr.  $p.$

$KA$ , et ponatur  $HM = A\Theta$ , et rectae ordinate ductae parallela ducatur  $MN$ , et in directum producat  $EH$ ,

ut fiat  $HN$ . iam quoniam  $KA$  rectae  $MN$ ,  $K\Theta$  rectae  $HN$  parallela est, et  $AM$  una est recta, erit

$$K\Theta A \sim HMN.$$

et  $A\Theta = HM$ ; quare

$$KA = MN$$

[Eucl. VI, 4]. quare etiam  $KA^2 = MN^2$ . et quoniam  $A\Theta = HM$ ,  $A\Theta = BH$ , et  $AB$  communis est, erit  $BA = AM$ . itaque erit

$$BA \times AA = AM \times MB.$$

quare

$$BA \times AA : KA^2 = AM \times MB : MN^2.$$

est autem ut  $BA \times AA$  ad  $KA^2$ , ita latus transuersum ad latus rectum [prop. XXI]. quare etiam ut

$$AM \times MB : MN^2,$$

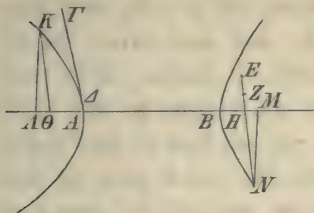
ita latus transuersum ad latus rectum. ergo  $N$  in sectione est [ib.]. ergo  $EZ$  producta cum sectione in  $N$  concurret.

iam similiter demonstrabimus, eam etiam ad alteram partem productam cum sectione concurrere.

### XXIX.

Si in oppositis recta per centrum ad utramvis sectionum adcidit, producta alteram sectionem secabit.

sint oppositae, quarum diametrus sit  $AB$ , centrum autem  $\Gamma$ , et  $\Gamma A$  sectionem  $AA$  secet. dico, eam etiam alteram sectionem secaturam esse.



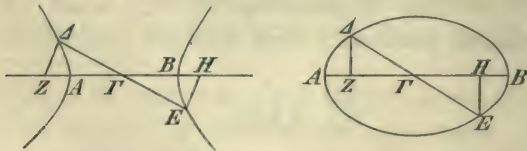


τεταγμένως γὰρ κατήχθω ἡ  $ΕΔ$ , καὶ τῇ  $ΑΕ$  ἴση  
 κείσθω ἡ  $ΒΖ$ , καὶ τεταγμένως ἴχθω ἡ  $ΖΗ$ . καὶ ἐπεὶ  
 ἴση ἐστὶν ἡ  $ΕΑ$  τῇ  $ΒΖ$ , κοινὴ δὲ ἡ  $ΑΒ$ , ἴσον ἄρα  
 τὸ ὑπὸ  $ΒΕΑ$  τῷ ὑπὸ  $ΑΖΒ$ . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς τὸ  
 5 ὑπὸ  $ΒΕΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν  
 ὀρθίαν, ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ  $ΑΖΒ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΖΗ$ ,  
 ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΒΕΑ$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΑΖΒ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $ΖΗ$ . ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $ΒΕΑ$  τῷ ὑπὸ  $ΑΖΒ$ . ἴσον ἄρα  
 10 καὶ τὸ ἀπὸ  $ΕΔ$  τῷ ἀπὸ  $ΖΗ$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  
 μὲν  $ΕΓ$  τῇ  $ΓΖ$ , ἡ δὲ  $ΔΕ$  τῇ  $ΖΗ$ , καὶ εὐθεΐά ἐστὶν  
 ἡ  $ΕΖ$ , καὶ παράλληλος ἡ  $ΕΔ$  τῇ  $ΖΗ$ , καὶ ἡ  $ΔΗ$  ἄρα  
 εὐθεΐά ἐστι. καὶ ἡ  $ΓΔ$  ἄρα τεμεῖ καὶ τὴν ἑτέραν τομῆν.

λ'.

15 Ἐὰν ἐν ἑλλείψει ἢ ἀντικειμέναις εὐθεΐα ἀχθῆ ἑφ'  
 ἑκάτερα τοῦ κέντρου συμπίπτουσα τῇ τομῇ, δίχα τμη-  
 θήσεται κατὰ τὸ κέντρον.

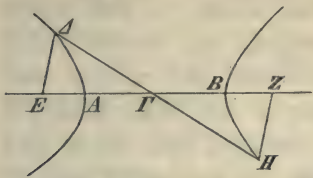
ἔστω ἑλλειψις ἢ ἀντικείμεναι, διάμετρος δὲ αὐτῶν  
 ἡ  $ΑΒ$ , κέντρον δὲ τὸ  $Γ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Γ$  ἴχθω τις  
 20 εὐθεΐα ἡ  $ΔΓΕ$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $ΓΔ$  τῇ  $ΓΕ$ .



ἴχθωσαν γὰρ τεταγμένως αἱ  $ΔΖ$ ,  $ΕΗ$ . καὶ ἐπεὶ  
 ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ  $ΒΖΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΖΔ$ , ἡ πλαγία

6. ἀλλά — 7. ὀρθίαν] om. V; corr. Memus; cfr. p. 92, 1.  
 10. ἀπό] (pr.) ὑπό V; corr. p. 14. λ'] p, om. V, m. 2 v.

ordinate enim ducatur  $E\Delta$ , et ponatur  $BZ = AE$ , ordinateque ducatur  $ZH$ . iam quoniam est  $EA = BZ$ ,



et  $AB$  communis est, erit  $BE \times EA = AZ \times ZB$ .

et quoniam est, ut

$$BE \times EA : \Delta E^2,$$

ita latus transuersum ad latus rectum, uerum etiam

ut  $AZ \times ZB : ZH^2$ , ita latus transuersum ad latus rectum [prop. XXI], erit etiam

$$BE \times EA : \Delta E^2 = AZ \times ZB : ZH^2.$$

est autem  $BE \times EA = AZ \times ZB$ . quare etiam  $E\Delta^2 = ZH^2$  [Eucl. V, 9].

quoniam igitur est  $E\Gamma = \Gamma Z$ ,  $\Delta E = ZH$ , et  $EZ$  recta est, et  $E\Delta$  rectae  $ZH$  parallela, etiam  $\Delta H$  recta est [cfr. Eucl. VI, 32]. ergo etiam  $\Gamma\Delta$  alteram quoque sectionem secabit.

### XXX.

Si in ellipsi uel oppositis recta ducitur ad utramque partem centri cum sectione concurrentis, in centro in duas partes aequales secabitur.

sint ellipsis uel oppositae, earumque diametrus  $AB$ , centrum autem  $\Gamma$ , et per  $\Gamma$  recta ducatur  $\Delta\Gamma E$ . dico, esse  $\Gamma\Delta = \Gamma E$ .

ordinate enim ducantur  $\Delta Z$ ,  $EH$ . et quoniam est, ut  $BZ \times ZA : Z\Delta^2$ , ita latus transuersum ad latus rectum, uerum etiam ut  $AH \times HB : HE^2$ , ita latus transuersum ad latus rectum [prop. XXI], erit

πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ  $AHB$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $HE$ , ἢ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ὡς ἄρα τὸ  
 ὑπὸ  $BZA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $Z\Delta$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $AHB$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $HE$ . καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ  $BZA$   
 5 πρὸς τὸ ὑπὸ  $AHB$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $\Delta Z$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $HE$ . ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $\Delta Z$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HE$ , οὕτως τὸ  
 ἀπὸ  $Z\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma H$ . ἐναλλάξ ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ  
 $BZA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $Z\Gamma$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $AHB$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $\Gamma H$ . καὶ ὡς ἄρα ἐπὶ μὲν τῆς ἐλλείψεως συνθέντι,  
 10 ἐπὶ δὲ τῶν ἀντικειμένων ἀνάπαλιν καὶ ἀναστρέψαντι  
 τὸ ἀπὸ  $A\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma Z$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $B\Gamma$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $\Gamma H$ . καὶ ἐναλλάξ. ἴσον δὲ τῷ ἀπὸ  $A\Gamma$  τὸ  
 ἀπὸ  $\Gamma B$ . ἴσον ἄρα καὶ τῷ ἀπὸ  $Z\Gamma$  τὸ ἀπὸ  $\Gamma H$ . ἴση  
 ἄρα ἡ  $Z\Gamma$  τῇ  $\Gamma H$ . καὶ εἰσι παράλληλοι αἱ  $\Delta Z$ ,  $HE$ .  
 15 ἴση ἄρα καὶ ἡ  $\Delta\Gamma$  τῇ  $\Gamma E$ .

λα'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἐπὶ τῆς πλαγίας πλευρᾶς τοῦ εἵδους  
 ληφθῇ τι σημεῖον μὴ ἐλάττονα ἀπολαμβάνον πρὸς τῇ  
 κορυφῇ τῆς τομῆς τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τοῦ εἵδους  
 20 πλευρᾶς, καὶ ἀπ' αὐτοῦ προσπέσῃ εὐθεῖα πρὸς τὴν  
 τομῆν, προσεκβληθεῖσα ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς κατὰ  
 τὰ ἐπόμενα μέρη τῆς τομῆς.

ἔστω ὑπερβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ εἰλήφθω  
 ἐπ' αὐτῆς σημεῖον ὅν τι τὸ  $\Gamma$  μὴ ἐλάττονα ἀπολαμ-  
 25 βάνον τὴν  $\Gamma B$  τῆς ἡμισείας τῆς  $AB$ , καὶ προσπιπέτω  
 τις εὐθεῖα πρὸς τὴν τομῆν ἡ  $\Gamma\Delta$ . λέγω, ὅτι ἡ  $\Gamma\Delta$   
 ἐκβαλλομένη ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

11. τό] (pr.) ὡς τό V; corr. p. Ante  $A\Gamma$  del. 1 litt. m. 1  
 V;  $A\Gamma$  cp.  $\Gamma Z$  — 12. ἀπό (pr.)] bis V; corr. vp. 12. καὶ  
 ἐναλλάξ] om. p, del. Halley. 16. λα'] p, om. V, m. 2 v. 21.  
 προσεκβληθεῖσα] scripsi; ἡ προσβληθεῖσα V.

etiam  $BZ \times ZA : ZA^2 = AH \times HB : HE^2$ . et permutando [Eucl. V, 16]

$$BZ \times ZA : AH \times HB = AZ^2 : HE^2.$$

est autem

$$AZ^2 : HE^2 = Z\Gamma^2 : \Gamma H^2 \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

permutando igitur

$$BZ \times ZA : Z\Gamma^2 = AH \times HB : \Gamma H^2 \text{ [Eucl. V, 16].}$$

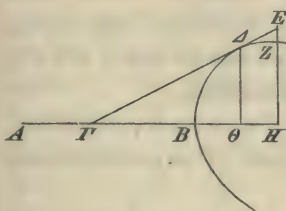
quare etiam, in ellipsi componendo [Eucl. V, 18], in oppositis autem e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] et conuertendo [Eucl. V, 19 coroll.],

$$A\Gamma^2 : \Gamma Z^2 = B\Gamma^2 : \Gamma H^2$$

[Eucl. II, 5]; et permutando. est autem  $\Gamma B^2 = A\Gamma^2$ . quare etiam  $\Gamma H^2 = Z\Gamma^2$ . itaque  $Z\Gamma = \Gamma H$ . et  $AZ$ ,  $HE$  parallelæ sunt. ergo etiam  $A\Gamma = \Gamma E$  [Eucl. VI, 4].

XXXI.

Si in hyperbola in latere transverso figuræ punctum sumitur ad uerticem sectionis rectam abscindens non minorem dimidio latere transverso figuræ, et ab eo recta ad sectionem adcidit, hæc producta intra sectionem cadet ad partes eius sequentes.



sit hyperbola, cuius diameter sit  $AB$ , et in ea punctum aliquod  $\Gamma$  sumatur abscindens  $\Gamma B$  non minorem dimidia  $AB$ , et ad sectionem adcidat recta  $\Gamma\Delta$ . dico,  $\Gamma\Delta$  productam intra sectionem cadere.



εἰ γὰρ δυνατόν, ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς ὡς ἰ  
 $\Gamma\Delta E$ , καὶ ἀπὸ τυχόντος σημείου τοῦ  $E$  τεταγμένως  
κατήχθω ἢ  $EH$ , καὶ ἢ  $\Delta\Theta$ , καὶ ἔστω πρότερον ἴση  
ἢ  $AG$  τῇ  $GB$ . καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\Theta$   
5 μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\Theta$ ,  
ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\Theta$ , οὕτως τὸ  
ἀπὸ  $H\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  διὰ τὸ παράλληλον εἶναι  
τὴν  $EH$  τῇ  $\Delta\Theta$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\Theta$ ,  
οὕτως τὸ ὑπὸ  $AHB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$  διὰ τὴν τομὴν,  
10 τὸ ἄρα ἀπὸ  $H\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  μείζονα λόγον ἔχει  
ἢπερ τὸ ὑπο  $AHB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$ . ἐναλλάξ ἄρα  
τὸ ἀπὸ  $GH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AHB$  μείζονα λόγον ἔχει  
ἢπερ τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$ . διελόντι ἄρα  
τὸ ἀπὸ  $GB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AHB$  μείζονα λόγον ἔχει  
15 ἢπερ τὸ ἀπὸ  $GB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$ . ὅπερ ἀδύνατον.  
οὐκ ἄρα ἢ  $\Gamma\Delta E$  ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς· ἐντὸς  
ἄρα. καὶ διὰ τοῦτο ἢ ἀπὸ τινος τῶν ἐπὶ τῆς  $AG$   
σημείων πολλῶ μᾶλλον ἐντὸς πεσεῖται, ἐπειδὴ καὶ τῆς  
 $\Gamma\Delta$  ἐντὸς πεσεῖται.

20

λβ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς διὰ τῆς κορυφῆς εὐθεῖα παρὰ  
τεταγμένως κατηγμένην ἀχθῆ, ἐφάπτεται τῆς τομῆς,  
καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε κώνου τομῆς καὶ τῆς  
εὐθείας ἑτέρα εὐθεῖα οἱ παρεμπεσεῖται.  
25 ἔστω κώνου τομὴ πρότερον ἢ καλουμένη παραβολή,  
ἣς διάμετρος ἢ  $AB$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  παρατεταγμένως  
ἤχθω ἢ  $AG$ .

ὅτι μὲν οὖν ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς, δέδεικται.

5. ἀπό] (alt.) om. V; corr. p. 9.  $AHB$ ] c, B e corr.  
m. 1 V. 11. τό] (pr.) τὸ ὑπὲρ τό V; corr. p.  $A\Theta B$ ] c,  
B e corr. m. 1 V. 20. λβ'] p, om. V, m. 2 v.

nam si fieri potest, extra sectionem cadat ut  $\Gamma\Delta E$ , et a puncto aliquo  $E$  ordinate ducatur  $EH$ , et item ducatur  $\Delta\Theta$ , et prius sit  $A\Gamma = \Gamma B$ . quoniam igitur est

$$EH^2 : \Delta\Theta^2 > ZH^2 : \Delta\Theta^2 \text{ [Eucl. V, 8],}$$

est autem

$$EH^2 : \Delta\Theta^2 = H\Gamma^2 : \Gamma\Theta^2,$$

quia  $EH$ ,  $\Delta\Theta$  parallelae sunt [Eucl. VI, 4], et

$$ZH^2 : \Delta\Theta^2 = AH \times HB : A\Theta \times \Theta B$$

propter sectionem [prop. XXI], erit

$$H\Gamma^2 : \Gamma\Theta^2 > AH \times HB : A\Theta \times \Theta B.$$

permutando igitur

$$\Gamma H^2 : AH \times HB > \Gamma\Theta^2 : A\Theta \times \Theta B.$$

dirimendo igitur  $\Gamma B^2 : AH \times HB > \Gamma B^2 : A\Theta \times \Theta B$  [u. Eutocius]; quod fieri non potest [Eucl. V, 8]. ergo  $\Gamma\Delta E$  extra sectionem non cadet; intra igitur. qua de causa recta a puncto aliquo rectae  $A\Gamma$  ducta multo magis intra sectionem cadet, quoniam etiam intra  $\Gamma\Delta$  cadet.

### XXXII.

Si per uerticem sectionis conii recta rectae ordinate ductae parallela ducitur, sectionem contingit, nec in spatium inter sectionem conii et rectam positum alia recta incidet.

prius conii sectio sit parabola, quae uocatur, cuius diametrus sit  $AB$ , et ab  $A$  rectae ordinate ductae parallela ducatur  $A\Gamma$ .

iam eam extra sectionem cadere, demonstraui[m]us [prop. XVII]. dico igitur, in spatium inter rectam  $A\Gamma$  et sectionem positum nullam aliam rectam incidere.

λέγω δὴ, ὅτι καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς  $ΑΓ$  εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.

εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτεύω ὡς ἡ  $ΑΔ$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τυχόν τὸ  $Δ$ , καὶ τεταγ-  
 5 μένωσ κατήχθω ἡ  $ΔΕ$ , καὶ ἔστω παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι τεταγμένωσ ἡ  $ΑΖ$ . καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$  μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ ἀπὸ  $ΗΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $ΗΕ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΖΑΕ$ , καὶ τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$   
 10 μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ ὑπὸ  $ΖΑΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ , τουτέστιν ἡ  $ΖΑ$  πρὸς  $ΑΕ$ . πεποιήσθω οὖν, ὡσ τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ , οὕτωσ ἡ  $ΖΑ$  πρὸς  $ΑΘ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Θ$  παράλληλος ἤχθω τῇ  $ΕΔ$  ἡ  $ΘΑΚ$ . ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡσ τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ , ἡ  
 15  $ΖΑ$  πρὸς  $ΑΘ$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $ΖΑΘ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΘ$ , καὶ ἐστὶν, ὡσ μὲν τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ , οὕτωσ τὸ ἀπὸ  $ΚΘ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΘΑ$ , τῷ δὲ ὑπὸ  $ΖΑΘ$  ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $ΘΑ$ , καὶ ὡσ ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΚΘ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΘΑ$ , οὕτωσ τὸ ἀπὸ  $ΑΘ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΘΑ$ . ἴση  
 20 ἄρα ἡ  $ΚΘ$  τῇ  $ΘΑ$ . ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς  $ΑΓ$  εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

ἔστω δὴ ἡ τομὴ ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣσ διάμετροσ ἡ  $ΑΒ$ , ὀρθία δὲ ἡ  $ΑΖ$ , καὶ  
 25 ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $ΒΖ$  ἐκβεβλήσθω, καὶ ἀπὸ τοῦ  $Α$  παρατεταγμένωσ ἤχθω ἡ  $ΑΓ$ .

ὅτι μὲν οὖν ἐκτὸσ πίπτει τῆσ τομῆσ, δέδεικται.

7. μείζονα — 8.  $ΕΑ$ ] om. V; corr. p (τῆσ  $ΗΕ$  et τῆσ  $ΕΑ$ ).

11. πεποιείσθω V; corr. p. 13.  $ΕΔ$ ]  $ΕΘ$  V; corr. p. 18. τό] (pr.) τῷ V; corr. p. 23. ἦ] ἡ V; corr. p. ἦ] ἡ V; corr. p.

nam si fieri potest, incidat ut  $A\Delta$ , et in ea sumatur punctum aliquod  $\Delta$ , et ordinate ducatur  $\Delta E$ , parametrum autem rectarum ordinate ductarum sit  $AZ$ . et quoniam est

$\Delta E^2 : EA^2 > HE^2 : EA^2$  [Eucl. V, 8],  
et  $HE^2 = ZA \times AE$  [prop. XI], erit etiam

$$\Delta E^2 : EA^2 > ZA \times AE : EA^2,$$

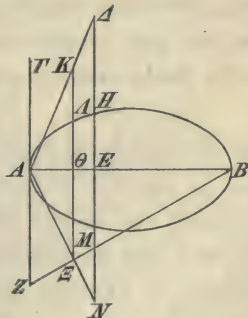
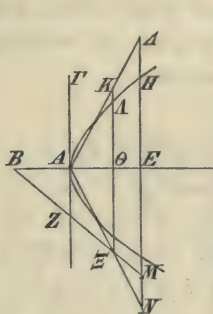
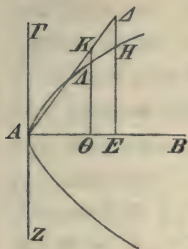
hoc est  $\Delta E^2 : EA^2 > ZA : AE$ . fiat igitur  $\Delta E^2 : EA^2 = ZA : A\Theta$ , et per  $\Theta$

rectae  $E\Delta$  parallela ducatur  $\Theta\Delta K$ . quoniam igitur est  $\Delta E^2 : EA^2 = ZA : A\Theta = ZA \times A\Theta : A\Theta^2$ , est autem [Eucl. VI, 4]  $\Delta E^2 : EA^2 = K\Theta^2 : \Theta A^2$ , et

$$ZA \times A\Theta = \Theta A^2 \text{ [prop. XI],}$$

erit etiam  $K\Theta^2 : \Theta A^2 = A\Theta^2 : \Theta A^2$ . quare  $K\Theta = \Theta A$  [Eucl. V, 9]; quod absurdum est. ergo in spatium inter rectam  $A\Gamma$  et sectionem positum nulla recta alia incidet.

iam sit sectio hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diameter sit  $AB$ , latus autem rectum



$AZ$ , et ducta  $BZ$  producat, ab  $A$  autem rectae ordinate ductae parallela ducatur  $A\Gamma$ .



λέγω δὴ, ὅτι καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς  $ΑΓ$  εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.

εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ὡς ἡ  $ΑΔ$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τυχόν τὸ  $Δ$ , καὶ τεταγ-  
 5 μένωσ ἀπ' αὐτοῦ κατήχθω ἡ  $ΔΕ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Ε$  τῆ  
 $ΑΖ$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $ΕΜ$ . καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ  $ΗΕ$   
 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΑΕΜ$ , πεποιήσθω τῷ ἀπὸ  $ΔΕ$  ἴσον  
 τὸ ὑπὸ  $ΑΕΝ$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $ΑΝ$  τεμνέτω τὴν  
 $ΖΜ$  κατὰ τὸ  $Ξ$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $Ξ$  τῆ  $ΖΑ$  παράλ-  
 10 ληλος ἤχθω ἡ  $ΞΘ$ , διὰ δὲ τοῦ  $Θ$  τῆ  $ΑΓ$  ἡ  $ΘΑΚ$ .  
 ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΑΕΝ$ , ἔστιν  
 ὡς ἡ  $ΝΕ$  πρὸς  $ΕΔ$ , ἡ  $ΔΕ$  πρὸς  $ΕΑ$ . καὶ ὡς ἄρα  
 ἡ  $ΝΕ$  πρὸς  $ΕΑ$ , τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ . ἀλλ'  
 ὡς μὲν ἡ  $ΝΕ$  πρὸς  $ΕΑ$ , ἡ  $ΞΘ$  πρὸς  $ΘΑ$ , ὡς δὲ τὸ  
 15 ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ , τὸ ἀπὸ  $ΚΘ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $ΘΑ$ . ὡς ἄρα ἡ  $ΞΘ$  πρὸς  $ΘΑ$ , τὸ ἀπὸ  $ΚΘ$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $ΘΑ$ . μέση ἄρα ἀνάλογόν ἐστὶν ἡ  $ΚΘ$  τῶν  $ΞΘΑ$ .  
 τὸ ἄρα ἀπὸ  $ΘΚ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΑΘΞ$ . ἔστι δὲ καὶ  
 τὸ ἀπὸ  $ΑΘ$  τῷ ὑπὸ  $ΑΘΞ$  ἴσον διὰ τὴν τομὴν. τὸ  
 20 ἄρα ἀπὸ  $ΚΘ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $ΘΑ$ . ὅπερ ἄτοπον.  
 οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε  $ΑΓ$  εὐθείας καὶ  
 τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

λγ'.

Ἐὰν ἐν παραβολῇ ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ  
 25 τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον καταχθῇ, καὶ τῆ ἀπο-  
 λαμβανομένη ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῆ  
 κορυφῇ τεθῆ ἴση ἐπ' εὐθείας ἀπ' ἄκρας αὐτῆς, ἡ ἀπὸ  
 τοῦ γενομένου σημείου ἐπὶ τὸ ληφθὲν σημεῖον ἐπι-  
 ζευγνυμένη ἐφάψεται τῆς τομῆς.

7. πεποιεῖσθω V; corr. p. τῷ] εν p, corr. ex τό m. 1 V.  
 23. λγ'] p, om. V, m. 2 v.

iam igitur eam extra sectionem cadere, demonstratum est [prop. XVII; Eucl. III, 16]. dico etiam, in spatium inter rectam  $AG$  et sectionem positum nullam aliam rectam incidere.

nam si fieri potest, incidat ut  $AD$ , et in ea punctum aliquod sumatur  $A$ , et ab eo ordinate ducatur  $AE$ , per  $E$  autem rectae  $AZ$  parallela ducatur  $EM$ . et quoniam est  $HE^2 = AE \times EM$  [prop. XII—XIII], fiat  $AE \times EN = AE^2$ , et ducta  $AN$  rectam  $ZM$  in  $\Xi$  secet, et per  $\Xi$  rectae  $ZA$  parallela ducatur  $\Xi\Theta$ , per  $\Theta$  autem rectae  $AG$  parallela  $\Theta AK$ . quoniam igitur  $AE^2 = AE \times EN$ , erit  $NE : EA = AE : EA$  [Eucl. VI, 17]; quare etiam  $NE : EA = AE^2 : EA^2$ . uerum  $NE : EA = \Xi\Theta : \Theta A$ ,  $AE^2 : EA^2 = K\Theta^2 : \Theta A^2$  [Eucl. VI, 4]. itaque  $\Xi\Theta : \Theta A = K\Theta^2 : \Theta A^2$ . media igitur proportionalis est  $K\Theta$  inter  $\Xi\Theta$ ,  $\Theta A$ . itaque [Eucl. VI, 17]  $\Theta K^2 = A\Theta \times \Theta \Xi$ . est autem etiam propter sectionem [prop. XII—XIII]  $A\Theta^2 = A\Theta \times \Theta \Xi$ . quare erit  $K\Theta^2 = A\Theta^2$ ; quod absurdum est. ergo in spatium inter rectam  $AG$  et sectionem alia recta non incidet.

## XXXIII.

Si in parabola punctum aliquod sumitur, et ab eo ad diametrum recta ordinate ducitur, et rectae ab ea de diametro ad uerticem abscisae aequalis recta a termino eius in directum ponitur, recta a puncto ita orto ad sumptum punctum ducta sectionem continget.

sit parabola, cuius diametrus sit  $AB$ , et ordinate ducatur  $\Gamma A$ , ponaturque  $AE = EA$ , et ducatur  $AG$ . dico,  $AG$  productam extra sectionem cadere.

ἔστω παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ κατήχθω τεταγμένως ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ τῇ  $E\Delta$  ἴση κείσθω ἡ  $AE$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AG$ . λέγω, ὅτι ἡ  $AG$  ἐκβαλλομένη ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

- 5 εἰ γὰρ δυνατόν, πιπτέω ἐντὸς ὡς ἡ  $\Gamma Z$ , καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ  $HB$ . καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ  $BH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ ἀπὸ  $ZB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$ , ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $ZB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $BA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Delta$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ
- 10  $HB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$ , ἡ  $BE$  πρὸς  $\Delta E$ , ἡ  $BE$  ἄρα πρὸς  $E\Delta$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ ἀπὸ  $BA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Delta$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $BE$  πρὸς  $E\Delta$ , τὸ τετράκις ἰπὸ  $BEA$  πρὸς τὸ τετράκις ὑπὸ  $AE\Delta$ . καὶ τὸ τετράκις ἄρα ὑπὸ τῶν  $BEA$  πρὸς τὸ τετράκις ὑπὸ  $AE\Delta$  μεί-
- 15 ζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ ἀπὸ  $BA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Delta$ . ἐναλλάξ ἄρα τὸ τετράκις ὑπὸ  $BEA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AB$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ τετράκις ὑπὸ  $AE\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Delta$ . ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἴσης γὰρ οὔσης τῆς  $AE$  τῇ  $E\Delta$  τὸ τετράκις ὑπὸ  $AE\Delta$  τῷ ἀπὸ  $A\Delta$
- 20 ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ τετράκις ὑπὸ  $BEA$  τοῦ ἀπὸ  $BA$  ἐστὶν ἔλασσον. τῆς γὰρ  $AB$  οὐκ ἐστὶ διχοτομία τὸ  $E$  σημεῖον. οὐκ ἄρα ἡ  $AG$  ἐντὸς πίπτει τῆς τομῆς· ἐφάπτεται ἄρα.

λδ'.

- 25 Ἐὰν ἐπὶ ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας ληφθῆ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ καταχθῆ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, καὶ ὃν ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλας αἱ ἀποτεμνόμεναι ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τοῖς πέρασι τῆς πλαγίας τοῦ εἶδους

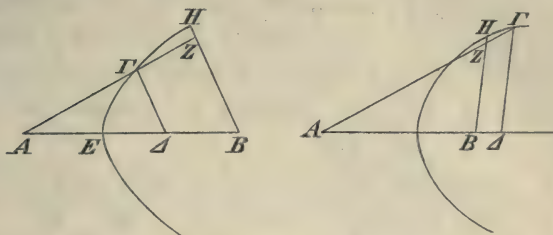
12. τό] (alt.) om. V; corr. p.  
corr. p.

20. τράκις V; corr. cp.

14. ὑπό] (alt.) ἄρα ὑπό V;  
22. ἐντός] ἐκτός V; corr. p.

24. λδ'] p, om. V, m. 2 v.

nam si fieri potest, cadat intra ut  $\Gamma Z$ , et ordinate ducatur  $HB$ . et quoniam est  $BH^2 : \Gamma \Delta^2 > ZB^2 : \Gamma \Delta^2$



[Eucl. V, 8], est autem  $ZB^2 : \Gamma \Delta^2 = BA^2 : A \Delta^2$   
 [Eucl. VI, 4],  $BH^2 : \Gamma \Delta^2 = BE : \Delta E$  [prop. XX], erit  
 $BE : E \Delta > BA^2 : A \Delta^2$ .

est autem

$$BE : E \Delta = 4BE \times EA : 4AE \times E \Delta.$$

quare etiam

$$4BE \times EA : 4AE \times E \Delta > BA^2 : A \Delta^2.$$

permutando igitur

$$4BE \times EA : AB^2 > 4AE \times E \Delta : A \Delta^2;$$

quod fieri non potest; nam quoniam est  $AE = E \Delta$ ,  
 erit  $4AE \times E \Delta = A \Delta^2$ ; est autem  $4BE \times EA < BA^2$   
 [Eucl. II, 5]; neque enim  $E$  medium punctum est.  
 itaque  $A \Gamma$  intra sectionem non cadit. ergo contingit.

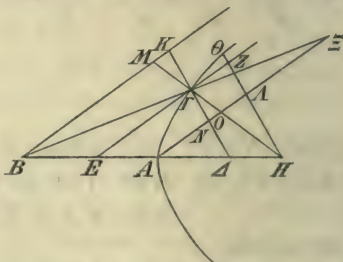
### XXXIV.

Si in hyperbola uel ellipsi uel ambitu circuli punctum sumitur, et ab eo recta ordinate ad diametrum ducitur, et quam rationem habent inter se rectae ab ordinate ducta ad terminos lateris transuersi figurae abscisae, eam habent partes lateris transuersi, ita ut



πλευρᾶς, τοῦτον ἔχη τὰ τμήματα τῆς πλαγίας πλευρᾶς, ὥστε ὁμόλογα εἶναι τὰ πρὸς τῇ κορυφῇ τμήματα, ἢ τὸ ἐπὶ τῆς πλαγίας πλευρᾶς ληφθὲν σημεῖον καὶ τὸ ἐπὶ τῆς τομῆς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα ἐφάπεται τῆς τομῆς.

5 ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἧς διάμετρος ἢ  $AB$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $\Gamma$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  τεταγμένως ἤχθω ἢ  $\Gamma\Delta$ , καὶ πεποιήσθω  
 10 ὡς ἢ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta A$ , οὕτως ἢ  $BE$  πρὸς  $EA$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $E\Gamma$ . λέγω, ὅτι ἢ  $\Gamma E$  ἐφάπεται τῆς τομῆς.



15 εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτω ὡς ἢ  $E\Gamma Z$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τὸ  $Z$ , καὶ τεταγμένως κατήχθω ἢ  $HZ\Theta$ , καὶ ἤχθωσαν διὰ τῶν  $A, B$  τῇ  $E\Gamma$  παράλληλοι αἱ  $A\Delta, BK$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ  $\Delta\Gamma, B\Gamma, H\Gamma$  ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ  $M, \Xi, K$  σημεία. καὶ ἐπεὶ ἐστίν,  
 20 ὡς ἢ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta A$ , οὕτως ἢ  $BE$  πρὸς  $EA$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἢ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta A$ , οὕτως ἢ  $BK$  πρὸς  $AN$ , ὡς δὲ ἢ  $BE$  πρὸς  $AE$ , οὕτως ἢ  $B\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Xi$ , τουτέστιν ἢ  $BK$  πρὸς  $\Xi N$ , ὡς ἄρα ἢ  $BK$  πρὸς  $AN$ , ἢ  $BK$  πρὸς  $N\Xi$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἢ  $AN$  τῇ  $N\Xi$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $AN\Xi$   
 25 μείζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ  $AO\Xi$ . ἢ  $N\Xi$  ἄρα πρὸς  $\Xi O$  μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ ἢ  $OA$  πρὸς  $AN$ . ἀλλ' ὡς ἢ  $N\Xi$  πρὸς  $\Xi O$ , ἢ  $KB$  πρὸς  $BM$ . ἢ  $KB$  ἄρα πρὸς  $BM$  μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ ἢ  $OA$  πρὸς  $AN$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $KB, AN$  μείζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ  $MB, AO$ . ὥστε τὸ

5. ἦ] ἢ V; corr. p. ἦ] ἢ V; corr. p. 9. πεποιείσθω V; corr. p. 17.  $HZ\Theta$ ]  $H\Xi\Theta$  V; corr. Memus;  $\Theta ZH$  p.

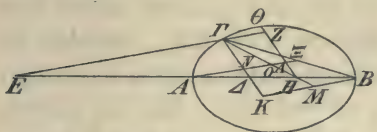
partes ad uerticem positae inter se respondeant, recta punctum in latere transuerso sumptum punctumque in sectione sumptum coniungens sectionem continget.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit  $AB$ , et in sectione punctum aliquod sumatur  $\Gamma$ , et a  $\Gamma$  ordinate ducatur  $\Gamma\Delta$ , et fiat

$$B\Delta : \Delta A = BE : EA,$$

ducaturque  $E\Gamma$ . dico,

$\Gamma E$  sectionem contingere.



nam si fieri potest,

secet ut  $E\Gamma Z$ , et in ea punctum aliquod sumatur  $Z$ , ordinateque ducatur  $HZ\Theta$ , et per  $A, B$  rectae  $E\Gamma$  parallelae ducantur  $A\Delta, BK$ , et ductae  $\Delta\Gamma, B\Gamma, H\Gamma$  ad puncta  $M, \Xi, K$  producantur. et quoniam est

$$B\Delta : \Delta A = BE : EA,$$

est autem etiam

$$B\Delta : \Delta A = BK : AN \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

et [Eucl. VI, 2]

$$BE : AE = B\Gamma : \Gamma\Xi = BK : \Xi N \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

erit

$$BK : AN = BK : N\Xi.$$

itaque  $AN = N\Xi$  [Eucl. V, 9]. quare

$$AN \times N\Xi > AO \times O\Xi \text{ [Eucl. II, 5].}$$

itaque  $N\Xi : \Xi O > OA : AN$  [u. Eutocius]. est autem

$$N\Xi : \Xi O = KB : BM \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

itaque  $KB : BM > OA : AN$ . quare

$$KB \times AN > MB \times AO.$$

itaque  $KB \times AN : \Gamma E^2 > MB \times AO : \Gamma E^2$  [Eucl. V, 8].

19.  $K, \Xi, M$  Halley.

25.  $\eta N\Xi$ ]  $\eta\nu \xi\bar{o}$  V, sed o del. m. 1;

corr. cp.

ὑπὸ  $KB$ ,  $AN$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$  μείζονα λόγον ἔχει  
 ἢπερ τὸ ὑπὸ  $MB$ ,  $AO$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$ . ἀλλ' ὡς μὲν  
 τὸ ὑπὸ  $KB$ ,  $AN$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $BΔA$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν  $BKΔ$ ,  $ΕΓΔ$ ,  
 5  $NAΔ$  τριγώνων, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $MB$ ,  $AO$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $ΓΕ$ , οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $BHA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HE$ . τὸ  
 ἄρα ὑπὸ  $BΔA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  μείζονα λόγον ἔχει  
 ἢπερ τὸ ὑπὸ  $BHA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HE$ . ἐναλλάξ τὸ  
 ἄρα ὑπὸ  $BΔA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AH$ ,  $BH$  μείζονα λόγον ἔχει  
 10 ἢπερ τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EH$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ  
 ὑπὸ  $BΔA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AHB$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $ΓΔ$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $HΘ$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EH$ ,  
 οὕτως τὸ ἀπὸ  $ΓΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZH$ . καὶ τὸ ἀπὸ  $ΓΔ$   
 ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΘH$  μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ  
 15 ἀπὸ  $ΓΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZH$ . ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΘH$   
 τῆς  $ZH$ . ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ  $ΕΓ$  τέμνει  
 τὴν τομὴν· ἐφάπτεται ἄρα.

λε'.

Ἐὰν παραβολῆς εὐθεία ἐφάπτηται συμπίπτουσα τῇ  
 20 διαμέτρῳ ἐκτὸς τῆς τομῆς, ἢ ἀπὸ τῆς ἀφῆς εὐθεία  
 ἀχθεῖσα τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον ἴσην ἀπολήψε-  
 ται ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς τῇ  
 μεταξὺ αὐτῆς καὶ τῆς ἐφαπτομένης, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ  
 τόπον τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς τομῆς οὐδεμία εὐθεία  
 25 παρεμπεσεῖται.

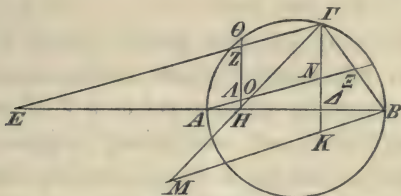
ἔστω παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ τεταγμένως  
 ἀνήχθω ἡ  $BΓ$ , καὶ ἔστω ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ  $ΑΓ$ .  
 λέγω, ὅτι ἡ  $AH$  ἴση ἐστὶ τῇ  $HB$ .

13.  $ZH$  — 14. ἀπό] bis V; corr. p. 18. λε'] p, om. V,  
 m. 2 v. 23. αὐτῆς] αὐτῇ V; corr. p.

est autem propter similitudinem triangulorum  $BK\Delta$ ,  $E\Gamma\Delta$ ,  $NA\Delta$  [u. Eutocius]

$$KB \times AN : \Gamma E^2 = B\Delta \times \Delta A : \Delta E^2,$$

et  $MB \times AO : \Gamma E^2 = BH \times HA : HE^2$ . itaque erit  $B\Delta \times \Delta A : \Delta E^2 > BH \times HA : HE^2$ . permutando



igitur  $B\Delta \times \Delta A : BH \times HA > \Delta E^2 : EH^2$ . est autem  $B\Delta \times \Delta A : BH \times HA = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$  [prop. XXI] et  $\Delta E^2 : EH^2 = \Gamma\Delta^2 : ZH^2$  [Eucl. VI, 4]. itaque etiam  $\Gamma\Delta^2 : \Theta H^2 > \Gamma\Delta^2 : ZH^2$ . quare  $\Theta H < ZH$  [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest. ergo  $E\Gamma$  sectionem non secat; contingit igitur.

XXXV.

Si parabolam recta contingit cum diametro extra sectionem concurrens, recta a puncto contactus ad diametrum ordinate ducta de diametro ad uerticem sectionis rectam abscindet aequalem rectae inter eum contingentemque positae, et in spatium inter contingentem et sectionem positum nulla recta incidet.

sit parabola, cuius diametrus sit  $AB$ , et ordinate ducatur  $B\Gamma$ , contingatque sectionem  $A\Gamma$ . dico, esse  $AH = HB$ .

nam si fieri potest, sit inaequalis, et ponatur  $HE = AH$ , ducaturque ordinate  $EZ$ , et ducatur  $AZ$ .  $AZ$  igitur



εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἄνισος αὐτῆ, καὶ τῆ  $AH$  ἴση κείσθω ἡ  $HE$ , καὶ τεταγμένως ἀνήχθω ἡ  $EZ$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AZ$ . ἡ  $AZ$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῆ  $AG$  εὐθείᾳ· ὅπερ ἀδύνατον· δυεῖν γὰρ 5 ἔσται εὐθειῶν τὰ αὐτὰ πέρατα. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστὶν ἡ  $AH$  τῆ  $HB$ · ἴση ἄρα.

λέγω δὴ, ὅτι εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε  $AG$  εὐθείας καὶ τῆς τομῆς οὐδεμία εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ἡ  $GD$ , καὶ τῆ  $HD$  10 ἴση κείσθω ἡ  $HE$ , καὶ τεταγμένως ἀνήχθω ἡ  $EZ$ . ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ  $D$  ἐπὶ τὸ  $Z$  ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐφάπτεται τῆς τομῆς· ἐκβαλλομένη ἄρα ἐκτὸς πεσεῖται αὐτῆς. ὥστε συμπεσεῖται τῆ  $AG$ , καὶ δυεῖν εὐθειῶν ἔσται τὰ αὐτὰ πέρατα· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα εἰς 15 τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε τομῆς καὶ τῆς  $AG$  εὐθείας παρεμπεσεῖται εὐθεῖα.

λς'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας ἐφάπτηται τις εὐθεῖα συμπίπτουσα τῆ πλαγίᾳ τοῦ εἶδους 20 πλευρᾶ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς καταχθῆ εὐθεῖα τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, ἔσται ὡς ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τῷ πέρατι τῆς πλαγίας πλευρᾶς πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τῷ ἐτέρῳ πέρατι τῆς πλευρᾶς, οὕτως ἡ ἀπολαμ- 25 βανομένη ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῷ πέρατι τῆς πλευρᾶς πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῷ ἐτέρῳ πέρατι τῆς πλευρᾶς, ὥστε τὰς ὁμολόγους συνεχεῖς εἶναι, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς τοῦ κώνου τομῆς ἕτερα εὐθεῖα 30 οὐ παρεμπεσεῖται.

2. ἡ] (alt.) p, om. V.

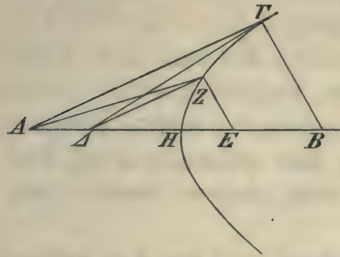
17. λς'] p, om. V, m. 2 v.

producta cum recta  $A\Gamma$  concurret [prop. XXXIII];  
quod fieri non potest; ita enim duarum rectarum iidem

termini erunt. itaque  $AH$   
rectae  $HB$  inaequalis non  
est. ergo aequalis est.

iam dico, in spatium  
inter rectam  $A\Gamma$  et sectionem  
positum nullam rec-  
tam incidere.

nam si fieri potest,  
incidat  $\Gamma\Delta$ , ponaturque



$HE = H\Delta$ , et ordinate ducatur  $EZ$ . recta igitur a  
 $\Delta$  ad  $Z$  ducta sectionem contingit [prop. XXXIII];  
producta igitur extra eam cadet. quare cum  $A\Gamma$   
concurret, et duarum rectarum iidem termini erunt;  
quod absurdum est. ergo in spatium inter sectionem  
et rectam  $A\Gamma$  positum nullā recta incidet.

### XXXVI.

Si hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli  
recta contingit cum latere transuerso figurae con-  
currens, et a puncto contactus ad diametrum ordinate  
ducitur recta, erit, ut recta a contingenti ad terminum  
lateris transuersi abscisa ad rectam a contingenti ad  
alterum terminum lateris transuersi abscisam, ita  
recta ab ordinate ducta ad terminum lateris abscisa  
ad rectam ab ordinate ducta ad alterum terminum  
lateris abscisam, ita ut rectae inter se correspondentes  
continuae sint, et in spatium inter contingentem et  
sectionem coni positum alia recta non incidet.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣς διάμετρος ἡ  $AB$ , ἐφαπτομένη δὲ ἔστω ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ  $\Gamma E$ . λέγω, ὅτι ἔστιν ὡς ἡ  $BE$  πρὸς  $EA$ , οὕτως ἡ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta A$ .

5 εἰ γὰρ μὴ ἔστιν, ἔστω ὡς ἡ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta A$ , ἡ  $BH$  πρὸς  $HA$ , καὶ τεταγμένως ἀνήχθω ἡ  $HZ$ . ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ  $\Delta$  ἐπὶ τὸ  $Z$  ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα ἐφάπεται τῆς τομῆς· ἐκβαλλομένη ἄρα συμπεσεῖται τῇ  $\Gamma\Delta$ . δυεῖν ἄρα εὐθειῶν τὰ αὐτὰ πέρατά ἐστιν· ὅπερ  
10 ἄτοπον.

λέγω, ὅτι μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς  $\Gamma\Delta$  εὐθείας οὐδεμία εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέω ὡς ἡ  $\Gamma\Theta$ , καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ  $B\Theta$  πρὸς  $\Theta A$ , ἡ  $BH$  πρὸς  $HA$ , καὶ  
15 τεταγμένως ἀνήχθω ἡ  $HZ$ . ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  ἐπὶ τὸ  $Z$  ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ  $\Theta\Gamma$ . δυεῖν ἄρα εὐθειῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔσται· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε τομῆς καὶ τῆς  $\Gamma\Delta$  εὐθείας παρεμπεσεῖται εὐθεῖα.

20

λξ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἔλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπύπτη τῇ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς ἐπὶ τὴν διάμετρον καταχθῆ εὐθεῖα τεταγμένως, ἢ ἀπολαμβανομένη εὐθεῖα ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῷ  
25 κέντρῳ τῆς τομῆς μετὰ μὲν τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς ἴσον περιέξει τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς, μετὰ δὲ τῆς

6. HZ] HΞ cv et ut uidetur V; corr. p.  
corr. p.

15. ἡ] (alt.) om. V; corr. p.

14. πεποιείσθω V  
17. ΘΓ] ΔΓ V

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit  $AB$ , contingat autem  $\Gamma\Delta$ , et ordinate ducatur  $\Gamma E$ . dico, esse  $BE : EA = B\Delta : \Delta A$ .

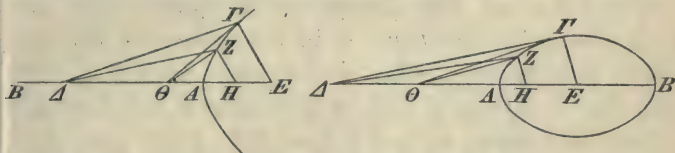
nam si minus, sit  $B\Delta : \Delta A = BH : HA$ , et ordinate ducatur  $HZ$ . itaque recta a  $\Delta$  ad  $Z$  ducta sectionem continget [prop. XXXIV]; producta igitur cum  $\Gamma\Delta$  concurret. itaque duarum rectarum iidem termini erunt; quod absurdum est.

dico, inter sectionem et rectam  $\Gamma\Delta$  nullam rectam incidere.

nam si fieri potest, incidat ut  $\Gamma\Theta$ , et fiat

$$B\Theta : \Theta A = BH : HA,$$

ordinateque ducatur  $HZ$ ; recta igitur a  $\Theta$  ad  $Z$  ducta



producta concurret cum  $\Theta\Gamma$ . itaque duarum rectarum iidem termini erunt; quod fieri non potest. ergo in spatium inter sectionem et rectam  $\Gamma\Delta$  nulla recta incidet.

XXXVII.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum diametro concurrit, et a puncto contactus ad diametrum recta ordinate ducitur, recta ab ordinate ducta ad centrum sectionis abscisa cum recta a contingenti ad centrum sectionis abscisa spatium

corr. p. 20. λξ'] p, om. V, m. 2 v. 22. συμπίπτει V; corr. m. 1. 27. τοῡ] cp, corr. ex τῆς m. 1 V.



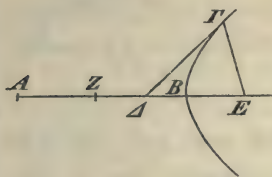
μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης περιέξει  
χωρίον λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κατηγμένης  
τετραγώνου, ὃν ἡ πλαγία πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια,  
5 ἥς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ ἐφαπτομένη ἡχθῶ ἡ  $\Gamma\Delta$ ,  
καὶ κατήχθῶ τεταγμένως ἡ  $\Gamma E$ , κέντρον δὲ ἔστω τὸ  
 $Z$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $\Delta Z E$  τῷ ἀπὸ  $ZB$ ,  
καὶ ὡς τὸ ὑπὸ  $\Delta E Z$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $E\Gamma$ , ἡ πλαγία πρὸς  
τὴν ὀρθίαν.

10 ἐπεὶ γὰρ ἐφάπτεται ἡ  $\Gamma\Delta$  τῆς τομῆς, καὶ τεταγ-  
μένως κατήκται ἡ  $\Gamma E$ , ἔσται, ὡς ἡ  $A\Delta$  πρὸς  $\Delta B$ , ἡ  
 $AE$  πρὸς  $EB$ . συνθέντι ἄρα ἐστίν, ὡς συναμφοτέρος  
ἡ  $A\Delta$ ,  $\Delta B$  πρὸς  $\Delta B$ , οὕτως συναμφοτέρος ἡ  $AE$ ,  $EB$   
πρὸς  $EB$ . καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίση· ἐπὶ μὲν  
15 τῆς ὑπερβολῆς ἐροῦμεν· ἀλλὰ συναμφοτέρου μὲν τῆς  
 $AE$ ,  $EB$  ἡμίσειά ἐστίν ἡ  $ZE$ , τῆς δὲ  $AB$  ἡ  $ZB$ .  
ὡς ἄρα ἢ  $ZE$  πρὸς  $EB$ , ἢ  $ZB$  πρὸς  $B\Delta$ . ἀναστρέ-  
ψαντι ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ  $EZ$  πρὸς  $ZB$ , ἢ  $ZB$  πρὸς  $Z\Delta$ .  
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $EZ\Delta$  τῷ ἀπὸ  $ZB$ . καὶ ἐπεὶ  
20 ἐστίν, ὡς ἡ  $ZE$  πρὸς  $EB$ , ἢ  $ZB$  πρὸς  $B\Delta$ , τουτέστιν  
ἡ  $AZ$  πρὸς  $\Delta B$ , ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $AZ$  πρὸς  $ZE$ , ἢ  $\Delta B$   
πρὸς  $BE$ . συνθέντι, ὡς ἡ  $AE$  πρὸς  $EZ$ , ἢ  $\Delta E$  πρὸς  
 $EB$ . ὥστε τὸ ὑπὸ  $AEB$  ἴσον τῷ ὑπὸ  $ZE\Delta$ . ἔστι  
δὲ ὡς τὸ ὑπὸ  $AEB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma E$ , ἡ πλαγία πρὸς  
25 τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $ZE\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $\Gamma E$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως  
καὶ τοῦ κύκλου· ἀλλὰ συναμφοτέρου μὲν τῆς  $A\Delta$ ,  $\Delta B$   
ἡμίσειά ἐστίν ἡ  $\Delta Z$ , τῆς δὲ  $AB$  ἡμίσειά ἐστίν ἡ

8.  $\Delta EZ$ ]  $E\Delta Z$  V; corr. Memus. 11.  $\Gamma E$ ]  $E$  V; corr.  
Memus. 13.  $A\Delta$  —  $AE$ ] om. V; corr. Memus. 14. μὲν]  
scr. μὲν οὖν.

comprehendet aequale quadrato radii sectionis, cum recta autem inter ordinate ductam et contingentem posita spatium comprehendet, quod ad quadratum



ordinate ductae rationem habet, quam latus transuersum ad rectum.

ducatur  $\Gamma\Delta$ , ducaturque ordinate  $\Gamma E$ , centrum autem sit  $Z$ . dico, esse  $\Delta Z \times ZE = ZB^2$ , et ut

$$\Delta E \times EZ : E\Gamma^2,$$

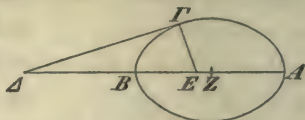
ita latus transuersum ad rectum.

nam quoniam  $\Gamma\Delta$  sectionem contingit, et  $\Gamma E$  ordinate ducta est, erit  $A\Delta : \Delta B = AE : EB$  [prop. XXXVI]. componendo igitur  $A\Delta + \Delta B : \Delta B = AE + EB : EB$  [Eucl. V, 18]. et praecedentium dimidia sumantur [Eucl. V, 15]. in hyperbola igitur sic ratiocinabimur: est autem  $ZE = \frac{1}{2}(AE + EB)$ ,  $ZB = \frac{1}{2}AB$ . itaque  $ZE : EB = ZB : \Delta B$ . conuertendo igitur [Eucl. V, 19 coroll.]  $EZ : ZB = ZB : Z\Delta$ . itaque [Eucl. VI, 17]  $EZ \times Z\Delta = ZB^2$ . et quoniam est

$$ZE : EB = ZB : \Delta B = AZ : \Delta B,$$

permutando est [Eucl. V, 16]  $AZ : ZE = \Delta B : BE$ . et componendo  $AE : EZ = \Delta E : EB$  [Eucl. V, 18]. quare  $AE \times EB = ZE \times E\Delta$  [Eucl. VI, 16]. est autem ut  $AE \times EB : \Gamma E^2$ , ita latus transuersum ad rectum [prop. XXI]. quare etiam ut  $ZE \times E\Delta : \Gamma E^2$ , ita latus transuersum ad rectum.

$ZB$  ὡς ἄρα ἡ  $Z\Delta$  πρὸς  $\Delta B$ , ἡ  $ZB$  πρὸς  $BE$ . ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ  $\Delta Z$  πρὸς  $ZB$ , ἡ  $BZ$  πρὸς  $ZE$ . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $\Delta ZE$  τῷ ἀπὸ  $BZ$ .



- 5 ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ  $\Delta ZE$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $\Delta EZ$  καὶ τῷ ἀπὸ  $ZE$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $BZ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $AEB$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ZE$ . κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ἀπὸ  $EZ$ . λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Delta EZ$  λοιπῷ τῷ ὑπὸ  $AEB$  ἴσον ἔσται. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Delta EZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma E$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $AEB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma E$ . ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ  $AEB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma E$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Delta EZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $E\Gamma$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν.

15

λη'.

- Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψάνουσα συμπύπτη τῇ δευτέρᾳ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς εὐθεῖα καταχθῆ ἐπὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον παράλληλος τῇ ἐτέρᾳ διαμέτρῳ, ἡ ἀπολαμ-  
20 βανομένη εὐθεῖα ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς μετὰ μὲν τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς ἴσον περιέξει τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς δευτέρας διαμέτρου τετρα-  
γώνῳ, μετὰ δὲ τῆς μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς  
25 ἐφαπτομένης περιέξει χωρίον λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κατηγμένης, ὃν ἔχει ἡ ὀρθία τοῦ εἶδους πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν.

3. ἴσον ἄρα ἐστὶ] c; euan. V, rep. mg. m. rec. 4. τῷ ἀπό] c; euan. V, rep. mg. m. rec. 10. λοιπῷ — 11.  $\Delta EZ$ ] om. V; corr. Halley. 15. λη'] p, om. V, m. 2 v. 21. μετὰ

in ellipsi autem et circulo sic: est autem

$$\Delta Z = \frac{1}{2}(A\Delta + \Delta B), \quad ZB = \frac{1}{2}AB.$$

erit igitur  $Z\Delta : \Delta B = ZB : BE$ . conuertendo igitur est [Eucl. V, 19 coroll.]  $\Delta Z : ZB = BZ : ZE$ . itaque

[Eucl. VI, 17]  $\Delta Z \times ZE = BZ^2$ . est autem

$$\Delta Z \times ZE = \Delta E \times EZ + ZE^2$$

[Eucl. II, 3] et  $BZ^2 = AE \times EB + ZE^2$  [Eucl. II, 5].

auferatur, quod commune est,  $EZ^2$ . itaque erit

$$\Delta E \times EZ = AE \times EB.$$

erit igitur  $\Delta E \times EZ : \Gamma E^2 = AE \times EB : \Gamma E^2$

[Eucl. V, 7]. uerum ut  $AE \times EB : \Gamma E^2$ , ita latus transuersum ad rectum [prop. XXI]. ergo ut

$$\Delta E \times EZ : \Gamma E^2,$$

ita latus transuersum ad rectum.

### XXXVIII.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum altera diametro concurrit, et a puncto contactus recta ad eandem diametrum ducitur alteri diametro parallela, recta a recta ita ducta ad centrum sectionis abscisa cum recta a contingenti ad centrum sectionis abscisa spatium comprehendet aequale quadrato dimidiae alterius diametri, cum recta autem inter rectam ad diametrum ductam et contingentem posita spatium comprehendet, quod ad quadratum rectae ad diametrum ductae eam rationem habet, quam habet latus rectum figurae ad transuersum.

$\mu\acute{\epsilon}\nu$ ] c; euan. V, rep. mg. m. rec. 22.  $\acute{\epsilon}\varphi\alpha\pi\tau\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\eta\varsigma$ ] cv;  
 $\acute{\epsilon}\varphi\alpha\pi\tau\omicron$  euan., rep. mg. m. rec. V;  $\nu\eta\varsigma$  om. in extr. pag.



ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣς διάμετρος ἢ  $AHB$ , δευτέρα δὲ διάμετρος ἢ  $ΓΗΔ$ , ἐφαπτομένη δὲ ἔστω τῆς τομῆς ἢ  $ΕΛΖ$  συμπίπτουσα τῇ  $ΓΔ$  κατὰ τὸ  $Z$ , παράλληλος δὲ ἔστω τῇ  $ΑΒ$  ἢ  $ΘΕ$ . λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $ZHΘ$  τῶ ἀπὸ  $HΓ$  ἔστιν ἴσον, καὶ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ  $HΘZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΘΕ$ , ἢ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν.

ἢχθω τεταγμένως ἢ  $ME$ . ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ  $HMΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ME$ , ἢ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἀλλ' ἔστιν ὡς ἢ πλαγία ἢ  $BA$  πρὸς  $ΓΔ$ , ἢ  $ΓΔ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα ἢ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ ἀπὸ  $AB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΔ$ . καὶ τὰ τέταρτα, τουτέστι τὸ ἀπὸ  $HA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HΓ$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $HMΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ME$ , τὸ ἀπὸ  $HA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HΓ$ . τὸ δὲ ὑπὸ  $HMΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ME$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $HM$  πρὸς  $ME$ , τουτέστι πρὸς  $HΘ$ , καὶ ἔκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $AM$  πρὸς  $ME$ . ἀνάπαλιν ἄρα ὁ τοῦ ἀπὸ  $ΓH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$  λόγος συνῆπται ἔκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $EM$  πρὸς  $MH$ , τουτέστιν ἢ  $ΘH$  πρὸς  $HM$ , καὶ ἔκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $EM$  πρὸς  $MA$ , τουτέστιν ἢ  $ZH$  πρὸς  $HA$ . τὸ ἄρα ἀπὸ  $HΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $ΘH$  πρὸς  $HM$  καὶ ἔκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $ZH$  πρὸς  $HA$ , ὅς ἔστιν ὁ αὐτὸς τῶ ὄν ἔχει τὸ ὑπὸ  $ZHΘ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $MHA$ . ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $ZHΘ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $MHA$ , τὸ ἀπὸ  $ΓH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ . καὶ ἐναλλάξ ἄρα ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ  $ZHΘ$  πρὸς τὸ ἀπὸ

3.  $ΕΛΖ$ ]  $ΛΖ$  V; corr. Comm. 6. τό] (pr.) εν, ins.  
 m. 1 V. 10. ἢ  $BA$ ] scripsi,  $BA$  V. πρὸς  $ΓΔ$ ] om. V;  
 corr. Memus. 14. ὑπὸ] ἀπὸ V; corr. p. 17. ἔκ τοῦ] scripsi,  
 ἐξ οὗ V. 18. τοῦ] om. V; corr. p. τό] om. V; corr. p.

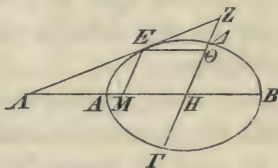
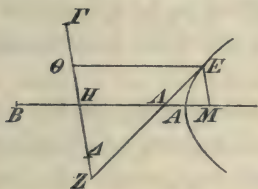
sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit  $AHB$ , altera autem diametrus  $\Gamma H\Delta$ , et sectionem contingat  $EAZ$  cum  $\Gamma\Delta$  in  $Z$  concurrens, et  $\Theta E$  rectae  $AB$  parallela sit. dico, esse

$$ZH \times H\Theta = H\Gamma^2,$$

et ut  $H\Theta \times \Theta Z : \Theta E^2$ , ita latus rectum ad transuersum.

ordinate ducatur  $ME$ . erit igitur [prop. XXXVII] ut  $HM \times MA : ME^2$ , ita latus transuersum ad rectum.

est autem, ut latus transuersum  $BA$  ad  $\Gamma\Delta$ , ita  $\Gamma\Delta$



ad latus rectum [def. alt. 3]. quare etiam, ut latus transuersum ad latus rectum, ita  $AB^2 : \Gamma\Delta^2$  [Eucl. V def. 9]; et partes quartae quoque [Eucl. V, 15], h. e.  $HA^2 : H\Gamma^2$ . quare etiam

$$HM \times MA : ME^2 = HA^2 : H\Gamma^2.$$

est autem

$HM \times MA : ME^2 = (HM : ME) \times (MA : ME)$   
 $= (HM : H\Theta) \times (MA : ME)$  [Eucl. I, 34]. itaque e  
 contrario  $H\Gamma^2 : HA^2 = (EM : MH) \times (EM : MA)$   
 $= (\Theta H : HM) \times (ZH : HA)$  [Eucl. VI, 4]. est autem  
 $(\Theta H : HM) \times (ZH : HA) = ZH \times H\Theta : MH \times HA$ .  
 erit igitur  $ZH \times H\Theta : MH \times HA = H\Gamma^2 : HA^2$ . et  
 permutando [Eucl. V, 16] igitur

$$ZH \times H\Theta : \Gamma H^2 = MH \times HA : HA^2.$$

20. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 23. ἐκ τοῦ] (alt.) scripsi; ἐξ οὗ V.

ΓΗ, τὸ ὑπὸ ΜΗΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ. ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ ΜΗΛ τῷ ἀπὸ ΗΑ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΖΗΘ τῷ ἀπὸ ΗΓ.

πάλιν ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν,  
 5 τὸ ἀπὸ ΕΜ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΜΛ, καὶ τὸ ἀπὸ ΕΜ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΜΛ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ΕΜ πρὸς ΗΜ, τουτέστιν ἡ ΘΗ πρὸς ΘΕ, καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἡ ΕΜ πρὸς ΜΛ, τουτέστιν ἡ ΖΗ πρὸς ΗΛ, τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΘΕ, ὅς ἐστίν ὁ  
 10 αὐτὸς τῷ ὄν ἔχει τὸ ὑπὸ ΖΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ, ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΖΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ, ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων δεικτέον, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ μεταξὺ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τοῦ πέρατος τῆς διαμέτρου  
 15 ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῆς κατηγμένης πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς δευτέρας διαμέτρου, ἡ μεταξὺ τοῦ ἐτέρου πέρατος καὶ τῆς κατηγμένης πρὸς τὴν μεταξὺ τοῦ ἐτέρου πέρατος καὶ τῆς κατηγμένης.

ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΖΗΘ τῷ ἀπὸ ΗΓ,  
 20 τουτέστι τῷ ὑπὸ ΓΗΔ· ἴση γὰρ ἡ ΓΗ τῇ ΗΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΗΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓΗΔ· ἐστίν ἄρα ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΗΔ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΘ. καὶ ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ. καὶ τὰ διπλά τῶν ἡγουμένων· ἐστὶ δὲ διπλασία τῆς ΗΖ  
 25 συναμφοτέρος ἡ ΓΖ, ΖΔ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΓΗ τῇ ΗΔ, τῆς δὲ ΗΓ διπλασία ἡ ΓΔ· ὡς ἄρα συναμφοτέρος ἡ ΓΖΔ πρὸς ΖΔ, ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ. καὶ διελόντι ὡς ἡ ΓΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5. καὶ τό — 6. ΗΜΛ] om. V; corr. Memus. 19. ΖΗΘ] ΖΘΗ V; corr. Memus. 23. ΗΖ] p, Z V, ΖΗ c. 25. Ante

est autem  $MH \times HA = HA^2$  [prop. XXXVII]. ergo etiam  $ZH \times H\Theta = H\Gamma^2$ .

rursus quoniam est, ut latus rectum ad transuersum, ita  $EM^2 : HM \times MA$ , et  $EM^2 : HM \times MA = (EM : HM) \times (EM : MA) = (\Theta H : \Theta E) \times (ZH : HA) = (\Theta H : \Theta E) \times (Z\Theta : \Theta E)$

$$[\text{Eucl. VI, 4}] = Z\Theta \times \Theta H : \Theta E^2,$$

erit, ut  $Z\Theta \times \Theta H : \Theta E^2$ , ita latus rectum ad transuersum.

Iisdem suppositis demonstrandum, quam rationem habeat recta inter contingentem et terminum diametri ad easdem partes uersus posita, in quibus est recta ordinate ducta, ad rectam inter contingentem et alteram diametrum positam, eam habere rectam inter alterum terminum et rectam ordinate ductam positam ad rectam inter alterum terminum et rectam ordinate ductam positam.

nam quoniam est  $ZH \times H\Theta = H\Gamma^2$  [u. lin. 2], h. e.  $ZH \times H\Theta = \Gamma H \times HA$  (nam  $\Gamma H = HA$ ), erit [Eucl. VI, 16]  $ZH : HA = \Gamma H : H\Theta$ . et conuertendo [Eucl. V, 19 coroll.]  $ZH : Z\Delta = H\Gamma : \Gamma\Theta$ . et praecedentium dupla sumantur [Eucl. V, 15]; est autem  $\Gamma Z + Z\Delta = 2HZ$ , quia  $\Gamma H = HA$ , et  $\Gamma\Delta = 2H\Gamma$ . itaque  $\Gamma Z + Z\Delta : Z\Delta = \Delta\Gamma : \Gamma\Theta$ . et dirimendo [Eucl. V, 17]  $\Gamma Z : Z\Delta = \Delta\Theta : \Theta\Gamma$ ; quod erat demonstrandum.

### Corollarium.

manifestum igitur ex iis, quae diximus, rectam  $EZ$  sectionem contingere, siue sit  $ZH \times H\Theta = H\Gamma^2$ ,

---

*διὰ* interponitur in extr. lin.  $\cdot V \cdot$  in V, cui signo nihil nunc respondet. 26.  $\eta$   $\Gamma\Delta$ ]  $HA$  V; corr. p.



φανερὸν δὴ ἐκ τῶν εἰρημένων, ὅτι ἡ  $EZ$  ἐφάπτεται τῆς τομῆς, ἐάν τε ἴσον ἢ τὸ ὑπὸ  $ZH\Theta$  τῷ ἀπὸ τῆς  $H\Gamma$ , ἐάν τε λόγον ἔχῃ τὸ ὑπὸ  $Z\Theta H$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta E$  τὸν εἰρημένον· δειχθήσεται γὰρ ἀντιστρόφως.

5

λθ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψάνουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς καταχθῆ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, ἥτις ἂν ληφθῆ τῶν δύο εὐθειῶν, ὧν ἔστιν ἡ  
 10 μὲν μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς, ἡ δὲ μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης, ἔξει πρὸς αὐτὴν ἡ κατηγμένη τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ ἑτέρα τῶν δύο εὐθειῶν πρὸς τὴν κατηγμένην, καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ εἴδους ὀρθία  
 15 πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἥς διάμετρος ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ αὐτῆς τὸ  $Z$ , καὶ ἐφαπτομένη ἡχθῶ τῆς τομῆς ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ τεταγμένως κατήχθῶ ἡ  $\Gamma E$ . λέγω, ὅτι ἡ  $\Gamma E$  πρὸς τὴν ἑτέραν  
 20 τῶν  $ZE$ ,  $E\Delta$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ ἑτέρα τῶν  $ZE$ ,  $E\Delta$  πρὸς τὴν  $E\Gamma$ .

ἔστω γὰρ ἴσον τὸ ὑπὸ  $ZE\Delta$  τῷ ὑπὸ  $E\Gamma$ ,  $H$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς τὸ ὑπὸ  $ZE\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma E$ , ἢ  
 25 πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἴσον δὲ ἔστι τὸ ὑπὸ  $ZE\Delta$  τῷ ὑπὸ  $\Gamma E$ ,  $H$ , ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Gamma E$ ,  $H$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma E$ , τουτέστιν ἡ  $H$  πρὸς  $E\Gamma$ , ἢ πλαγία πρὸς τὴν

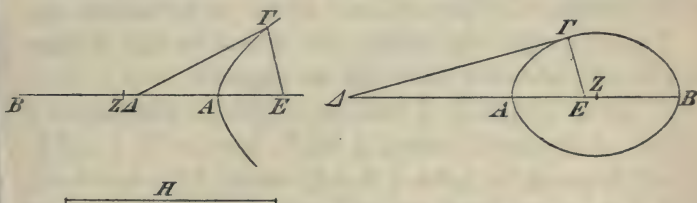
3.  $Z\Theta H$ ]  $ZH\Theta$  V; corr. Memus. 5. λθ'] p, om. V, m. 2 v.9. δύο] p, β̄ Vc. 13. ὄν] cp, o e corr. m. 1 V. 14. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 21. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 26. τῷ ὑπὸ  $\Gamma E$ ,  $H$ ] om. V; corr. p (τῶν  $\epsilon\gamma$  ἢ).

siue  $Z\Theta \times \Theta H$  ad  $\Theta E^2$  rationem habeat, quam diximus; e contrario enim demonstrabitur.

XXXIX.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum diametro concurrit, et a puncto contactus ad diametrum recta ordinate ducitur, utraque recta sumpta erit, aut quae inter rectam ordinate ductam centrumque sectionis posita est, aut quae inter ordinate ductam contingentemque, recta ordinate ducta ad eam rationem habebit compositam ex ea, quam habet altera rectarum illarum ad ordinate ductam, eaque, quam habet latus rectum figurae ad transuersum.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diameter sit  $AB$ , centrum autem eius sit  $Z$ , et ducatur sectionem contingens  $\Gamma A$ , ordinateque ducatur  $\Gamma E$ .



dico,  $\Gamma E$  ad alterutram rectarum  $ZE$ ,  $E\Delta$  rationem habere compositam ex ea, quam habet latus rectum ad transuersum, eaque, quam habet altera rectarum  $ZE$ ,  $E\Delta$  ad  $E\Gamma$ .

sit enim  $ZE \times E\Delta = E\Gamma \times H$ . et quoniam est [prop. XXXVII], ut  $ZE \times E\Delta : \Gamma E^2$ , ita latus transuersum ad rectum, et  $ZE \times E\Delta = \Gamma E \times H$ , erit

ὀρθίαν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $ZED$  τῷ ὑπο  
 $GE, H$ , ἔστιν ὡς ἡ  $EZ$  πρὸς  $EG$ , ἡ  $H$  πρὸς  $ED$ .  
καὶ ἐπεὶ ἡ  $GE$  πρὸς  $ED$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον  
ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $GE$  πρὸς  $H$  καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  
5  $H$  πρὸς  $ED$ , ἀλλ' ἔστιν ὡς μὲν ἡ  $GE$  πρὸς  $H$ , ἡ  
ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, ὡς δὲ ἡ  $H$  πρὸς  $DE$ , ἡ  
 $ZE$  πρὸς  $EG$ , ἡ  $GE$  ἄρα πρὸς  $ED$  τὸν συγκείμενον  
ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν  
καὶ ἡ  $ZE$  πρὸς  $EG$ .

10

μ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας  
εὐθεῖα ἐπιψάουσα συμπίπτῃ τῇ δευτέρᾳ διαμέτρῳ,  
καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς καταχθῆ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν αὐτὴν διά-  
μετρον παράλληλος τῇ ἐτέρᾳ διαμέτρῳ, ἥτις ἂν ληφθῆ  
15 τῶν δύο εὐθειῶν, ὧν ἐστὶν ἡ μὲν μεταξὺ τῆς κατηγ-  
μένης καὶ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς, ἡ δὲ μεταξὺ τῆς  
κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης, ἔξει πρὸς αὐτὴν ἡ  
κατηγμένη τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει  
ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ ἐτέρα  
20 τῶν δύο εὐθειῶν πρὸς τὴν κατηγμένην.

ἔστω ὑπερβολῆ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ  
 $AB$ , διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ  $BZΓ$ , δευτέρα δὲ ἡ  $ΔZE$ ,  
καὶ ἐφαπτομένη ἡχθῶ ἡ  $ΘΔΑ$ , καὶ τῇ  $BΓ$  παράλληλος  
ἡ  $AH$ . λέγω, ὅτι ἡ  $AH$  πρὸς τὴν ἐτέραν τῶν  $ΘH, ZH$   
25 τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ πλα-  
γία πρὸς τὴν ὀρθίαν καὶ ἡ ἐτέρα τῶν  $ΘH, ZH$  πρὸς  
τὴν  $HA$ .

2.  $H$ ] (pr.)  $\Delta V$ ; corr. p. 6.  $\Delta E$ ]  $\Delta E\Gamma$  uel  $\Delta E\Delta V$ ,  
 $\Delta E\Delta c$ ; corr. p. 10.  $\mu'$ ] p, om. V, m. 2 v. 17. ἔξει] om. V;  
corr. Memus. 19. ἐκ τοῦ] scripsi; ἐξ οὗ V. 23.  $B\Gamma$ ]  $A\Gamma V$ ;  
corr. p (B e corr.).

ut  $\Gamma E \times H : \Gamma E^2$ , h. e. ut  $H : E\Gamma$ , ita latus transuersum ad rectum. et quoniam est

$$ZE \times EA = \Gamma E \times H,$$

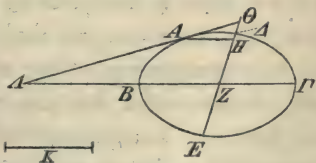
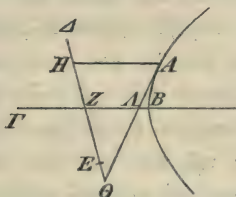
erit [Eucl. VI, 16]  $EZ : E\Gamma = H : EA$ . et quoniam est  $\Gamma E : EA = (\Gamma E : H) \times (H : EA)$ , et est, ut  $\Gamma E : H$ , ita latus rectum ad transuersum, et

$$H : AE = ZE : E\Gamma,$$

$\Gamma E : EA$  rationem habet compositam ex ea, quam habet latus rectum ad transuersum, eaque, quam habet  $ZE$  ad  $E\Gamma$ .

XL.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum altera diametro concurrat, et a puncto contactus recta ad eandem diametrum ducitur alteri diametro parallela, utracunque recta sumpta erit, aut quae inter rectam ad diametrum ductam centrumque sectionis posita est, aut quae inter rectam illam contingentemque est, ad eam recta ad diametrum ducta rationem habebit compositam ex ea, quam habet latus transuersum ad rectum, eaque, quam habet altera rectarum illarum ad rectam ad diametrum ductam.



sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli  $AB$ , diametrus autem eius  $BZ\Gamma$  et diametrus altera  $\Delta ZE$ , ducaturque contingens  $\theta AA$  et rectae  $B\Gamma$  parallela



ἔστω τῷ ὑπὸ  $\Theta HZ$  ἴσον τὸ ὑπὸ  $HA, K$ . καὶ ἐπεὶ  
 ἔστιν, ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ὑπὸ  $\Theta HZ$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ , τῷ δὲ ὑπὸ  $\Theta HZ$  ἴσον τὸ ὑπὸ  
 $HA, K$ , καὶ τὸ ὑπὸ  $HA, K$  ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ ,  
 5 τουτέστιν ἡ  $K$  πρὸς  $AH$ , ἔστιν ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν  
 πλαγίαν. καὶ ἐπεὶ ἡ  $AH$  πρὸς  $HZ$  τὸν συγκείμενον  
 ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $AH$  πρὸς  $K$  καὶ ἐκ  
 τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $K$  πρὸς  $HZ$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $HA$  πρὸς  
 $K$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ὡς δὲ ἡ  $K$  πρὸς  $HZ$ ,  
 10 ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $HA$  διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ  $\Theta HZ$  τῷ  
 ὑπὸ  $AH, K$ , ἡ  $AH$  ἄρα πρὸς  $HZ$  τὸν συγκείμενον  
 ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν,  
 καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $H\Theta$  πρὸς  $HA$ .

μα'.

15 Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία  
 εὐθεῖα καταχθῆ τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, καὶ  
 ἀπὸ τε τῆς τεταγμένης καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ἀνα-  
 γραφῆ εἶδη παραλληλόγραμμα ἰσογώνια, ἔχη δὲ ἡ  
 κατηγμένη πλευρὰ πρὸς τὴν λοιπὴν τοῦ εἶδους πλευρὰν  
 20 τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ἐκ τοῦ  
 κέντρου πρὸς τὴν λοιπὴν τοῦ εἶδους πλευρὰν, καὶ ἐκ  
 τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ εἶδους τῆς τομῆς ὀρθία πλευρὰ  
 πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τοῦ κέντρου  
 καὶ τῆς κατηγμένης εἶδος τὸ ὅμοιον τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ  
 25 τοῦ κέντρου εἶδει ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μείζον ἔστι  
 τοῦ ἀπὸ τῆς κατηγμένης εἶδους τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ  
 κέντρου εἶδει, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τῆς τοῦ κύκλου

1.  $\Theta HZ$ ]  $\Theta ZH$  V; corr. p (τῶν  $\Theta H, HZ$ ). 7. ἐκ τοῦ]  
 ἐξ οὗ V; corr. Halley. 13. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley.  
 14. μα'] p, om. V, m. 2 v. 21. τήν] p, om. V. λοιπὴν τήν c.  
 ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley.

*AH*. dico, *AH* ad alterutram rectarum  $\Theta H$ , *ZH* rationem habere compositam ex ea, quam habet latus transuersum ad rectum, eaque, quam habet altera rectarum  $\Theta H$ , *ZH* ad *HA*.

sit  $HA \times K = \Theta H \times HZ$ . et quoniam est, ut latus rectum ad transuersum, ita  $\Theta H \times HZ : HA^2$  [prop. XXXVIII], et  $HA \times K = \Theta H \times HZ$ , erit etiam, ut  $HA \times K : HA^2$ , h. e. ut  $K : AH$ , ita latus rectum ad transuersum. et quoniam est

$$AH : HZ = (AH : K) \times (K : HZ),$$

et ut  $HA : K$ , ita latus transuersum ad rectum, et  $K : HZ = \Theta H : HA$ , quia  $\Theta H \times HZ = AH \times K$  [Eucl. VI, 16],  $AH : HZ$  rationem habet compositam ex ea, quam habet latus transuersum ad rectum, eaque, quam habet  $H\Theta$  ad *HA*.

## XLI.

Si in hyperbola uel ellipsi uel ambitu circuli recta ad diametrum ordinate ducitur, et in recta ordinate ducta radioque figurae parallelogrammae aequiangulae describuntur, latus autem ordinate ductum ad reliquum latus figurae rationem habet compositam ex ea, quam habet radius ad reliquum latus figurae, eaque, quam habet latus rectum figurae sectionis ad transuersum, figura in recta inter centrum rectamque ordinate ductam posita descripta similis figurae in radio descriptae in hyperbola excedit figuram in ordinate ducta descriptam figura in radio descripta, in ellipsi uero ambituque circuli adiuncta figura in ordinate ducta descripta aequalis est figurae in radio descriptae.

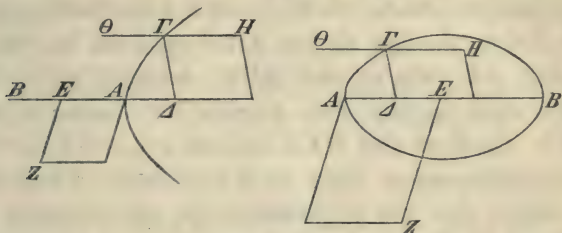
περιφερείας μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς κατηγμένης εἵδους ἴσον ἔστι τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρον εἶδει.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣς διάμετρος ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $E$ , καὶ τεταγμένως  
 5 κατήχθω ἡ  $ΓΔ$ , καὶ ἀπὸ τῶν  $EA$ ,  $ΓΔ$  ἰσογώνια εἶδη ἀναγεγράφθω τὰ  $AZ$ ,  $ΔΗ$ , καὶ ἡ  $ΓΔ$  πρὸς τὴν  $ΓΗ$  τὸν συγκείμενον ἔχεται λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $AE$  πρὸς  $EZ$ , καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν. λέγω, ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς τὸ ἀπὸ τῆς  $EΔ$   
 10 εἶδος τὸ ὅμοιον τῷ  $AZ$  ἴσον ἔστι τοῖς  $AZ$ ,  $ΗΔ$ , ἐπὶ δὲ τῆς ἔλλειψεως καὶ τοῦ κύκλου τὸ ἀπὸ τῆς  $EΔ$  ὅμοιον τῷ  $AZ$  μετὰ τοῦ  $ΗΔ$  ἴσον ἔστι τῷ  $AZ$ .

πεποιήσθω γάρ, ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, ἡ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς ἡ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$ ,  
 15 ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, ἀλλ' ὡς ἡ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$ , τὸ ἀπὸ τῆς  $ΔΓ$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $ΔΓΘ$ , ὡς δὲ ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ  $ΔΓ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BΔA$ , ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  $BΔA$  τῷ ὑπὸ  $ΔΓΘ$ . καὶ ἐπεὶ ἡ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΗ$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ  
 20 τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $AE$  πρὸς  $EZ$  καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τουτέστιν ἡ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$ , ἔτι δὲ ἡ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΗ$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$  καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $ΘΓ$  πρὸς  $ΓΗ$ , ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τε τοῦ  
 25 ὄν ἔχει ἡ  $AE$  πρὸς  $EZ$  καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$  ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ λόγῳ ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$  καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $ΘΓ$  πρὸς  $ΓΗ$ . κοινὸς ἀφηρησθῶ ὁ τῆς  $ΓΔ$  πρὸς  $ΓΘ$ .

8. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 13. πεποιείσθω V;  
 corr. p. 23. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 25. ἐκ τοῦ]  
 ἐξ οὗ V; corr. Halley. 27. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit  $AB$ , centrum autem  $E$ , et ordinate ducatur  $\Gamma\Delta$ , et in  $EA$ ,  $\Gamma\Delta$  figurae aequiangularae describantur  $AZ$ ,  $\Delta H$ , rationemque habeat  $\Gamma\Delta : \Gamma H$  compositam ex ea, quam habet  $AE : EZ$ , eaque, quam



habet latus rectum ad transuersum. dico, in hyperbola figuram in  $E\Delta$  descriptam similem figurae  $AZ$  aequalem esse figuris  $AZ + H\Delta$ , in ellipsi autem et circulo figuram in  $E\Delta$  descriptam figurae  $AZ$  similem adiuncta figura  $H\Delta$  aequalem esse figurae  $AZ$ .

fiat enim, ut latus rectum ad transuersum, ita  $\Delta\Gamma$  ad  $\Gamma\Theta$ . et quoniam est, ut  $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta$ , ita latus rectum ad transuersum, est autem  $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta = \Delta\Gamma^2 : \Delta\Gamma \times \Gamma\Theta$ , et ut latus rectum ad transuersum, ita  $\Delta\Gamma^2$  ad  $B\Delta \times \Delta A$  [prop. XXI], erit  $B\Delta \times \Delta A = \Delta\Gamma \times \Gamma\Theta$  [Eucl. V, 9]. et quoniam  $\Delta\Gamma : \Gamma H$  rationem habet compositam ex ea, quam habet  $AE : EZ$ , eaque, quam habet latus rectum ad transuersum, h. e.  $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta$ , et praeterea est  $\Delta\Gamma : \Gamma H = (\Delta\Gamma : \Gamma\Theta) \times (\Theta\Gamma : \Gamma H)$ , erit  $(AE : EZ) \times (\Delta\Gamma : \Gamma\Theta) = (\Delta\Gamma : \Gamma\Theta) \times (\Theta\Gamma : \Gamma H)$ . auferatur, quae communis est, ratio  $\Gamma\Delta : \Gamma\Theta$ . itaque  $AE : EZ = \Theta\Gamma : \Gamma H$ . est autem

$$\Theta\Gamma : \Gamma H = \Theta\Gamma \times \Gamma\Delta : H\Gamma \times \Gamma\Delta,$$



λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς  $AE$  πρὸς  $EZ$  λόγος λοιπῶ τῶ τῆς  
 $\Theta\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\text{H}$  λόγῳ ἐστὶν ὁ αὐτός. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $\Theta\Gamma$   
 πρὸς  $\Gamma\text{H}$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\text{H}\Gamma\Delta$ , ὡς δὲ  
 ἡ  $AE$  πρὸς  $EZ$ , τὸ ἀπὸ  $AE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AEZ$ . ὡς  
 5 ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Theta\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\text{H}\Gamma\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $EA$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $AEZ$ . τὸ δὲ ὑπὸ  $\Theta\Gamma\Delta$  ἴσον ἐδείχθη τῶ  
 ὑπὸ  $B\Delta A$ . ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $B\Delta A$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\text{H}\Gamma\Delta$ ,  
 τὸ ἀπὸ  $AE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AEZ$ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ  
 $B\Delta A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$ , τὸ ὑπὸ  $\text{H}\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 10  $AEZ$ . ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $\text{H}\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AEZ$ , τὸ  $\Delta\text{H}$   
 παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $ZA$ . ἰσογώνια γάρ ἐστι  
 καὶ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν τῆς  
 $\text{H}\Gamma$  πρὸς  $AE$  καὶ τῆς  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $EZ$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  
 ὑπὸ  $B\Delta A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ , τὸ  $\text{H}\Delta$  πρὸς  $AZ$ .

15 λεκτέον τοίνυν ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς· [ὡς πάντα  
 πρὸς πάντα, ἐν πρὸς ἐν] ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $B\Delta A$  μετὰ  
 τοῦ ἀπὸ  $AE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $\Delta E$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ , οὕτως τὰ  $\text{H}\Delta$ ,  $AZ$  πρὸς τὸ  $AZ$ .  
 ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $E\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $E\Delta$   
 20 εἶδος τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον τῶ  $AZ$   
 πρὸς τὸ  $AZ$ . ὡς ἄρα τὰ  $\text{H}\Delta$ ,  $AZ$  πρὸς τὸ  $AZ$ , οὕτως  
 τὸ ἀπὸ  $E\Delta$  εἶδος ὅμοιον τῶ  $AZ$  πρὸς τὸ  $AZ$ . τὸ  
 ἀπὸ  $E\Delta$  ἄρα εἶδος τὸ ὅμοιον τῶ  $AZ$  ἴσον ἐστὶ τοῖς  
 $\text{H}\Delta$ ,  $AZ$ .

25 ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τῆς τοῦ κύκλου περι-  
 φερείας ἐροῦμεν· ἐπεὶ οὖν ὡς ὅλον ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $AE$   
 πρὸς ὅλον τὸ  $AZ$ , οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ  $A\Delta B$   
 πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ  $\Delta\text{H}$ , καὶ λοιπὸν ἐστὶ πρὸς λοιπόν,  
 ὡς ὅλον πρὸς ὅλον. ἀπὸ δὲ τοῦ ἀπὸ  $EA$  ἐὰν ἀφ-

15. ὡς πάντα — 16. [ἐν] falsa sunt; debuit enim συνθέντι  
 dici; del. Comm. in notis fol. 30<sup>v</sup>. 17. τουτέστι — 18.  $EA$ ]

$AE : EZ = AE^2 : AE \times EZ$ . itaque erit

$$\Theta\Gamma \times \Gamma\Delta : H\Gamma \times \Gamma\Delta = EA^2 : AE \times EZ.$$

demonstrauimus autem, esse  $\Theta\Gamma \times \Gamma\Delta = B\Delta \times \Delta A$ .  
erit igitur  $B\Delta \times \Delta A : H\Gamma \times \Gamma\Delta = AE^2 : AE \times EZ$ .  
permutando [Eucl. V, 16]

$$B\Delta \times \Delta A : AE^2 = H\Gamma \times \Gamma\Delta : AE \times EZ.$$

est autem  $H\Gamma \times \Gamma\Delta : AE \times EZ = \Delta H : ZA$   
[Eucl. VI, 23]; nam parallelogramma aequiangula sunt  
et rationem habent ex lateribus compositam  $H\Gamma : AE$   
et  $\Gamma\Delta : EZ$ . quare etiam  $B\Delta \times \Delta A : EA^2 = H\Delta : AZ$ .

dicendum igitur in hyperbola:

$$B\Delta \times \Delta A + AE^2 : AE^2 = H\Delta + AZ : AZ$$

[Eucl. V, 18], h. e. [Eucl. II, 6]

$$\Delta E^2 : EA^2 = H\Delta + AZ : AZ.$$

est autem, ut  $E\Delta^2 : EA^2$ , ita figura in  $E\Delta$  similis et  
similiter descripta figurae  $AZ$  ad  $AZ$  [Eucl. VI, 20  
coroll.]. itaque ut  $H\Delta + AZ : AZ$ , ita figura in  $E\Delta$   
descripta figurae  $AZ$  similis ad  $AZ$ . ergo figura in  
 $E\Delta$  descripta figurae  $AZ$  similis figuris  $H\Delta + AZ$   
aequalis est.

in ellipsi uero et ambitu circuli dicemus: quoniam  
est  $AE^2 : AZ = A\Delta \times \Delta B : \Delta H$  [Eucl. V, 16], erit  
etiam, ut totum ad totum, ita reliquum ad reliquum  
[Eucl. V, 19]. sin ab  $EA^2$  aufertur  $B\Delta \times \Delta A$ , relin-  
quitur  $\Delta E^2$  [Eucl. II, 5]. itaque

$$\Delta E^2 : AZ \div \Delta H = AE^2 : AZ.$$

est autem, ut  $AE^2 : AZ$ , ita  $\Delta E^2$  ad figuram in  $\Delta E$

bis V (altero loco  $E\Delta$  pro  $\Delta E$ ); corr. p. 23.  $E\Delta$ ]  $EZ$  V;  
corr. p. ( $\tau\eta\varsigma$   $E\Delta$ ).

αιρεθῆ τὸ ὑπὸ  $B\Delta A$ , λοιπὸν ἔστι τὸ ἀπὸ  $\Delta E$ . ὡς  
 ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἣν ὑπερέχει τὸ  
 $AZ$  τοῦ  $\Delta H$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ  $AZ$ . ἀλλ'  
 ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ  $AZ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς  
 5 τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  εἶδος ὁμοιον τῷ  $AZ$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$   
 πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἣν ὑπερέχει τὸ  $AZ$  τοῦ  $\Delta H$ ,  
 οὕτως τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  εἶδος τὸ ὁμοιον  
 τῷ  $AZ$ . ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς  $\Delta E$  εἶδος ὁμοιον τῷ  
 $AZ$  τῇ ὑπεροχῇ, ἣν ὑπερέχει τὸ  $AZ$  τοῦ  $\Delta H$ . μετὰ  
 10 τοῦ  $\Delta H$  ἄρα ἴσον ἔστι τῷ  $AZ$ .

μβ'.

Ἐὰν παραβολῆς εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ  
 διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς εὐθεῖα καταχθῆ ἐπὶ τὴν  
 διάμετρον τεταγμένως, ληφθέντος δέ τινος ἐπὶ τῆς τομῆς  
 15 σημείου καταχθῶσιν ἐπὶ τὴν διάμετρον δύο εὐθεῖαι,  
 καὶ ἡ μὲν αὐτῶν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν  
 ἀπὸ τῆς ἀφῆς κατηγμένην, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τρί-  
 γωνον ἴσον ἔστι τῷ περιεχομένῳ παραλληλογράμμῳ ὑπό-  
 τε τῆς ἀπὸ τῆς ἀφῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἀπολαμβανο-  
 20 μένης ὑπὸ τῆς παραλλήλου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς.

ἔστω παραβολή, ἣς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ ἤχθῳ  
 ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ  $AG$ , καὶ τεταγμένως κατήχθῳ  
 ἡ  $\Gamma\Theta$ , καὶ ἀπὸ τινος σημείου τυχόντος κατήχθῳ ἡ  $\Delta Z$ ,  
 καὶ διὰ μὲν τοῦ  $\Delta$  τῇ  $AG$  παράλληλος ἡ  $\Delta E$ ,  
 25 διὰ δὲ τοῦ  $\Gamma$  τῇ  $BZ$  ἡ  $\Gamma H$ , διὰ δὲ τοῦ  $B$  τῇ  $\Theta\Gamma$   
 ἡ  $BH$ . λέγω, ὅτι τὸ  $\Delta EZ$  τρίγωνον ἴσον ἔστι τῷ  $HZ$   
 παραλληλογράμμῳ.

ἐπεὶ γὰρ τῆς τομῆς ἐφάπτεται ἡ  $AG$ , καὶ τεταγμένως

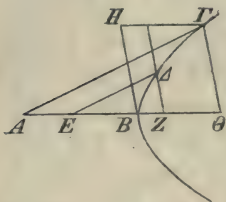
2. ἄρα] ἄρα οὖν V; corr. Halley. ἡ p, Halley. 3. τό]  
 (pr.) τοῦ V; corr. p. AZ] εν, α αξ V, mg. α m. rec.

descriptam figurae  $AZ$  similem [Eucl. VI, 20 coroll.; V, 16]. quare ut  $\triangle E^2 : AZ \div \triangle H$ , ita  $\triangle E^2$  ad figuram in  $\triangle E$  descriptam figurae  $AZ$  similem. itaque figura in  $\triangle E$  descripta figurae  $AZ$  similis aequalis est differentiae  $AZ \div \triangle H$  [Eucl. V, 9]. ergo adiuncta figura  $\triangle H$  figurae  $AZ$  aequalis est.

XLII.

Si recta parabolam contingens cum diametro cóncurrit, et a puncto contactus recta ad diametrum ordinate ducitur, sumpto autem in sectione puncto aliquo ad diametrum ducuntur duae rectae, altera contingenti, altera rectae a puncto contactus ordinate ductae parallela, triangulus ab his effectus aequalis est parallelogrammo comprehenso recta a puncto contactus ordinate ducta rectaque a parallela ad uerticem sectionis abscisa.

sit parabola, cuius diametrus sit  $AB$ , et sectionem contingens ducatur  $A\Gamma$ , ordinateque ducatur  $\Gamma\Theta$ , et a puncto aliquo ducatur  $\triangle Z$ , ducaturque per  $\triangle$  rectae  $A\Gamma$  parallela  $\triangle E$ , per  $\Gamma$  autem rectae  $BZ$  parallela  $\Gamma H$ , per  $B$  autem rectae  $\Theta\Gamma$  parallela  $BH$ . dico, esse  $\triangle EZ = HZ$ .



nam quoniam  $A\Gamma$  sectionem contingit, et  $\Gamma\Theta$  ordinate ducta est, erit [prop. XXXV]  $AB = B\Theta$ . itaque  $A\Theta = 2\Theta B$ . quare  $A\Theta\Gamma = B\Gamma$

6.  $\eta$  Halley. 9.  $\eta$  p, Halley. 10.  $\alpha\epsilon\alpha$ ] addidi; om. V; ante  $\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}$  lin. 9 add.  $\tau\acute{o}$   $\alpha\epsilon\alpha$   $\alpha\pi\acute{o}$   $\triangle E$   $\epsilon\acute{\iota}\delta\omicron\varsigma$   $\tau\acute{o}$   $\delta\mu\omicron\iota\omicron\nu$   $\tau\acute{\omega}$   $AZ$  Halley cum Memo. 11.  $\mu\beta'$ ] p, om. V, m. 2 v. 12.  $\mu\alpha\rho\alpha\beta\omicron\lambda\eta$  V; corr. Halley. 14.  $\epsilon\pi\acute{\iota}$   $\tau\eta\varsigma$ ] c, insert. m. 1 V.



κατῆκται ἡ  $\Gamma\Theta$ , ἴση ἐστὶν ἡ  $AB$  τῇ  $B\Theta$ . διπλασία  
 ἄρα ἐστὶν ἡ  $A\Theta$  τῆς  $\Theta B$ . τὸ  $A\Theta\Gamma$  ἄρα τριγώνου  
 τῷ  $B\Gamma$  παραλληλογράμῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἐστίν,  
 ὡς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta Z$ , ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $BZ$  διὰ  
 5 τὴν τομὴν, ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta Z$ ,  
 τὸ  $A\Gamma\Theta$  τριγώνου πρὸς τὸ  $E\Delta Z$  τριγώνου, ὡς δὲ ἡ  
 $\Theta B$  πρὸς  $BZ$ , τὸ  $H\Theta$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $HZ$   
 παραλληλόγραμμον, ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ  $A\Gamma\Theta$  τριγώνου  
 πρὸς τὸ  $E\Delta Z$  τριγώνου, τὸ  $\Theta H$  παραλληλόγραμμον  
 10 πρὸς τὸ  $ZH$  παραλληλόγραμμον. ἐναλλάξ ἄρα ἐστίν,  
 ὡς τὸ  $A\Theta\Gamma$  τριγώνου πρὸς τὸ  $B\Gamma$  παραλληλόγραμμον,  
 τὸ  $E\Delta Z$  τριγώνου πρὸς τὸ  $HZ$  παραλληλόγραμμον.  
 ἴσον δὲ τὸ  $A\Gamma\Theta$  τριγώνου τῷ  $H\Theta$  παραλληλογράμῳ·  
 ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ  $E\Delta Z$  τριγώνου τῷ  $HZ$  παραλληλο-  
 15 γράμῳ.

μγ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας  
 εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς  
 ἀφῆς καταχθῆ εὐθεῖα τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον,  
 20 καὶ ταύτῃ διὰ τῆς κορυφῆς παράλληλος ἀχθῆ συμ-  
 πίπτουσα τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἠγμένη  
 εὐθεῖα, ληφθέντος δὲ τινος σημείου ἐπὶ τῆς τομῆς  
 ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι ἐπὶ τὴν διάμετρον, ὧν ἡ μὲν  
 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν ἀπὸ τῆς ἀφῆς  
 25 κατηγμένην, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τριγώνου ἐπὶ τῆς  
 ὑπερβολῆς, οὗ ἀποτεμνεί τριγώνου ἢ διὰ τοῦ κέντρου  
 καὶ τῆς ἀφῆς, ἔλασσον ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέν-  
 τρου τῷ ὁμοίῳ τῷ ἀποτεμνομένῳ, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως  
 καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μετὰ τοῦ ἀποτεμνο-

2.  $\Theta B$ ]  $\overline{\tau\theta\beta}$  V; corr. p. 7. πρὸς τὸ  $HZ$  παραλληλόγραμμον] om. V; corr. p. 10. πρὸς] τῆς πρὸς V; corr. p.

[Eucl. I, 41]. et quoniam est  $\Gamma\Theta^2 : \Delta Z^2 = \Theta B : BZ$   
 proper sectionem [prop. XX], et

$$\Gamma\Theta^2 : \Delta Z^2 = A\Gamma\Theta : E\Delta Z \text{ [Eucl. VI, 19],}$$

$$\Theta B : BZ = H\Theta : HZ \text{ [Eucl. VI, 1],}$$

erit

$$A\Gamma\Theta : E\Delta Z = \Theta H : ZH.$$

permutando igitur [Eucl. V, 16]

$$A\Theta\Gamma : B\Gamma = E\Delta Z : HZ.$$

est autem  $A\Gamma\Theta = H\Theta$ . ergo  $E\Delta Z = HZ$ .

### XLIII.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum diametro concurrat, et a puncto contactus recta ad diametrum ordinate ducitur, per uerticem autem huic parallela ducitur recta cum recta per punctum contactus centrumque ducta concurrens, et sumpto in sectione puncto aliquo duae rectae ad diametrum ducuntur, quarum altera rectae contingenti, altera rectae a puncto contactus ordinate ductae parallela est, triangulus ab his effectus in hyperbola triangulo a recta per centrum punctumque contactus ducta absciso minor erit triangulo in radio descripto simili triangulo illi absciso, in ellipsi autem ambituque circuli adiuncto triangulo ad centrum absciso aequalis erit triangulo in radio descripto simili triangulo illi absciso.

12. τό (pr.) — παραλληλόγραμμον] om. V; corr. p (οὐτω τό).

16. μγ'] p, om. V, m. 2 v. 26. η] η V; corr. p. 27. τω'] τω V; corr. p („ei“ Memus).

μένου πρὸς τῷ κέντρῳ τριγώνου ἴσον ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τριγώνῳ ὁμοίῳ τῷ ἀποτεμνομένῳ.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣς διάμετρος ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ , καὶ ἤχθῳ ἐφαπτο-  
 5 μένη τῆς τομῆς ἡ  $\Delta E$ , καὶ ἐπεξεύχθῳ ἡ  $\Gamma E$ , καὶ τεταγμένως κατήχθῳ ἡ  $E Z$ , καὶ εἰλήφθῳ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $H$ , καὶ τῇ ἐφαπτομένη παράλληλος ἤχθῳ ἡ  $H\Theta$ , καὶ τεταγμένως κατήχθῳ ἡ  $H K$ , διὰ δὲ τοῦ  $B$  τεταγμένως ἀνήχθῳ ἡ  $B A$ . λέγω, ὅτι τὸ  $K M \Gamma$   
 10 τρίγωνον τοῦ  $\Gamma A B$  τριγώνου διαφέρει τῷ  $H K \Theta$  τριγώνῳ.

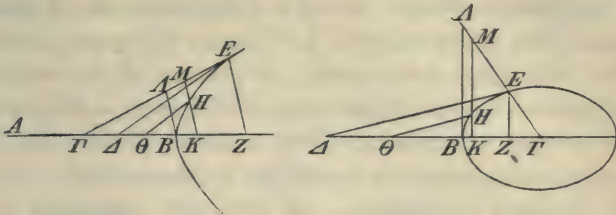
ἐπεὶ γὰρ ἐφάπτεται μὲν ἡ  $E \Delta$ , κατηγμένη δὲ ἔστιν ἡ  $E Z$ , ἡ  $E Z$  πρὸς  $Z \Delta$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $\Gamma Z$  πρὸς  $Z E$  καὶ τῆς ὀρθίας πρὸς τὴν  
 15 πλαγίαν. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $E Z$  πρὸς  $Z \Delta$ , ἡ  $H K$  πρὸς  $K \Theta$ , ὡς δὲ ἡ  $\Gamma Z$  πρὸς  $Z E$ , ἡ  $\Gamma B$  πρὸς  $B A$ . ἔξει ἄρα ἡ  $H K$  πρὸς  $K \Theta$  τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $B \Gamma$  πρὸς  $B A$  καὶ τῆς ὀρθίας πρὸς τὴν πλαγίαν. καὶ διὰ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ τεσσαρακοστῷ πρῶτῳ  
 20 θεωρήματι τὸ  $\Gamma K M$  τρίγωνον τοῦ  $B \Gamma A$  τριγώνου διαφέρει τῷ  $H \Theta K$  καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν διπλασίων αὐτῶν παραλληλογράμμων τὰ αὐτὰ δέδεικται.

μδ'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖα ἐπιψαύουσα  
 25 συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς καταχθῆ τις εὐθεῖα τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, καὶ ταύτη διὰ

8.  $H K$ ] scripsi;  $H K M$  V,  $K H M$  p. 10. τῷ]  $\tilde{\tau}$  sequente macula (fort. littera v macula obscurata) V, τῶν v; τῷ p. e. 22. τὰ] om. V; corr. Memus. 23. μδ'] p, om. V, m. 2 v. 25. ἀπό] c, corr. ex ὑπό m. 1 V. τῆς] c, σ euan. V.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit  $AB$ , centrum autem  $\Gamma$ , et sectionem contingens ducatur  $\Delta E$ , ducaturque  $\Gamma E$ , et ordinate ducatur



tur  $EZ$ , sumatur autem in sectione punctum aliquod  $H$ , et contingenti parallela ducatur  $H\Theta$ , ordinateque ducatur  $HK$ , per  $B$  autem ordinate ducatur  $BA$ . dico, triangulum  $KM\Gamma$  a triangulo  $\Gamma\Delta B$  differre triangulo  $HK\Theta$ .

nam quoniam  $E\Delta$  contingit,  $EZ$  autem ordinate ducta est,  $EZ : Z\Delta$  rationem habet compositam e ratione  $\Gamma Z : ZE$  eaque, quam habet latus rectum ad transuersum [prop. XXXIX]. est autem

$$EZ : Z\Delta = HK : K\Theta$$

[Eucl. VI, 4] et  $\Gamma Z : ZE = \Gamma B : BA$  [ib.]. itaque  $HK : K\Theta$  rationem habebit compositam ex ratione  $B\Gamma : BA$  eaque, quam habet latus rectum ad transuersum. et propter ea, quae in propositione XLI demonstrata sunt, triangulus  $\Gamma KM$  a triangulo  $B\Gamma A$  differt triangulo  $H\Theta K$ ; nam etiam de parallelogrammis, quae iis duplo maiora sunt, eadem demonstrata sunt [u. Eutocius].

XLIV.

Si recta alterutram oppositarum contingens cum diametro concurrat, et a puncto contactus recta ad



- τῆς κορυφῆς τῆς ἐτέρας τομῆς παράλληλος ἀχθῆ συμπίπτουσα τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἠγμένη εὐθεία, ληφθέντος δὲ ἐπὶ τῆς τομῆς, οὗ ἔτυχε σημείου, καταχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπὶ τὴν διάμετρον, ὧν ἡ μὲν
- 5 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν κατηγμένην ἀπὸ τῆς ἀφῆς τεταγμένως, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τριγώνου, οὗ ἀποτείμνει τριγώνου ἡ κατηγμένη πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς, ἔλασσον ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τριγώνῳ ὁμοίῳ τῷ ἀποτεμνομένῳ.
- 10 ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $AZ$ ,  $BE$ , διάμετρος δὲ αὐτῶν ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ , καὶ ἀπὸ τινος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς  $ZA$  τομῆς τοῦ  $Z$  ἐφαπτομένη ἤχθῳ τῆς τομῆς ἡ  $ZH$ , τεταγμένως δὲ ἡ  $ZO$ , καὶ ἐπεξεύχθῳ ἡ  $\Gamma Z$  καὶ ἐκβεβλήσθῳ ὡς ἡ  $\Gamma E$ , καὶ διὰ τοῦ  $B$  τῇ  $ZO$
- 15 παράλληλος ἡ  $BA$ , καὶ σημείον τι ἐπὶ τῆς  $BE$  τομῆς τὸ  $N$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $N$  τεταγμένως κατήχθῳ ἡ  $N\Theta$ , τῇ δὲ  $ZH$  παράλληλος ἤχθῳ ἡ  $NK$ . λέγω, ὅτι τὸ  $\Theta KN$  τρίγωνον τοῦ  $\Gamma M\Theta$  τριγώνου ἔλασσόν ἐστι τῷ  $\Gamma BA$  τριγώνῳ.
- 20 διὰ γὰρ τοῦ  $E$  τῆς  $BE$  τομῆς ἐφαπτομένη ἤχθῳ ἡ  $E\Delta$ , τεταγμένως δὲ ἡ  $E\Xi$ . ἐπεὶ οὖν ἀντικείμεναι εἰσιν αἱ  $ZA$ ,  $BE$ , ὧν διάμετρος ἡ  $AB$ , ἡ δὲ διὰ τοῦ κέντρου ἡ  $Z\Gamma E$ , καὶ ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν αἱ  $ZH$ ,  $E\Delta$ , τῇ  $ZH$  παράλληλός ἐστίν ἡ  $\Delta E$ . ἡ δὲ  $NK$  παράλληλός
- 25 ἐστὶ τῇ  $ZH$ · καὶ τῇ  $E\Delta$  ἄρα παράλληλός ἐστίν ἡ  $NK$ , ἡ δὲ  $M\Theta$  τῇ  $BA$ . ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστίν ἡ  $BE$ ,

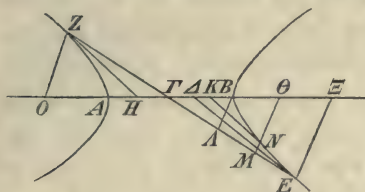
8. ἐκ τοῦ] om. V; corr. p. 14. ἡ  $\Gamma Z$  καὶ ἐκβεβλήσθῳ] bis V; corr. p. 15. καὶ] καὶ εἰλήφθῳ Halley praeunte Commandino („relictum sit“ Memus). 17.  $\Theta KN$ ] p,  $\Theta K V$ .

21.  $E\Xi$ ]  $EZ V$ ; corr. p. 23.  $Z\Gamma E$ ] p, Eutocius;  $Z\Gamma V$ .

25. ἄρα] p; om. V.  $NK$ ] pvc; in V pro certo legi non potest.

diametrum ordinate ducitur, huic autem parallela per uerticem alterius sectionis ducitur recta cum recta per punctum contactus centrumque ducta concurrens, sumpto autem in sectione puncto aliquo ad diametrum rectae ducuntur, quarum altera contingenti, altera rectae a puncto contactus ordinate ductae parallela est, triangulus ab his effectus triangulo, quem recta ordinate ducta ad centrum sectionis abscindit, minor erit triangulo in radio descripto simili triangulo absciso.

sint oppositae  $AZ$ ,  $BE$ , diametrus autem earum  $AB$ , centrum autem  $\Gamma$ , et a  $Z$  puncto aliquo sectionis



$ZA$  sectionem contingens ducatur  $ZH$ ; ordinate autem  $ZO$ , et ducatur  $\Gamma Z$  producatumque, ut fiat  $\Gamma E$ , et per  $B$  rectae  $ZO$  parallela ducatur  $BA$ , in

sectione autem  $BE$  punctum aliquod sit  $N$ , et ab  $N$  ordinate ducatur  $N\Theta$ , rectae autem  $ZH$  parallela ducatur  $NK$ . dico, esse  $N\Theta K = \Gamma M\Theta \div \Gamma B A$ .

per  $E$  enim sectionem  $BE$  contingens ducatur  $E\Delta$ , ordinate autem  $E\Xi$ . quoniam igitur  $ZA$ ,  $BE$  oppositae sunt, quarum diametrus est  $AB$ , recta autem per centrum ducta  $Z\Gamma E$ , sectionesque contingentes  $ZH$ ,  $E\Delta$ , rectae  $ZH$  parallela est  $\Delta E$  [u. Eutocius]. est autem  $NK$  rectae  $ZH$  parallela; quare etiam rectae  $E\Delta$  parallela est  $NK$  [Eucl. I, 30],  $M\Theta$  autem rectae  $BA$  parallela. quoniam igitur hyperbola est  $BE$ , cuius diametrus est  $AB$ , centrum autem  $\Gamma$ , sectionem autem contingens  $\Delta E$  et ordinate ducta  $E\Xi$ ,

ἥς διάμετρος ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ , ἐφαπτομένη δὲ  
 τῆς τομῆς ἡ  $\Delta E$ , τεταγμένως δὲ ἡ  $E\Xi$ , καὶ τῇ  $E\Xi$   
 παράλληλός ἐστὶν ἡ  $BA$ , καὶ εἴληπται ἐπὶ τῆς τομῆς  
 σημεῖον τὸ  $N$ , ἀφ' οὗ τεταγμένως μὲν κατῆκται ἡ  $N\Theta$ ,  
 5 παράλληλος δὲ ἦκται τῇ  $\Delta E$  ἡ  $KN$ , τὸ ἄρα  $N\Theta K$   
 τρίγωνον τοῦ  $\Theta M \Gamma$  τριγώνου ἑλασσόν ἐστι τῷ  $B \Gamma A$   
 τριγώνῳ· τοῦτο γὰρ ἐν τῷ μγ' θεωρήματι δέδεικται.

μέ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἑλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας  
 10 εὐθεῖα ἐπιψάουσα συμπίπτῃ τῇ δευτέρᾳ διαμέτρῳ,  
 καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς καταχθῆ τις εὐθεῖα ἐπὶ τὴν αὐτὴν  
 διάμετρον παράλληλος τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ, καὶ διὰ τῆς  
 ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἐκβληθῆ, ληφθέντος δέ,  
 οὗ ἔτυχεν, ἐπὶ τῆς τομῆς σημείου ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι  
 15 ἐπὶ τὴν δευτέραν διάμετρον, ὧν ἡ μὲν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην,  
 ἡ δὲ παρὰ τὴν κατηγμένην, τὸ γινόμενον  
 ὑπ' αὐτῶν τρίγωνον, οὗ ἀποτεμνεῖ τριγώνου ἢ κατηγμένη  
 πρὸς τῷ κέντρῳ, ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μεῖζον  
 ἔσται τῷ τριγώνῳ, οὗ βάσις μὲν ἡ ἐφαπτομένη, κορυφή  
 20 δὲ τὸ κέντρον τῆς τομῆς, ἐπὶ δὲ τῆς ἑλλείψεως καὶ  
 τοῦ κύκλου μετὰ τοῦ ἀποτεμνομένου ἴσον ἔσται τῷ  
 τριγώνῳ, οὗ βάσις μὲν ἡ ἐφαπτομένη, κορυφή δὲ τὸ  
 κέντρον τῆς τομῆς.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἑλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἢ  
 25  $AB \Gamma$ , ἥς διάμετρος μὲν ἡ  $A\Theta$ , δευτέρα δὲ ἡ  $\Theta \Delta$ ,  
 κέντρον δὲ τὸ  $\Theta$ , καὶ ἡ μὲν  $\Gamma M \Lambda$  ἐφαπτέσθω κατὰ  
 τὸ  $\Gamma$ , ἡ δὲ  $\Gamma \Delta$  ἤχθω παρὰ τὴν  $A\Theta$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα  
 ἡ  $\Theta \Gamma$  ἐκβεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς τυχόν

6.  $B \Gamma \Lambda$ ]  $\Gamma B \Gamma \Lambda$  V; corr. p. 8. μέ'] p, om. V, m. 2 v.  
 10. τῇ δευτέρᾳ] bis V (in extr. et prima pag.); corr. cvp.

$BA$  autem rectae  $E\Xi$  parallela est, et in sectione sumptum est punctum  $N$ , a quo ordinate ducta est  $N\Theta$ , rectae autem  $\Delta E$  parallela  $KN$ , erit

$$N\Theta K = \Theta M\Gamma \div B\Gamma A;$$

hoc enim in propositione XLIII demonstratum est.

XLV.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum altera diametro concurrat, et a puncto contactus recta ad eandem diametrum alteri diametro parallela ducitur, per punctum autem contactus centrumque recta producitur, et sumpto in sectione puncto aliquo duae rectae ad alteram diametrum ducuntur, quarum altera contingenti, altera rectae ordinate ductae parallela est, triangulus ab his effectus triangulo, quem recta ordinate ducta ad centrum abscindit, in hyperbola maior erit triangulo, cuius basis est recta contingens, uertex autem centrum sectionis, in ellipsi autem circuloque adiuncto triangulo absciso aequalis erit triangulo, cuius basis est recta contingens, uertex autem centrum sectionis.

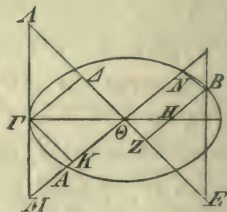
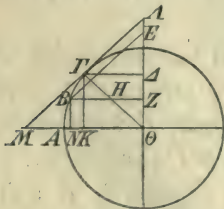
sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli  $AB\Gamma$ , cuius diametrus sit  $A\Theta$ , altera autem  $\Theta\Delta$ , centrum autem  $\Theta$ , et  $\Gamma M\Delta$  in  $\Gamma$  contingat,  $\Gamma\Delta$  autem rectae  $A\Theta$  parallela ducatur, et ducta  $\Theta\Gamma$  producat, sumatur autem in sectione punctum aliquod  $B$ , et a  $B$  rectis  $\Delta\Gamma$ ,  $\Gamma\Delta$  parallelae ducantur  $BE$ ,  $BZ$ . dico, esse

17. τρίγωνον]  $\Delta\Gamma$  V (h. e.  $\Delta'$ ). 25. ἦ] (alt.) c, om. V.  $\Theta\Delta$ ]  $\Delta\Theta A$  Halley.



σημείον τὸ Β, καὶ ἀπὸ τοῦ Β ἤχθωσαν αἱ ΒΕ, ΒΖ  
 παρὰ τὰς ΑΓ, ΓΔ. λέγω, ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς  
 τὸ ΒΕΖ τρίγωνον τοῦ ΗΘΖ μεῖζόν ἐστὶ τῷ ΑΓΘ,  
 ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου μετὰ τοῦ ΖΗΘ  
 5 ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΓΘ.

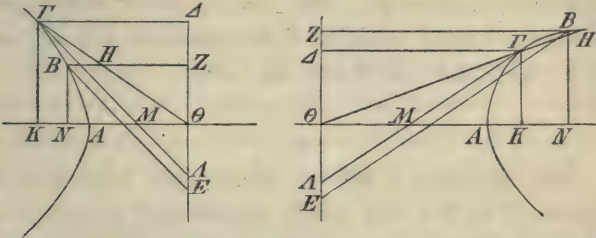
ἤχθωσαν γὰρ αἱ ΓΚ, ΒΝ παρὰ τὴν ΔΘ. ἐπεὶ οὖν  
 ἐφάπτεται ἡ ΓΜ, κατῆκται δὲ ἡ ΓΚ, ἡ ΓΚ πρὸς ΚΘ  
 τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ ΜΚ  
 πρὸς ΚΓ, καὶ τοῦ ὄν ἔχει τοῦ εἰδους ἡ ὀρθία πλευρὰ  
 10 πρὸς τὴν πλαγίαν· ὡς δὲ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΓ, ἡ ΓΔ  
 πρὸς ΔΑ· ἡ ΓΚ ἄρα πρὸς ΚΘ λόγον ἔχει τὸν συγ-  
 κείμενον ἐκ τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΑ καὶ τῆς ὀρθίας  
 πρὸς τὴν πλαγίαν. καὶ ἐστὶ τὸ ΓΔΑ τρίγωνον τὸ ἀπὸ  
 τῆς ΚΘ εἶδος, τὸ δὲ ΓΚΘ, τουτέστι τὸ ΑΓΘ, τὸ ἀπὸ  
 15 τῆς ΓΚ, τουτέστι τῆς ΔΘ· τὸ ΓΔΑ ἄρα τρίγωνον  
 τοῦ ΓΚΘ ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μεῖζόν ἐστὶ τῷ ἀπὸ  
 τῆς ΑΘ τριγώνῳ ὁμοίῳ τῷ ΑΓΑ, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως  
 καὶ τοῦ κύκλου τὸ ΑΓΘ μετὰ τοῦ ΑΓΑ ἴσον ἐστὶ τῷ  
 αὐτῷ· καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν διπλασίων αὐτῶν τοῦτο ἐδείχθη  
 20 ἐν τῷ τεσσαρακοστῷ πρώτῳ θεωρήματι. ἐπεὶ οὖν τὸ  
 ΑΓΑ τρίγωνον τοῦ ΓΚΘ ἦτοι τοῦ ΑΓΘ διαφέρει



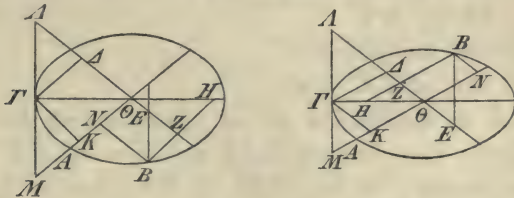
τῷ ἀπὸ τῆς ΑΘ τριγώνῳ ὁμοίῳ τῷ ΑΓΑ, διαφέρει  
 δὲ καὶ τῷ ΑΓΘ τριγώνῳ, ἴσον ἄρα τὸ ΑΓΘ τρίγωνον

in hyperbola  $BEZ = H\theta Z + \Delta\Gamma\theta$ , in ellipsi autem et circulo  $BEZ + ZH\theta = \Gamma\Delta\theta$ .

ducantur enim rectae  $\Delta\theta$  parallelae  $\Gamma K$ ,  $BN$ . quoniam igitur  $\Gamma M$  contingit,  $\Gamma K$  autem ordinate ducta est,  $\Gamma K : K\theta$  rationem habebit compositam ex



ratione, quam habet  $MK : K\Gamma$ , eaque, quam habet latus rectum figurae ad transversum [prop. XXXIX]. est autem [Eucl. VI, 4]  $MK : K\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta A$ . quare  $\Gamma K : K\theta$  rationem habet compositam ex ratione  $\Gamma\Delta : \Delta A$  eaque, quam habet latus rectum ad transversum. et triangulus  $\Gamma\Delta A$  figura est in  $K\theta$  descripta,  $\Gamma K\theta$  autem siue  $\Gamma\Delta\theta$  figura in  $\Gamma K$  siue  $\Delta\theta$  descripta. itaque in hyperbola  $\Gamma\Delta A$  triangulus triangulo  $\Gamma K\theta$



maior est triangulo in  $A\theta$  descripto simili triangulo  $\Gamma\Delta A$ , in ellipsi autem circuloque  $\Gamma\Delta\theta$  adiuncto  $\Gamma\Delta A$

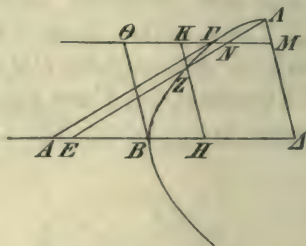
Fig. primam bis V.

τῷ ἀπὸ τῆς  $A\Theta$  ὁμοίῳ τῷ  $\Gamma\Delta\Lambda$  τριγώνῳ. ἐπεὶ οὖν  
 τὸ μὲν  $BZE$  τρίγωνον ὁμοίον ἐστὶ τῷ  $\Gamma\Delta\Lambda$ , τὸ δὲ  
 $HZ\Theta$  τῷ  $\Gamma\Delta\Theta$ , τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει. καὶ ἐστὶ  
 τὸ μὲν  $BZE$  τὸ ἀπὸ τῆς  $N\Theta$  μεταξὺ τῆς κατηγμένης  
 5 καὶ τοῦ κέντρου, τὸ δὲ  $HZ\Theta$  τὸ ἀπὸ τῆς  $BN$  κατη-  
 γμένης, τουτέστι τῆς  $Z\Theta$ . καὶ διὰ τὰ δεδειγμένα  
 πρότερον τὸ  $BZE$  τοῦ  $H\Theta Z$  διαφέρει τῷ ἀπὸ τῆς  $A\Theta$   
 ὁμοίῳ τῷ  $\Gamma\Delta\Lambda$ . ὥστε καὶ τῷ  $\Gamma\Delta\Theta$ .

μς'.

10 Ἐὰν παραβολῆς εὐθεία ἐπιψάνουσα συμπύπτη τῇ  
 διαμέτρῳ, ἢ διὰ τῆς ἀφῆς παράλληλος ἀγομένη τῇ  
 διαμέτρῳ ἐπὶ ταῦτά τῇ τομῇ τὰς ἀγομένας ἐν τῇ τομῇ  
 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην δίχα τέμνει.

ἔστω παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $AB\Delta$ , καὶ ἐφ-  
 15 ἀπέσθω τῆς τομῆς ἡ  $AG$ , διὰ δὲ τοῦ  $\Gamma$  τῇ  $A\Delta$   
 παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Theta\Gamma M$ ,  
 καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς  
 τυχὸν σημεῖον τὸ  $\Lambda$ , καὶ  
 ἤχθω τῇ  $AG$  παράλληλος  
 20 ἡ  $ANZE$ . λέγω, ὅτι ἐστὶν  
 ἴση ἡ  $AN$  τῇ  $NZ$ .



ἤχθωσαν τεταγμένως αἱ  
 $B\Theta$ ,  $KZH$ ,  $\Lambda M\Delta$ . ἐπεὶ  
 οὖν διὰ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ τεσσαρακοστῷ δευτέρῳ  
 25 θεωρήματι ἴσον ἐστὶ τὸ  $E\Lambda\Delta$  τρίγωνον τῷ  $BM$  παρ-  
 αλληλογράμμῳ, τὸ δὲ  $EZH$  τῷ  $BK$ , λοιπὸν ἄρα τὸ

4. τό] (alt.) om. V; corr. Halley.  $N\Theta$ ] pvc; N incertum est  
 in V. 8.  $\Gamma\Delta\Lambda$ ]  $\Gamma\Delta\Delta$  V; corr. p. 9. μς'] p, om. V, m. 2 v.  
 12. ταῦτά] ταῦτα V; corr. p. 23.  $KZH$ ]  $ZHK$  V; corr. p.  
 $\Lambda M\Delta$ ]  $\Lambda M$  V; corr. Comm.

eidem aequalis est; nam in figuris, quae iis duplo maiores sunt, hoc demonstratum est in propositione XLI. quoniam igitur triangulus  $\Gamma\Delta\Lambda$  a  $\Gamma K\Theta$  siue  $\Gamma\Lambda\Theta$  differt triangulo in  $A\Theta$  descripto simili triangulo  $\Gamma\Delta\Lambda$ , uerum etiam triangulo  $\Gamma\Theta\Lambda$  differt, triangulus  $\Gamma\Theta\Lambda$  triangulo in  $A\Theta$  descripto simili triangulo  $\Gamma\Delta\Lambda$  aequalis est. quoniam igitur triangulus  $BZE$  triangulo  $\Gamma\Delta\Lambda$  similis est [Eucl. I, 29] et  $HZ\Theta$  triangulo  $\Gamma\Delta\Theta$ , eandem rationem habent<sup>1)</sup>. et  $BZE$  in  $N\Theta$  descriptus est inter rectam ordinatam centrumque,  $HZ\Theta$  autem in  $BN$  ordinate ducta siue  $Z\Theta$ ; et propter ea, quae antea demonstrata sunt [prop. XLI],  $BZE$  ab  $H\Theta Z$  differt triangulo in  $A\Theta$  descripto simili triangulo  $\Gamma\Delta\Lambda$ . ergo etiam triangulo  $\Gamma\Lambda\Theta$  differt.

## XLVI.

Si recta parabolam contingens cum diametro concurrat, recta per punctum contactus diametro parallela ducta ad partes sectionis uersus rectas in sectione contingenti parallelas ductas in binas partes aequales secabit.

sit parabola, cuius diametrus sit  $AB\Lambda$ , et sectionem contingat  $A\Gamma$ , per  $\Gamma$  autem rectae  $A\Lambda$  parallela ducatur  $\Theta\Gamma M$ , et in sectione sumatur punctum aliquod  $A$ , ducaturque rectae  $A\Gamma$  parallela  $ANZE$ . dico, esse  $AN = NZ$ .

ducantur ordinate  $B\Theta$ ,  $HZK$ ,  $AM\Lambda$ . quoniam igitur propter ea, quae in propositione XLII demon-

1) Hoc est: latera eandem inter se rationem habent (Eucl. VI, 4); itaque in proportione  $\Gamma K : K\Theta$  cet. substitui possunt rationes laterum triangulorum  $BZE$ ,  $HZ\Theta$ , ita ut conditioni propositionis 41 satis fiat.





strata sunt,  $EA\Delta = BM$  et  $EZH = BK$ , erit

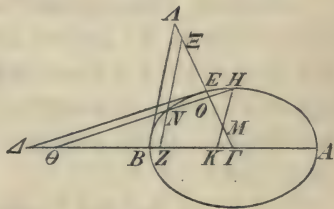
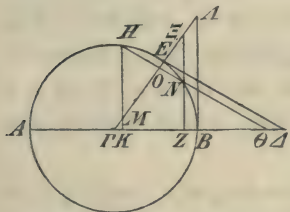
$$HM = AZH\Delta.$$

auferatur, quod commune est, pentagonum  $M\Delta HZN$ ; itaque  $KZN = \Delta MN$ . est autem  $KZ$  rectae  $\Delta M$  parallela. ergo  $ZN = \Delta N$  [Eucl. VI, 22 coroll.].

XLVII.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum diametro concurrit, et per punctum contactus centrumque recta ad partes sectionis uersus ducitur, rectas in sectione contingenti parallelas ductas in binas partes aequales secabit.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit  $AB$ , centrum autem  $\Gamma$ , et sectionem



contingens ducatur  $\Delta E$ , ducaturque  $\Gamma E$  et producat, et in sectione sumatur punctum aliquod  $N$ , et per  $N$  parallela ducatur  $\Theta NOH$ . dico, esse  $NO = OH$ .

ordinate enim ducantur  $\Xi NZ$ ,  $BA$ ,  $HMK$ . itaque propter ea, quae in propositione XLIII demonstrata sunt, erit  $\Theta NZ = ABZ\Xi$ ,  $H\Theta K = ABKM$ . quare etiam  $NHKZ = MKZ\Xi$ . auferatur, quod commune

corr. p. 16.  $\Theta NOHA$  V; corr. p. 20.  $\Theta NZ$ ]  $BNZ$  V;  
 corr. p.  $AB\Xi Z$  V; corr. p.

δὲ  $HΘK$  τρίγωνον τῷ  $ΛΒΚΜ$ · καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ  
 $NHKZ$  τετράπλευρον λοιπῷ τῷ  $MKZΞ$  ἔστιν ἴσον.  
 κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ  $ONZKM$  πεντάπλευρον· λοιπὸν  
 ἄρα τὸ  $OMH$  τρίγωνον λοιπῷ τῷ  $NΞO$  ἔστιν ἴσον.  
 5 καὶ ἔστι παράλληλος ἡ  $MH$  τῇ  $NΞ$ · ἴση ἄρα ἡ  $NO$   
 τῇ  $OH$ .

μη'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖα ἐπιψάουσα  
 συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ  
 10 κέντρον εὐθεῖα ἐκβληθεῖσα τέμῃ τὴν ἑτέραν τομῆν,  
 ἣτις ἂν ἀχθῇ ἐν τῇ ἑτέρᾳ τομῇ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην,  
 δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ἐκβληθείσης.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετρος μὲν ἡ  $AB$ ,  
 κέντρον δὲ τὸ  $Γ$ , καὶ τῆς  $A$  τομῆς ἐφαπτέσθω ἡ  $ΚΛ$ ,  
 15 καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $ΑΓ$  καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω τι  
 σημεῖον ἐπὶ τῆς  $B$  τομῆς τὸ  $N$ , καὶ διὰ τοῦ  $N$  τῇ  $AK$   
 παράλληλος ἤχθω ἡ  $NH$ . λέγω, ὅτι ἡ  $NO$  τῇ  $OH$   
 ἔστιν ἴση.

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $E$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ  $EΔ$ .  
 20 ἡ  $EΔ$  ἄρα τῇ  $AK$  παράλληλός ἐστιν. ὥστε καὶ τῇ  
 $NH$ . ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ  $BNH$ , ἧς κέντρον  
 τὸ  $Γ$ , καὶ ἐφαπτομένη ἡ  $ΔE$ , καὶ ἐπέξενκται ἡ  $ΓE$ ,  
 καὶ εἰληπται ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον τὸ  $N$ , καὶ δι'  
 αὐτοῦ παράλληλος τῇ  $ΔE$  ἤκται ἡ  $NH$ , διὰ τὸ προ-  
 25 δεδειγμένον ἐπὶ τῆς ὑπερβολῆς ἴση ἐστὶν ἡ  $NO$   
 τῇ  $OH$ .

2.  $MKΞZ V$ ; corr. Comm. 4.  $NΞO$ ]  $ΘNΞO V$ ; corr. p.  
 6.  $OH$ ]  $ΣH V$ ; corr. p. 7.  $μη'$ ] p, om. V, m. 2 v.

est, pentagonum  $ONZKM$ . erit igitur  $OMH = N\Xi O$ .  
 et  $MH$  rectae  $N\Xi$  parallela est; ergo est  $NO = OH$   
 [Eucl. VI, 22 coroll.].

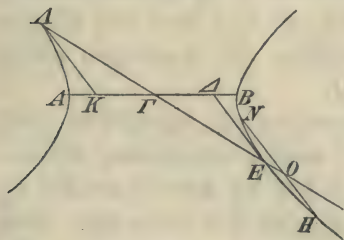
XLVIII.

Si recta alterutram oppositarum contingens cum  
 diametro concurrat, et per punctum contactus centrum-  
 que producta recta alteram sectionem secat, quaecun-  
 que recta in altera sectione ducitur contingenti par-  
 allela, a recta illa producta in duas partes aequales  
 secabitur.

sint oppositae, quarum diametrus sit  $AB$ , centrum  
 autem  $\Gamma$ , et sectionem  $A$  contingat  $KA$ , ducaturque  
 $A\Gamma$  et producat, in  $B$  autem sectione punctum ali-  
 quod sumatur  $N$ , et per  $N$  rectae  $AK$  parallela duca-  
 tur  $NH$ . dico, esse  $NO = OH$ .

ducatur enim per  $E$  sectionem contingens  $EA$ ;  
 $EA$  igitur rectae  $AK$  parallela est [u. Eutocius ad

prop. XLIV]. quare  
 etiam rectae  $NH$  [Eucl.  
 I, 30]. quoniam igitur  
 $BNH$  hyperbola est,  
 cuius centrum est  $\Gamma$ , et  
 contingit  $AE$ , et ducta  
 est  $\Gamma E$ , in sectione  
 autem sumptum est



punctum  $N$ , et per id rectae  $AE$  parallela ducta est  
 $NH$ , propter id, quod de hyperbola antea demon-  
 stratum est [prop. XLVII], erit  $NO = OH$ .



μθ'.

Ἐὰν παραβολῆς εὐθεία ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ  
 διαμέτρῳ, καὶ διὰ μὲν τῆς ἀφῆς ἀχθῆ παράλληλος τῇ  
 διαμέτρῳ, ἀπὸ δὲ τῆς κορυφῆς ἀχθῆ παρὰ τεταγμένως  
 5 κατηγμένην, καὶ ποιηθῆ, ὡς τὸ τμῆμα τῆς ἐφαπτο-  
 μένης τὸ μεταξὺ τῆς ἀνηγμένης καὶ τῆς ἀφῆς πρὸς τὸ  
 τμῆμα τῆς παραλλήλου τὸ μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς  
 ἀνηγμένης, οὕτως εὐθεϊά τις πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  
 ἐφαπτομένης, ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς ἀχθῆ ἐπὶ τὴν  
 10 διὰ τῆς ἀφῆς ἠγμένην εὐθεϊαν παράλληλον τῇ δια-  
 μέτρῳ, δυνήσεται τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ  
 τῆς πεπορισμένης εὐθείας καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης  
 ὑπ' αὐτῆς πρὸς τῇ ἀφῆ.

ἔστω παραβολή, ἣς διάμετρος ἡ  $MBΓ$ , ἐφαπτομένη  
 15 δὲ ἡ  $ΓΔ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Δ$  τῇ  $ΒΓ$  παράλληλος ἤχθῳ  
 ἡ  $ZΔN$ , τεταγμένως δὲ ἀνήχθῳ ἡ  $ZB$ , καὶ πεποιήσθῳ  
 ὡς ἡ  $EΔ$  πρὸς  $ΔZ$ , εὐθεϊά τις ἡ  $H$  πρὸς τὴν δι-  
 πλασίαν τῆς  $ΓΔ$ , καὶ εἰλήφθῳ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  
 τομῆς τὸ  $K$ , καὶ ἤχθῳ διὰ τοῦ  $K$  τῇ  $ΓΔ$  παράλληλος  
 20 ἡ  $KΑΠ$ . λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς  $KΑ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  
 τῆς  $H$  καὶ τῆς  $ΔΑ$ , τουτέστιν ὅτι διαμέτρου οὔσης  
 τῆς  $ΔΑ$  ὀρθία ἐστὶν ἡ  $H$ .

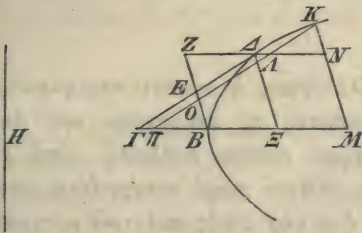
κατήχθῳσαν γὰρ τεταγμένως αἱ  $ΔΞ$ ,  $KNM$ . καὶ  
 ἐπεὶ ἡ  $ΓΔ$  ἐφάπτεται τῆς τομῆς, τεταγμένως δὲ κατ-  
 25 ἤκται ἡ  $ΔΞ$ , ἴση ἐστὶν ἰ  $ΓB$  τῇ  $BΞ$ . ἡ δὲ  $BΞ$  τῇ  
 $ZΔ$  ἴση ἐστὶ· καὶ ἡ  $ΓB$  ἄρα τῇ  $ZΔ$  ἐστὶν ἴση. ὥστε  
 καὶ τὸ  $EΓB$  τρίγωνον τῷ  $EZΔ$  τριγώνῳ. κοινὸν  
 προσκείσθῳ τὸ  $ΔEBMN$  σχῆμα· τὸ ἄρα  $ΔΓMN$

1. μθ' ] p, om. V, m. 2 v. 5. κατηγμένη V; corr. Halley.  
 9. Hic alicubi desiderari παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, iam Memus

XLIX.

Si recta parabolam contingens cum diametro concurrat, per contactum autem recta diametro parallela ducitur, a uertice autem recta ordinate ductae parallela, et fit, ut pars contingentis inter ordinate ductam punctumque contactus posita ad partem parallelae inter punctum contactus et ordinate ductam positam, ita recta aliqua ad duplam contingentis, quaecunque recta a sectione [contingenti parallela] ad rectam per punctum contactus diametro parallelam ductam ducitur, quadrata aequalis est rectangulo comprehenso recta assumpta rectaque ab illa ad punctum contactus abscisa.

sit parabola, cuius diameter sit  $MB\Gamma$ , contingens autem  $\Gamma\Delta$ , et per  $\Delta$  rectae  $B\Gamma$  parallela ducatur  $Z\Delta N$ ,



ordinate autem ducatur  $ZB$ , et fiat

$E\Delta : \Delta Z = H : 2\Gamma\Delta$ ,

sumaturque punctum aliquod  $K$  in sectione, per  $K$  autem rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $K\Lambda\Pi$ . dico, esse

$KA^2 = H \times \Delta A$ , h. e. si  $\Delta A$  diameter sit, latus rectum esse  $H$  [prop. XI].

ordinate enim ducantur  $\Delta E$ ,  $KNM$ . et quoniam  $\Gamma\Delta$  contingit sectionem,  $\Delta E$  autem ordinate ducta est, erit  $\Gamma B = B E$  [prop. XXXV]. est autem  $B E = Z\Delta$  [Eucl. I, 34]; itaque etiam  $\Gamma B = Z\Delta$ . quare etiam

senserat. 16. πεποιεῖσθω V; corr p. 27. EZΔ] pvc, Z  
corr. ex Δ m. 1 V. 28. προσκειῖσθω] p; προκειῖσθω V.

τετράπλευρον τῷ  $ZM$  παραλληλογράμμῳ ἔστιν ἴσον,  
 τουτέστι τῷ  $KPM$  τριγώνῳ. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ  
 $APMN$  τετράπλευρον· λοιπὸν ἄρα τὸ  $KAN$  τριγώνου  
 τῷ  $AG$  παραλληλογράμμῳ ἔστιν ἴσον. καὶ ἔστιν ἴση  
 5 ἡ ὑπὸ  $AAI$  γωνία τῇ ὑπὸ  $KAN$ · διπλασίον ἄρα ἔστι  
 τὸ ὑπὸ  $KAN$  τοῦ ὑπὸ  $AAI$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς ἡ  
 $EΔ$  πρὸς  $ΔΖ$ , ἡ  $H$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΓΔ$ , ἔστι  
 δὲ καὶ ὡς ἡ  $EΔ$  πρὸς  $ΔΖ$ , ἡ  $ΚΑ$  πρὸς  $AN$ , καὶ ὡς  
 ἄρα ἡ  $H$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΓΔ$ , ἡ  $ΚΑ$  πρὸς  
 10  $AN$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $ΚΑ$  πρὸς  $AN$ , τὸ ἀπὸ  $ΚΑ$  πρὸς  
 τὸ ὑπὸ  $KAN$ , ὡς δὲ ἡ  $H$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΔΓ$ ,  
 τὸ ὑπὸ  $H$ ,  $AA$  πρὸς τὸ δις ὑπὸ  $ΓAA$ · ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  
 $ΚΑ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $KAN$ , τὸ ὑπὸ  $H$ ,  $AA$  πρὸς τὸ δις  
 ὑπὸ  $ΓAA$ . καὶ ἐναλλάξ· ἴσον δέ ἔστι τὸ ὑπὸ  $KAN$   
 15 τῷ δις ὑπὸ  $ΓAA$ · ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ  $ΚΑ$  τῷ  
 ὑπὸ  $H$ ,  $AA$ .

ν'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας  
 εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ  
 20 τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἐκβληθῆ, ἀπὸ δὲ  
 τῆς κορυφῆς ἀναχθεῖσα εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατ-  
 ηγμένην συμπίπτῃ τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου  
 ἡγμένη εὐθεῖα, καὶ ποιηθῆ, ὡς τὸ τμήμα τῆς ἐφαπτο-  
 μένης τὸ μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς ἀνηγμένης πρὸς τὸ  
 25 τμήμα τῆς ἡγμένης διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου τὸ  
 μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς ἀνηγμένης, εὐθειά τις πρὸς  
 τὴν διπλασίαν τῆς ἐφαπτομένης, ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς  
 ἀχθῆ ἐπὶ τὴν διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἡγμένην

6. τοῦ] p, corr. ex τό m. 1 V, τῇ c. 14. καί — 15.  $ΓAA$ ] bis V; corr. p. 17. ν'] p, om. V, m. 2 v. 21. κατηγμένη V; corr. p.

$ΕΓΒ = ΕΖΔ$  [Eucl. VI, 19]. communis adiciatur figura  $ΔΕΒΜΝ$ ; erit igitur  $ΔΓΜΝ = ΖΜ = ΚΠΜ$  [prop. XLII]. auferatur, quod commune est, quadrangulum  $ΔΠΜΝ$ . erit igitur  $ΚΑΝ = ΔΓ$ . est autem  $∠ ΔΑΠ = ∠ ΚΑΝ$  [Eucl. I, 15]. itaque erit [u. Euto- cius]  $ΚΑ \times ΑΝ = 2ΔΔ \times ΔΓ$ . et quoniam est  $ΕΔ : ΔΖ = Η : 2ΓΔ$ , est autem etiam [Eucl. VI, 4]  $ΕΔ : ΔΖ = ΚΑ : ΑΝ$ , erit etiam  $Η : 2ΓΔ = ΚΑ : ΑΝ$ . uerum  $ΚΑ : ΑΝ = ΚΑ^2 : ΚΑ \times ΑΝ$ ,

$$Η : 2ΓΔ = Η \times ΔΔ : 2ΓΔ \times ΔΔ.$$

itaque  $ΚΑ^2 : ΚΑ \times ΑΝ = Η \times ΔΔ : 2ΓΔ \times ΔΔ$ . et permutando [Eucl. V, 16]; est autem

$$ΚΑ \times ΑΝ = 2ΓΔ \times ΔΔ.$$

ergo etiam  $ΚΑ^2 = Η \times ΔΔ$ .

L.

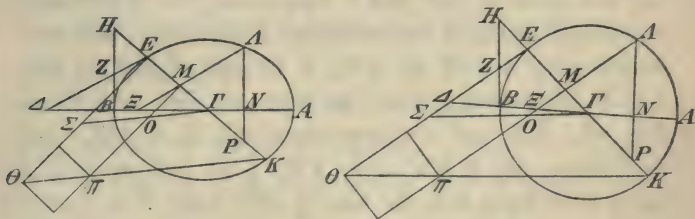
Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum diametro concurrat, et per punctum contactus centrumque recta producat, a uertice autem recta ordinate ductae parallela cum recta per punctum contactus centrumque ducta concurrat, et fit, ut pars contingentis inter punctum contactus et ordinate ductam posita ad partem rectae per punctum contactus centrumque ductae inter punctum contactus et ordinate ductam positam, ita recta aliqua ad duplam contingentis, quae- cunque recta a sectione ad rectam per punctum con- tactus centrumque ductam contingenti parallela ducitur, quadrata aequalis erit spatio rectangulo rectae adsumptae adplicato latitudinem habenti rectam ab illa ad punctum contactus abscisam, in hyperbola figura excedenti simili





spatio comprehenso dupla rectae inter centrum punctum-  
que contactus positae et recta adsumpta, in ellipsi  
autem circuloque eadem deficienti.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius  
diametrus sit  $AB$ , centrum autem  $\Gamma$ , contingatque  
 $\Delta E$ , et ducta  $\Gamma E$  producat in utramque partem,  
ponaturque  $\Gamma K = E\Gamma$ , et per  $B$  ordinate ducatur  
 $BZH$ , per  $E$  autem ad  $E\Gamma$  perpendicularis ducatur  
 $E\Theta$ , et fiat  $ZE : EH = E\Theta : 2E\Delta$ , ductaque  $\Theta K$   
producat, sumatur autem in sectione punctum aliquod



$\Lambda$ , et per id rectae  $E\Delta$  parallela ducatur  $AMΞ$ , rectae  
 $BH$  autem parallela  $APN$ , et rectae  $E\Theta$  parallela  $M\Pi$ .  
dico, esse  $AM^2 = EM \times M\Pi$ .

per  $\Gamma$  enim rectae  $K\Pi$  parallela ducatur  $\Gamma\Sigma O$ .  
et quoniam est  $E\Gamma = \Gamma K$ , et  $E\Gamma : K\Gamma = E\Sigma : \Sigma\Theta$   
[Eucl. VI, 2], erit etiam  $E\Sigma = \Sigma\Theta$ . et quoniam est  
 $ZE : EH = \Theta E : 2E\Delta$ , et  $E\Sigma = \frac{1}{2}E\Theta$ , erit

$$ZE : EH = \Sigma E : E\Delta.$$

est autem

$$ZE : EH = AM : MP \text{ [Eucl. VI, 4];}$$

itaque  $AM : MP = \Sigma E : E\Delta$ . et quoniam demon-  
strauimus [prop. XLIII], esse in hyperbola

$$PN\Gamma = HB\Gamma + ANΞ,$$

καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $ZE$  πρὸς  $EH$ , ἡ  $\Theta E$  πρὸς τὴν  
διπλασίαν τῆς  $E\Delta$ , καὶ ἐστὶ τῆς  $E\Theta$  ἡμίσεια ἡ  $E\Sigma$ ,  
ἐστὶν ἄρα, ὡς ἡ  $ZE$  πρὸς  $EH$ , ἡ  $\Sigma E$  πρὸς  $E\Delta$ . ὡς  
δὲ ἡ  $ZE$  πρὸς  $EH$ , ἡ  $\Lambda M$  πρὸς  $MP$ . ὡς ἄρα ἡ  $\Lambda M$   
5 πρὸς  $MP$ , ἡ  $\Sigma E$  πρὸς  $E\Delta$ . καὶ ἐπεὶ τὸ  $PN\Gamma$  τρί-  
γωνον τοῦ  $H\beta\Gamma$  τριγώνου, τουτέστι τοῦ  $\Gamma\Delta E$ , ἐπὶ  
μὲν τῆς ὑπερβολῆς μεῖζον ἐδείχθη, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως  
καὶ τοῦ κύκλου ἔλασσον τῷ  $\Lambda N\Xi$ , κοινῶν ἀφαιρεθέν-  
των ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς τοῦ τε  $E\Gamma\Delta$  τριγώνου  
10 καὶ τοῦ  $NPM\Xi$  τετραπλεύρου, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως  
καὶ τοῦ κύκλου τοῦ  $M\Xi\Gamma$  τριγώνου, τὸ  $\Lambda MP$  τρί-  
γωνον τῷ  $ME\Delta\Xi$  τετραπλεύρῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐστὶ  
παράλληλος ἡ  $M\Xi$  τῇ  $\Delta E$ , ἡ δὲ ὑπὸ  $\Lambda MP$  τῇ ὑπὸ  
 $EM\Xi$  ἐστὶν ἴση· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $\Lambda MP$  τῷ  
15 ὑπὸ τῆς  $EM$  καὶ συναμφοτέρου τῆς  $E\Delta$ ,  $M\Xi$ . καὶ  
ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $M\Gamma$  πρὸς  $GE$ , ἡ τε  $M\Xi$  πρὸς  $E\Delta$   
καὶ ἡ  $MO$  πρὸς  $E\Sigma$ , ὡς ἄρα ἡ  $MO$  πρὸς  $E\Sigma$ , ἡ  $M\Xi$   
πρὸς  $\Delta E$ . καὶ συνθέντι, ὡς συναμφοτέρος ἡ  $MO$ ,  $\Sigma E$   
πρὸς  $E\Sigma$ , οὕτως συναμφοτέρος ἡ  $M\Xi$ ,  $E\Delta$  πρὸς  $E\Delta$ .  
20 ἐναλλάξ, ὡς συναμφοτέρος ἡ  $MO$ ,  $\Sigma E$  πρὸς συναμφο-  
τερον τὴν  $\Xi M$ ,  $E\Delta$ , ἡ  $\Sigma E$  πρὸς  $E\Delta$ . ἀλλ' ὡς μὲν  
συναμφοτέρος ἡ  $MO$ ,  $E\Sigma$  πρὸς συναμφοτέρον τὴν  
 $M\Xi$ ,  $\Delta E$ , τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς  $MO$ ,  $E\Sigma$  καὶ τῆς  
 $EM$  πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς  $M\Xi$ ,  $E\Delta$  καὶ  
25 τῆς  $EM$ , ὡς δὲ ἡ  $\Sigma E$  πρὸς  $E\Delta$ , ἡ  $ZE$  πρὸς  $EH$ ,  
τουτέστιν ἡ  $\Lambda M$  πρὸς  $MP$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $\Lambda M$  πρὸς  
τὸ ὑπὸ  $\Lambda MP$ . ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς  
 $MO$ ,  $E\Sigma$  καὶ τῆς  $ME$  πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου  
τῆς  $M\Xi$ ,  $E\Delta$  καὶ τῆς  $EM$ , τὸ ἀπὸ  $\Lambda M$  πρὸς τὸ ὑπὸ

h. e.  $P\Gamma\Delta = \Gamma\Delta E + \Delta N\Xi$  [u. Eutocius ad prop. XLIII],  
 in ellipsi autem circuloque  $P\Gamma\Delta = H\Gamma\Delta \div \Delta N\Xi$ ,  
 h. e. [u. ibidem]  $P\Gamma\Delta + \Delta N\Xi = \Gamma\Delta E$ , ablatis, quae  
 communia sunt, in hyperbola  $E\Gamma\Delta$  et  $NPM\Xi$ , in  
 ellipsi autem circuloque  $M\Xi\Gamma$ , erit  $\Delta MP = ME\Delta\Xi$ .  
 est autem  $M\Xi$  rectae  $\Delta E$  parallela, et

$$\angle \Delta MP = EM\Xi \text{ [Eucl. I, 15];}$$

itaque erit [u. Eutocius ad prop. XLIX]

$$\Delta M \times MP = EM \times (E\Delta + M\Xi).$$

et quoniam est

$$M\Gamma : \Gamma E = M\Xi : E\Delta, \quad M\Gamma : \Gamma E = MO : ES$$

[Eucl. VI, 4], erit

$$MO : ES = M\Xi : \Delta E.$$

et componendo [Eucl. V, 18]

$$MO + SE : ES = M\Xi + E\Delta : E\Delta;$$

permutando [Eucl. V, 16]

$$MO + SE : EM + E\Delta = SE : E\Delta.$$

est autem]

$$MO + ES : M\Xi + \Delta E = (MO + ES) \\ \times EM : (M\Xi + E\Delta) \times EM,$$

et

$$SE : E\Delta = ZE : EH = \Delta M : MP \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ = \Delta M^2 : \Delta M \times MP;$$

itaque erit

$$(MO + ES) \times ME : (M\Xi + E\Delta) \times EM \\ = \Delta M^2 : \Delta M \times MP.$$

et permutando

$$(MO + ES) \times ME : M\Delta^2 \\ = (M\Xi + E\Delta) \times ME : \Delta M \times MP \text{ [Eucl. V, 16].}$$



AMP. καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς MO, EΣ καὶ τῆς ME πρὸς τὸ ἀπὸ MA, οὕτως τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς MΞ, EA καὶ τῆς ME πρὸς τὸ ὑπὸ AMP. ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ AMP τῷ ὑπὸ τῆς ME  
 5 καὶ συναμφοτέρου τῆς MΞ, EA. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ AM τῷ ὑπὸ EM καὶ συναμφοτέρου τῆς MO, EΣ. καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΣΕ τῇ ΣΘ ἴση, ἡ δὲ ΣΘ τῇ ΟΠ. ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ AM τῷ ὑπὸ EMP.

να'.

10 Ἐὰν ὁποτερασοῦν τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖα ἐπιψάουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ μὲν τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἐκβληθῇ τις εὐθεῖα ἕως τῆς ἐτέρας τομῆς, ἀπὸ δὲ τῆς κορυφῆς εὐθεῖα ἀναχθῇ παρὰ τεταγμένως κατηγμένην καὶ συμπίπτῃ τῇ διὰ τῆς ἀφῆς  
 15 καὶ τοῦ κέντρου ἠγμένη [εὐθεῖα, καὶ γενηθῇ, ὡς τὸ τμήμα τῆς ἐφαπτομένης τὸ μεταξὺ τῆς ἀνηγμένης καὶ τῆς ἀφῆς πρὸς τὸ τμήμα τῆς ἠγμένης διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου τὸ μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς ἀνηγμένης, εὐθεῖά τις πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ἐφαπτο-  
 20 μένης, ἣτις ἂν ἐν τῇ ἐτέρᾳ τῶν τομῶν ἀχθῇ ἐπὶ τὴν διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἠγμένην εὐθεῖαν παρὰ ἄλληλος τῇ ἐφαπτομένη, δυνήσεται τὸ παρακείμενον ὀρθογώνιον παρὰ τὴν προσπορισθεῖσαν πλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῆς πρὸς τῇ ἀφῇ ὑπερ-  
 25 βάλλον εἶδει ὁμοίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς μεταξὺ τῶν ἀντικειμένων καὶ τῆς προσπορισθείσης εὐθείας.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετρος ἡ AB, κέντρον

2. ἀπό] ὑπό V; corr. p (ἀπὸ τῆς). 9. να'] p, om. V, m. 2 v. 14. κατηγμένη V; corr. p. 23. προσπορισθεῖσαν] scripsi; προσπορισθείσαν V.

est autem

$$AM \times MP = ME \times (ME + EA);$$

quare etiam

$$AM^2 = EM \times (MO + ES).'$$

et  $\Sigma E = \Sigma \Theta$ ,  $\Sigma \Theta = O\Pi$  [Eucl. I, 34]. ergo

$$AM^2 = EM \times M\Pi.$$

## LI.

Si recta alterutram oppositarum contingens cum diametro concurrat, et per punctum contactus centrumque recta usque ad alteram sectionem producat, a uertice autem recta ordinate ductae parallela ducatur et cum recta per punctum contactus centrumque ducta concurrat, et fit, ut pars contingentis inter ordinate ductam punctumque contactus posita ad partem rectae per punctum contactus centrumque ductae inter punctum contactus et ordinate ductam positam, ita recta aliqua ad duplam contingentis, quaecunque recta in alterutra sectione ad rectam per punctum contactus centrumque ductam contingentem parallela ducatur, quadrata aequalis erit rectangulo rectae adsumptae adplicato latitudinem habenti rectam ab illa ad punctum contactus abscissam excedenti figura simili spatio comprehenso recta inter oppositas posita rectaque adsumpta.

sint oppositae, quarum diametrus sit  $AB$ , centrum autem  $E$ , et sectionem  $B$  contingens ducatur  $\Gamma A$ , ducaturque  $\Gamma E$  et producat, ordinate autem ducatur  $BAH$ , et fiat  $A\Gamma : \Gamma H = K : 2\Gamma A$  iam rectas in sectione  $B\Gamma$  rectae  $\Gamma A$  parallelas ad  $E\Gamma$  productam ductas quadratas aequales esse spatiis rectae  $K$  ad-

δὲ τὸ  $E$ , καὶ ἤχθω τῆς  $B$  τομῆς ἐφαπτομένη ἡ  $ΓΔ$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $ΓΕ$  καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἤχθω τεταγμένως ἡ  $ΒΔΗ$ , καὶ πεποιήσθω, ὡς ἡ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΗ$ , εὐθείά τις ἡ  $K$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΓΔ$ .

5 ὅτι μὲν οὖν αἱ ἐν τῇ  $ΒΓ$  τομῇ παράλληλοι τῇ  $ΓΔ$  ἐπὶ τὴν ἐπ' εὐθείας τῇ  $ΕΓ$  δύνανται τὰ παρὰ τὴν  $K$  παρακείμενα χωρία πλάτη ἔχοντα τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῇ ἀφῆ ὑπερβάλλοντα εἶδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ  $ΓΖ, K$ , φανερόν· διπλασία γάρ ἐστιν ἡ  $ΖΓ$  τῆς  $ΓΕ$ .

10 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐν τῇ  $ΖΑ$  τομῇ τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $Z$  ἐφαπτομένη τῆς  $AZ$  τομῆς ἡ  $MZ$ , καὶ τεταγμένως ἀνήχθω ἡ  $AΞN$ . καὶ ἐπεὶ ἀντικείμεναί εἰσιν αἱ  $ΒΓ, AZ$ , ἐφαπτόμεναι δὲ αὐτῶν  
 15 αἱ  $ΓΔ, MZ$ , ἴση ἄρα καὶ παράλληλός ἐστιν ἡ  $ΓΔ$  τῇ  $MZ$ . ἴση δὲ καὶ ἡ  $ΓΕ$  τῇ  $EZ$ · καὶ ἡ  $EΔ$  ἄρα τῇ  $EM$  ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἐστιν, ὡς ἡ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΗ$ , ἡ  $K$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΓΔ$ , τουτέστι τῆς  $MZ$ , καὶ ὡς ἄρα ἡ  $ΞΖ$  πρὸς  $ZN$ , ἡ  $K$  πρὸς τὴν διπλασίαν  
 20 τῆς  $MZ$ . ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ  $AZ$ , ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ , ἐφαπτομένη δὲ ἡ  $MZ$ , καὶ τεταγμένως ἦκται ἡ  $AN$ , καὶ ἐστιν, ὡς ἡ  $ΞΖ$  πρὸς  $ZN$ , ἡ  $K$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ZM$ , ὅσαι ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς παράλληλοι τῇ  $ZM$  ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν ἐπ' εὐθείας τῇ  $EZ$ , δυνήσονται  
 25 τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῆς  $K$  εὐθείας καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ  $Z$  σημείῳ ὑπερβάλλον εἶδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ  $ΓΖ, K$ .

3. πεποιήσθω V; corr. p. 13.  $AΞN$ ]  $ANΞ$  V; corr. p.

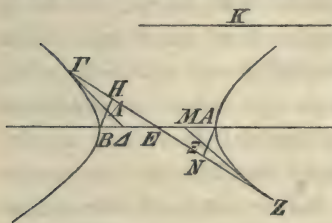
18. ἡ  $K$ ]  $HK$  V; corr. p. 22. ἡ  $K$ ] cp,  $HK$  V, sed corr. m. 1. 27. ὑπερβάλλοντα V; corr. Memus, sed nescio, an ferri possit.  $ΓΖ, K$ ]  $ΓΚΖ$  V; corr. p.

plicatis latitudines habentibus rectas ab ipsis ad punctum contactus abscisas excedentibus figura simili spatio  $\Gamma Z \times K$ , manifestum est [prop. L]; nam

$$Z\Gamma = 2\Gamma E \text{ [prop. XXX].}$$

dico igitur, idem etiam in sectione  $ZA$  accidere.

per  $Z$  enim sectionem  $AZ$  contingens ducatur  $MZ$ , ordinateque ducatur  $A\Xi N$ . et quoniam oppositae sunt



$B\Gamma$ ,  $AZ$ , contingunt autem eas  $\Gamma\Delta$ ,  $MZ$ , aequales et parallelae erunt  $\Gamma\Delta$ ,  $MZ$  [u. Eutocius ad prop. XLIV]. uerum etiam  $\Gamma E = EZ$ ; quare etiam  $E\Delta = EM$  [Eucl.

I, 4]<sup>1)</sup>. et quoniam est  $A\Gamma : \Gamma H = K : 2\Gamma\Delta = K : 2MZ$ , erit etiam [Eucl. VI, 4]  $\Xi Z : ZN = K : 2MZ$ . quoniam igitur  $AZ$  hyperbola est, cuius diametrus est  $AB$ , contingens autem  $MZ$ , et ordinate ducta est  $AN$ , est autem

$$\Xi Z : ZN = K : 2ZM,$$

quaecunq; rectae a sectione ad  $EZ$  productam rectae  $ZM$  parallelae ducuntur, quadratae aequales erunt rectangulo comprehenso recta  $K$  rectisque ab ipsis ad  $Z$  punctum abscisas excedenti figura simili spatio  $\Gamma Z \times K$  [prop. L].

1) Uerba ἴση δέ lin. 16 — ἔστιν ἴση lin. 17 prorsus inutilia sunt.



Δεδειγμένων δὲ τούτων συμφανές, ὅτι ἐν μὲν τῇ  
 παραβολῇ ἐκάστη τῶν παρὰ τὴν ἐκ τῆς γενέσεως διά-  
 μετρον ἀπαγομένων εὐθειῶν διάμετρος ἐστίν, ἐν δὲ  
 τῇ ὑπερβολῇ καὶ τῇ ἐλλείψει καὶ ταῖς ἀντικειμέναις  
 5 ἐκάστη τῶν διὰ τοῦ κέντρου ἀγομένων εὐθειῶν, καὶ  
 διότι ἐν μὲν τῇ παραβολῇ αἱ καταγόμεναι ἐφ' ἐκάστην  
 τῶν διαμέτρων παρὰ τὰς ἐφαπτομένας τὰ παρὰ τὴν  
 αὐτὴν παρακείμενα ὀρθογώνια δυνήσονται, ἐν δὲ τῇ  
 ὑπερβολῇ καὶ ταῖς ἀντικειμέναις τὰ παρὰ τὴν αὐτὴν  
 10 παρακείμενα χωρία καὶ ὑπερβάλλοντα τῷ αὐτῷ εἶδει,  
 ἐν δὲ τῇ ἐλλείψει τὰ παρὰ τὴν αὐτὴν παρακείμενα  
 καὶ ἐλλείποντα τῷ αὐτῷ εἶδει, καὶ διότι πάντα, ὅσα  
 προδέδεικται περὶ τὰς τομὰς συμβαίνοντα συμπαρα-  
 βαλλομένων τῶν ἀρχικῶν διαμέτρων, καὶ τῶν ἄλλων  
 15 διαμέτρων παραλαμβανομένων τὰ αὐτὰ συμβήσεται.

νβ'.

Εὐθείας δοθείσης ἐν ἐπιπέδῳ καθ' ἐν σημείου  
 πεπερασμένης εὐρεῖν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ κώνου τομὴν τὴν  
 καλουμένην παραβολὴν, ἧς διάμετρος ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα,  
 20 κορυφὴ δὲ τὸ πέρασ τῆς εὐθείας, ἣτις δὲ ἂν ἀπὸ τῆς  
 τομῆς καταχθῆ ἐπὶ τὴν διάμετρον ἐν δοθείσῃ γωνία,  
 δυνήσεται τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τε τῆς ἀπο-  
 λαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς  
 καὶ ἑτέρας τινὸς δοθείσης εὐθείας.

25 ἔστω θέσει δεδομένη εὐθεῖα ἡ  $AB$  πεπερασμένη  
 κατὰ τὸ  $A$ , ἑτέρα δὲ ἡ  $\Gamma\Delta$  τῷ μεγέθει, ἡ δὲ δοθεῖσα  
 γωνία ἔστω πρότερον ὀρθή· δεῖ δὴ εὐρεῖν ἐν τῷ ὑπο-

1. πόρισμα add. p. 3. ἀγομένων p. 13. συμπαρα-  
 βαλλομένων] συμπααραλαμβανομένων Halley. 16. νβ'] p, om. V,  
 m. 2 v. 23. αὐτῆς] cp, αὐτῇ supra scripto σ m. 1 V.

His autem demonstratis simul adparet, in parabola omnes rectas diametro originali parallelas diametros esse [prop. XLVI], in hyperbola autem et ellipsi et oppositis omnes rectas per centrum ductas [prop. XLVII—XLVIII], et in parabola rectas ad singulas diametros contingentibus parallelas ductas quadratas aequales esse rectangulis adplicatis eidem rectae [prop. XLIX], in hyperbola autem oppositisque spatiis eidem rectae adplicatis et eadem figura excedentibus [prop. L—LI], in ellipsi autem spatiis eidem rectae adplicatis et eadem figura deficientibus [prop. L], et omnia, quae antea demonstrauius in sectionibus adcidere adhibitis diametris principalibus, etiam ceteris diametris adsumptis eadem adcidere.

## LII.

Data in plano recta in uno puncto terminata in plano inuenire conic sectionem, parabola quae uocatur, ita ut eius diameter sit data recta, uertex autem terminus rectae, et quaecunque recta a sectione in dato angulo ad diametrum ducitur, quadrata aequalis sit rectangulo comprehenso recta ab ea ad uerticem sectionis abscisa aliaque recta data.

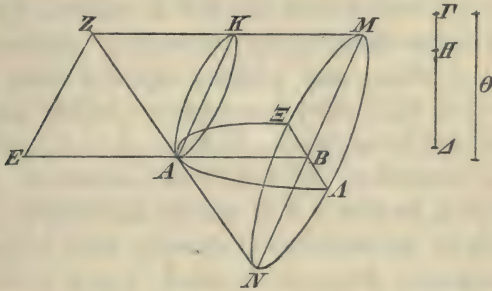
positione data sit recta  $AB$  in  $A$  terminata, magnitudine autem alia  $\Gamma A$ , angulus autem datus prius sit rectus. oportet igitur in plano subiacenti parabolam inuenire, ita ut eius diameter sit  $AB$ , uertex autem  $A$ , latus autem rectum  $\Gamma A$ , et rectae ordinate ductae in recto angulo ducantur, h. e. ita ut  $AB$  axis sit.

producatur  $AB$  ad  $E$ , et sumatur  $\Gamma H = \frac{1}{4} \Gamma A$ , et sit  $EA > \Gamma H$ , sumatur autem  $\Theta$  media rectarum

κειμένω ἐπιπέδω παραβολήν, ἧς διάμετρος μὲν ἡ  $AB$ , κορυφή δὲ τὸ  $A$ , ὀρθία δὲ ἡ  $\Gamma\Delta$ , αἱ δὲ καταγόμεναι τεταγμένως ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθῆσονται, τουτέστιν ἵνα ἄξων ἡ ἡ  $AB$ .

- 5 ἐκβεβλήσθω ἡ  $AB$  ἐπὶ τὸ  $E$ , καὶ εἰλήφθω τῆς  $\Gamma\Delta$  τέταρτον μέρος ἡ  $\Gamma H$ , τῆς δὲ  $\Gamma H$  μείζων ἔστω ἡ  $EA$ , καὶ τῶν  $\Gamma\Delta$ ,  $EA$  μέση ἀνάλογον εἰλήφθω ἡ  $\Theta$ . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $EA$ , τὸ ἀπὸ  $\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ . ἡ δὲ  $\Gamma\Delta$  τῆς  $EA$  ἐλάττων ἐστὶν ἢ τετραπλασία· καὶ  
 10 τὸ ἀπὸ  $\Theta$  ἄρα τοῦ ἀπὸ  $EA$  ἐλαττόν ἐστὶν ἢ τετραπλασίον. ἡ  $\Theta$  ἄρα τῆς  $EA$  ἐλάττων ἐστὶν ἢ διπλῆ· ὥστε δύο αἱ  $EA$  τῆς  $\Theta$  μείζονές εἰσι. δυνατὸν ἄρα ἐστὶν ἐκ τῆς  $\Theta$  καὶ δύο τῶν  $EA$  τρίγωνον συστήσασθαι. συνεστάτω τοίνυν ἐπὶ τῆς  $EA$  τρίγωνον τὸ  $EAZ$   
 15 ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν  $EA$  τῇ  $AZ$ , τὴν δὲ  $\Theta$  τῇ  $ZE$ , καὶ ἦχθω τῇ μὲν  $ZE$  παράλληλος ἡ  $AK$ , τῇ δὲ  $EA$  ἡ  $ZK$ , καὶ νοείσθω κῶνος, οὗ κορυφή τὸ  $Z$  σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $KA$  κύκλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὸ διὰ  
 20 τῶν  $AZK$  ἐπίπεδον. ἔσται δὴ ὀρθὸς ὁ κῶνος· ἴση γὰρ ἡ  $AZ$  τῇ  $ZK$ . τετιμήσθω δὲ ὁ κῶνος ἐπιπέδω παραλλήλῳ τῷ  $KA$  κύκλῳ, καὶ ποιείτω τομὴν τὸν  $MN\Xi$  κύκλον, ὀρθὸν δηλονότι πρὸς τὸ διὰ τῶν  $MZN$  ἐπίπεδον, καὶ ἔστω τοῦ  $MN\Xi$  κύκλου καὶ τοῦ  $MZN$   
 25 τριγώνου κοινὴ τομὴ ἡ  $MN$ . διάμετρος ἄρα ἐστὶ τοῦ κύκλου. ἔστω δὲ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου καὶ τοῦ κύκλου κοινὴ τομὴ ἡ  $\Xi A$ . ἐπεὶ οὖν ὁ  $MN\Xi$  κύκλος ὀρθὸς ἐστὶ πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, ὀρθὸς δὲ ἐστὶ καὶ πρὸς τὸ  $MZN$  τρίγωνον, ἡ κοινὴ ἄρα αὐτῶν

$\Gamma\Delta$ ,  $EA$  proportionalis. itaque  $\Gamma\Delta : EA = \Theta^2 : EA^2$  [Eucl. V def. 9]. est autem  $\Gamma\Delta < 4EA$ ; quare etiam  $\Theta^2 < 4EA^2$ ; itaque  $\Theta < 2EA$ ; quare  $EA + EA > \Theta$ . itaque fieri potest, ut ex  $\Theta$  et duabus  $EA$  triangulus construatur [Eucl. I, 22]. construatur igitur in  $EA$  triangulus  $EAZ$  ad planum subiacens perpendicularis,



ita ut sit  $EA = AZ$  et  $\Theta = ZE$ , et ducatur  $AK$  rectae  $ZE$ ,  $ZK$  autem rectae  $EA$  parallela, et fingatur conus, cuius uertex sit punctum  $Z$ , basis autem circulus circum  $KA$  diametrum descriptus ad planum per rectas  $AZ$ ,  $ZK$  perpendicularis. hic igitur conus rectus erit [def. 3]; nam  $AZ = ZK$ . secetur autem conus plano circulo  $KA$  parallelo, quod sectionem efficiat circulum  $MNΞ$  [prop. IV], perpendicularem scilicet ad planum rectarum  $MZ$ ,  $ZN$ , et circuli  $MNΞ$  triangulique  $MZN$  communis sectio sit  $MN$ ; diameter igitur erit circuli. communis autem sectio plani subiacentis circuli sit  $ΞA$ . quoniam igitur  $MNΞ$  circulus ad planum subiacens perpendicularis<sup>1)</sup> est,

1) Hoc quidem falsum est; neque enim  $MNΞ$  ad planum subiacens perpendicularis esse potest. hoc intellegens Halleius scripsit lin. 28 sq.: ὁρθός ἐστι πρὸς τὸ  $MZN$  τρίγωνον, ὁρθὸν



τομή ἡ  $\Xi A$  ὀρθή ἐστὶ πρὸς τὸ  $MZN$  τρίγωνον, τουτ-  
 ἐστὶ τὸ  $KZA$  καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἀπτομένας  
 αὐτῆς εὐθείας καὶ οὐσας ἐν τῷ τριγώνῳ ὀρθή ἐστίν·  
 ὥστε καὶ πρὸς ἑκατέραν τῶν  $MN, AB$ . πάλιν ἐπεὶ  
 5 κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ  $MN\Xi$  κύκλος, κορυφή δὲ τὸ  $Z$   
 σημεῖον, τέμνεται ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸ  $MZN$  τρί-  
 γωνον, καὶ ποιεῖ τομὴν τὸν  $MN\Xi$  κύκλον, τέμνεται  
 δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ τῷ ὑποκειμένῳ τέμνοντι τὴν  
 βάσιν τοῦ κώνου κατ' εὐθείαν τὴν  $\Xi A$  πρὸς ὀρθὰς  
 10 οὐσας τῇ  $MN$ , ἣ κοινὴ ἐστὶ τομὴ τοῦ τε  $MN\Xi$  κύκλου  
 καὶ τοῦ  $MZN$  τριγώνου, ἣ δὲ κοινὴ τομὴ τοῦ ὑπο-  
 κειμένου ἐπιπέδου καὶ τοῦ  $MZN$  τριγώνου ἡ  $AB$   
 παράλληλός ἐστὶ τῇ  $ZKM$  πλευρᾷ τοῦ κώνου, ἣ ἄρα  
 γινομένη ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ τομὴ τοῦ κώνου  
 15 παραβολή ἐστὶ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ  $AB$ , αἱ δὲ κατ-  
 αρόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν  $AB$  τεταγμένως ἐν  
 ὀρθῇ καταχθῆσονται γωνία· παράλληλοι γάρ εἰσι τῇ  
 $\Xi A$  πρὸς ὀρθὰς οὐσῇ τῇ  $AB$ . καὶ ἐπεὶ αἱ τρεῖς ἀνά-  
 λογόν εἰσιν αἱ  $\Gamma A, \Theta, EA$ , ἴση δὲ ἡ μὲν  $EA$  τῇ  $AZ$   
 20 καὶ τῇ  $ZK$ , ἣ δὲ  $\Theta$  τῇ  $EZ$  καὶ τῇ  $AK$ , ἔστιν ἄρα,  
 ὡς ἡ  $\Gamma A$  πρὸς  $AK$ , ἣ  $AK$  πρὸς  $AZ$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  
 $\Gamma A$  πρὸς  $AZ$ , τὸ ἀπὸ  $AK$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AZ$ , τουτέστι  
 τὸ ὑπὸ  $AZK$ . ὀρθία ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Gamma A$  τῆς τομῆς·  
 τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ ια' θεωρήματι.

25

νγ'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων μὴ ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία  
 ὀρθή, καὶ κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ  $\Theta AE$ , καὶ τῆς  $\Gamma A$

17. γωνία] γωνίαι V (qui alibi fere ι omittit, raro ad-  
 scriptum habet); corr. p. 24. ια'] αἱ Vv; corr p. 25.  
 νγ'] cum Eutocio, om. V; νγ mg. p.

idem autem ad triangulum  $MZN$  perpendicularis est, communis eorum sectio  $\Xi A$  perpendicularis est ad triangulum  $MZN$  [Eucl. XI, 19], h. e. ad  $KZA$ ; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in triangulo positas perpendicularis est [Eucl. XI def. 3]. itaque etiam ad utramque  $MN$ ,  $AB$  perpendicularis est. rursus quoniam conus, cuius basis est  $MN\Xi$  circulus, uertex autem  $Z$  punctum, plano sectus est ad triangulum  $MZN$  perpendiculari, quod sectionem efficit circulum  $MN\Xi$ , uerum etiam alio plano sectus est, subiacenti scilicet, basim conii secundum rectam  $\Xi A$  secanti perpendicularem ad  $MN$ , quae communis est sectio circuli  $MN\Xi$  triangulique  $MZN$ , et  $AB$  communis sectio plani subiacentis triangulique  $MZN$  lateri conii  $ZKM$  parallela est, sectio conii in plano subiacenti orta parabola est, diametrus autem eius  $AB$  [prop. XI], et rectae a sectione ad  $AB$  ordinate ductae in angulo recto ducentur; nam parallelae sunt rectae  $\Xi A$  ad  $AB$  perpendiculari. et quoniam est  $\Gamma\Delta : \Theta = \Theta : EA$ , et  $EA = AZ = ZK$ ,  $\Theta = EZ = AK$ , erit

$$\Gamma\Delta : AK = AK : AZ.$$

quare etiam  $\Gamma\Delta : AZ = AK^2 : AZ^2$  [Eucl. V def. 9]  $= AK^2 : AZ \times ZK$ . ergo  $\Gamma\Delta$  latus rectum sectionis est; hoc enim in propositione XI demonstratum est.

### LIII.

Iisdem suppositis ne sit rectus datus angulus, eique aequalis ponatur  $\angle \Theta AE$ , sit autem  $A\Theta = \frac{1}{2} \Gamma\Delta$ ,

*δὲ καὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον πρὸς τὸ  $MZN$  τρίγωνον* (praeeunte Memo). quae mutatio cum parum probabilis sit, praetulerim uerba *ἐπὶ οὖν* lin. 27 — *τρίγωνον* lin. 29 delere; sed fortasse interpolatio peius etiam grassata est. etiam uerba *τοῦτ' ἐστὶ τὸ  $KZA$*  p. 162 lin. 1—2 inutilia sunt.

ἔστω ἡμίσεια ἢ  $A\Theta$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  ἐπὶ τὴν  $AE$   
κάθετος ἤχθω ἢ  $\Theta E$ , καὶ διὰ τοῦ  $E$  τῆ  $B\Theta$  παρά-  
λληλος ἢ  $EA$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὴν  $EA$  κάθετος  
ἤχθω ἢ  $AA$ , καὶ τετμήσθω ἢ  $EA$  δίχα κατὰ τὸ  $K$ ,  
5 καὶ ἀπὸ τοῦ  $K$  τῆ  $EA$  πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἢ  $KM$  καὶ  
ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ  $Z, H$ , καὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $AA$  ἴσον  
ἔστω τὸ ὑπὸ  $AKM$ . καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν  
 $AK, KM$ , τῆς μὲν  $KA$  θέσει πεπερασμένης κατὰ τὸ  
 $K$ , τῆς δὲ  $KM$  μεγέθει, καὶ γωνίας ὀρθῆς γεγραφθῶ  
10 παραβολή, ἣς διάμετρος ἢ  $KA$ , κορυφή δὲ τὸ  $K$ ,  
ὀρθία δὲ ἢ  $KM$ , ὡς προδέδεικται· ἤξει δὲ διὰ τοῦ  
 $A$  διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ  $AA$  τῷ ὑπὸ  $AKM$ , καὶ  
ἐφάπεται τῆς τομῆς ἢ  $EA$  διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν  $EK$   
τῆ  $KA$ . καὶ ἔστιν ἢ  $\Theta A$  τῆ  $EKA$  παράλληλος· ἢ  
15  $\Theta AB$  διάμετρος ἄρα ἔστι τῆς τομῆς, αἱ δὲ ἐπ' αὐτὴν  
ἀπὸ τῆς τομῆς καταγόμεναι παράλληλοι τῆ  $AE$  δίχα  
τμηθήσονται ὑπὸ τῆς  $AB$ . καταχθήσονται δὲ ἐν γω-  
νία τῆ ὑπὸ  $\Theta AE$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἢ ὑπὸ  $AE\Theta$   
γωνία τῆ ὑπὸ  $AHZ$ , κοινὴ δὲ ἢ πρὸς τῷ  $A$ , ὅμοιον  
20 ἄρα ἔστι τὸ  $A\Theta E$  τρίγωνον τῷ  $AHZ$ . ὡς ἄρα ἢ  
 $\Theta A$  πρὸς  $EA$ , ἢ  $ZA$  πρὸς  $AH$ · ὡς ἄρα ἢ διπλασία  
τῆς  $A\Theta$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $AE$ , ἢ  $ZA$  πρὸς  
 $AH$ . ἢ δὲ  $GA$  τῆς  $\Theta A$  διπλῆ· ὡς ἄρα ἢ  $ZA$   
πρὸς  $AH$ , ἢ  $GA$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $AE$ .  
25 διὰ δη τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ μθ' θεωρήματι ὀρθία ἔστιν  
ἢ  $GA$ .

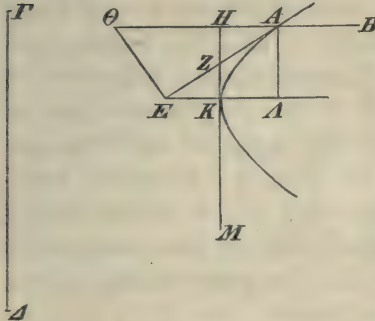
11. δέ] (alt.) fort. δή.

ἄρα διάμετρος p, Halley.  
corr. p.

13. EK] EKT V; corr. p. 15.

18.  $\Theta AE$  — 19. τῆ ὑπό] bis V;

et a  $\Theta$  ad  $AE$  perpendicularis ducatur  $\Theta E$ , per  $E$  autem rectae  $B\Theta$  parallela  $E\Lambda$ , et ab  $A$  ad  $E\Lambda$  perpendicularis ducatur  $A\Lambda$ ,  $E\Lambda$  autem in  $K$  in duas



partes aequales secetur, et a  $K$  ad  $E\Lambda$  perpendicularis ducatur  $KM$  producatque ad  $Z$ ,  $H$ , et sit

$$AK \times KM = A\Lambda^2.$$

datis autem duabus rectis  $AK$ ,  $KM$ , quarum  $KA$  positione data est ad  $K$  terminata,  $KM$  autem ma-

gnitudine, et angulo recto describatur parabola, cuius diametrus sit  $KA$ , uertex autem  $K$ , et latus rectum  $KM$ , ita ut supra demonstratum est [prop. LII]; per  $A$  igitur ueniet, quia  $AK \times KM = A\Lambda^2$  [prop. XI], et  $E\Lambda$  sectionem continget, quia  $EK = KA$  [prop. XXXIII]. et  $\Theta A$  rectae  $EKA$  parallela est; itaque  $\Theta AB$  diametrus sectionis est, et rectae a sectione ad eam ductae rectae  $AE$  parallelae ab  $AB$  in binas partes aequales secabuntur [prop. XLVI]. ducentur autem in angulo  $\Theta AE$  [Eucl. I, 29]. et quoniam est  $\angle AEO = \angle AHZ$ , communis autem angulus ad  $A$  positus, erit

$$A\Theta E \sim AHZ.$$

quare [Eucl. VI, 4]  $\Theta A : EA = ZA : AH$ . itaque  $2A\Theta : 2AE = ZA : AH$  [Eucl. V, 15]. est autem  $\Gamma A = 2\Theta A$ ; itaque  $ZA : AH = \Gamma A : 2AE$ . ergo propter ea, quae in propositione XLIX demonstrata sunt,  $\Gamma A$  latus rectum est.



νδ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τῆς ἐτέρας ἐκβαλλομένης ἐπὶ ταῦτὰ τῇ ὀρθῇ γωνίᾳ εὐρεῖν ἐπὶ τῆς προσεκβληθείσης κώνου τομῆν  
 5 τὴν καλουμένην ὑπερβολὴν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ταῖς εὐθείαις, ὅπως ἢ μὲν προσεκβληθεῖσα διάμετρος εἴη τῆς τομῆς, κορυφὴ δὲ τὸ πρὸς τῇ γωνίᾳ σημεῖον, ἦτις δὲ ἂν καταχθῆ ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν διάμετρον γωνίαν ποιούσα ἴσην τῇ δοθείσῃ, δυνήσεται παρα-  
 10 κείμενον ὀρθογώνιον παρὰ τὴν ἐτέραν εὐθείαν πλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῇ κορυφῇ ὑπερβάλλον εἶδει ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν.

ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πεπερασμέναι  
 15 πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ  $AB$ ,  $BΓ$ , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ  $AB$  ἐπὶ τὸ  $Δ$ . δεῖ δὴ εὐρεῖν ἐν τῷ διὰ τῶν  $ABΓ$  ἐπιπέδῳ ὑπερβολὴν, ἧς διάμετρος μὲν ἔσται ἡ  $ABΔ$ , κορυφὴ δὲ τὸ  $B$ , ὀρθία δὲ ἡ  $BΓ$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν  $BΔ$  ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ  
 20 δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν  $BΓ$  παρακείμενα πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ  $B$  ὑπερβάλλοντα εἶδει ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν  $ABΓ$ .

ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία πρότερον ὀρθή, καὶ ἀνε-  
 25 στάτω ἀπὸ τῆς  $AB$  ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, καὶ ἐν αὐτῷ περὶ τὴν  $AB$  κύκλος γεγράφθω ὁ  $AEBZ$ , ὥστε τὸ τμήμα τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου τὸ ἐν τῷ  $AEB$  τμήματι πρὸς τὸ τμήμα τῆς διαμέτρου

1. νδ'] p, om. V. 3. ταῦτά] ταῦτα V; corr. p. 4. ἐπὶ τῆς προσεκβληθείσης] superuacua uidebantur Commandino

## LIV.

Datis duabus rectis terminatis inter se perpendicularibus altera ad angulum rectum uersus producta in recta producta sectionem conici inuenire, hyperbola quae uocatur, in plano rectarum posita, ita ut recta producta diametrus sectionis sit, uertex autem punctum ad angulum positum, et quaecunque recta a sectione ad diametrum ducitur angulum efficiens dato aequalem, quadrata aequalis sit rectangulo alteri rectae adplicato latitudinem habenti rectam ab ordinate ducta ad uerticem abscisam excedenti figura simili similiterque posita figurae rectis a principio datis comprehensae.

sint datae duae rectae terminatae inter se perpendiculares  $AB$ ,  $B\Gamma$ , producatique  $AB$  ad  $\Delta$ . oportet igitur in plano rectarum  $AB$ ,  $B\Gamma$  hyperbolam inuenire, cuius diametrus sit  $AB\Delta$ , uertex autem  $B$ , latus rectum autem  $B\Gamma$ , et rectae a sectione ad  $B\Delta$  in dato angulo ductae quadratae aequales sint spatiis rectae  $B\Gamma$  adplicatis latitudines habentibus rectas ab iis ad  $B$  abscisas excedentibus figura simili similiterque posita rectangulo  $AB \times B\Gamma$ .

prius igitur angulus datus rectus sit, et in  $AB$  planum ad planum subiacens perpendiculare erigatur, et in eo circum  $AB$  circulus describatur  $AEBZ$ , ita ut pars diametri circuli in segmento  $AEB$  posita ad partem diametri in  $AZB$  positam maiorem rationem non habeat quam  $AB : B\Gamma$  [u. Eutocius], et  $AEB$  in puncto  $E$  in duas partes aequales secetur, ab  $E$

fol. 34<sup>v</sup>. 6.  $\sigma\eta$ ]  $\eta$  p. 13.  $\tau\phi$ ] om. V; corr. p. 19.  $\tau\eta\varsigma$ ]  $\epsilon\upsilon\upsilon$ , in V litt.  $\sigma$  in ras. est m. 1. 21.  $\tau\phi$ ]  $\tau\theta$  V; corr. p.

τὸ ἐν τῷ  $AZB$  μὴ μείζονα λόγον ἔχειν τοῦ ὄν ἔχει  
 ἢ  $AB$  πρὸς  $BΓ$ , καὶ τετμησθῶ ἢ  $AEB$  δίχα κατὰ  
 τὸ  $E$ , καὶ ἤχθῶ ἀπὸ τοῦ  $E$  ἐπὶ τὴν  $AB$  κάθετος ἢ  
 $EK$  καὶ ἐκβεβλήσθῶ ἐπὶ τὸ  $A$ · διάμετρος ἄρα ἐστὶν  
 5 ἢ  $EA$ . εἰ μὲν οὖν ἐστὶν, ὡς ἢ  $AB$  πρὸς  $BΓ$ , ἢ  $EK$   
 πρὸς  $ΚΑ$ , τῷ  $A$  ἂν ἐχρησάμεθα, εἰ δὲ μὴ, γινέσθῶ  
 ὡς ἢ  $AB$  πρὸς  $BΓ$ , ἢ  $EK$  πρὸς ἐλάσσονα τῆς  $ΚΑ$   
 τὴν  $ΚΜ$ , καὶ διὰ τοῦ  $M$  τῇ  $AB'$  παράλληλος ἤχθῶ  
 ἢ  $MZ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $AZ$ ,  $EZ$ ,  $ZB$ , καὶ δια  
 10 τοῦ  $B$  τῇ  $ZE$  παράλληλος ἢ  $BΞ$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν  
 ἢ ὑπὸ  $AZE$  γωνία τῇ ὑπὸ  $EZB$ , ἀλλ' ἢ μὲν ὑπὸ  
 $AZE$  τῇ ὑπὸ  $AΞB$  ἐστὶν ἴση, ἢ δὲ ὑπὸ  $EZB$  τῇ  
 ὑπὸ  $ΞBZ$  ἐστὶν ἴση, καὶ ἢ ὑπὸ  $ΞBZ$  ἄρα τῇ ὑπὸ  
 $ZΞB$  ἐστὶν ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἢ  $ZB$  τῇ  $ZΞ$ . νοεῖσθῶ  
 15 κῶνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ  $Z$  σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ  
 τὴν  $BΞ$  διάμετρον κύκλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὸ  $BZΞ$   
 τρίγωνον· ἐστὶ δὴ ὁ κῶνος ὀρθός· ἴση γὰρ ἢ  $ZB$   
 τῇ  $ZΞ$ . ἐκβεβλήσθωσαν δὴ αἱ  $BZ$ ,  $ZΞ$ ,  $MZ$ , καὶ  
 τετμησθῶ ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῷ  $BΞ$  κύκλῳ·  
 20 ἐστὶ δὴ ἢ τομὴ κύκλος. ἔστω ὁ  $ΗΠΡ$ · ὥστε διά-  
 μετρος ἐστὶ τοῦ κύκλου ἢ  $HΘ$ . κοινὴ δὲ τομὴ τοῦ  
 $HΘ$  κύκλου καὶ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου ἔστω ἢ  
 $ΠΔΡ$ · ἐστὶ δὴ ἢ  $ΠΔΡ$  πρὸς ἑκατέραν τῶν  $HΘ$ ,  $ΔB$   
 ὀρθή· ἑκάτερος γὰρ τῶν  $ΞB$ ,  $ΘH$  κύκλος ὀρθός ἐστι  
 25 πρὸς τὸ  $ZHΘ$  τρίγωνον, ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑποκείμενον  
 ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ  $ZHΘ$ · καὶ ἢ κοινὴ ἄρα  
 αὐτῶν τομὴ ἢ  $ΠΔΡ$  ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ  $ZHΘ$ · καὶ  
 πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἀπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ  
 οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιεῖ γωνίας. καὶ

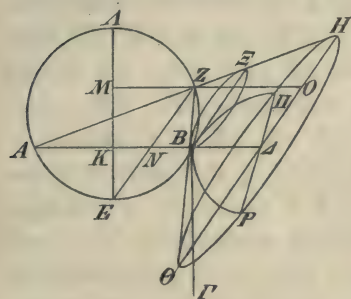
1. μείζονα λόγον] p, μείζον ἀνάλογον V; corr. v (in i  
 circumflexus in acutum mut. m. 1). 17. ZB] c, B e corr.

autem ad  $AB$  perpendicularis ducatur  $EK$  producaturque ad  $A$ ;  $EA$  igitur diametrus est [Eucl. III, 1]. iam si sit  $AB : B\Gamma = EK : KA$ , puncto  $A$  utamur; sin minus, fiat  $AB : B\Gamma = EK : KM$  minorem quam  $KA$ , et per  $M$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $MZ$ , ducanturque  $AZ$ ,  $EZ$ ,  $ZB$ , et per  $B$  rectae  $ZE$  parallela ducatur  $BΞ$ . quoniam igitur est

$$\angle AZE = \angle EZB \text{ [Eucl. III, 27]},$$

est autem  $\angle AZE = \angle AΞB$ ,  $\angle EZB = \angle ΞBZ$  [Eucl. I, 29], erit etiam  $\angle ΞBZ = \angle ZΞB$ ; quare etiam  $ZB = ZΞ$  [Eucl. I, 6]. fingatur conus, cuius uertex sit  $Z$  punctum, basis autem circulus circum  $BΞ$  diametrum descriptus ad triangulum  $BZΞ$  perpendi-

cularis. is conus igitur rectus erit [def. 3]; nam  $ZB = ZΞ$ . producantur igitur  $BZ$ ,  $ZΞ$ ,  $MZ$ , conusque plano circulo  $BΞ$  parallelo secetur; sectio igitur circulus erit [prop. IV]. sit  $HΠP$ .  $HΘ$  igitur diametrus circuli erit [prop. IV



coroll.]. communis autem sectio circuli  $HΘ$  planique subiacentis sit  $ΠΔP$ ; erit igitur  $ΠΔP$  ad utramque  $HΘ$ ,  $ΔB$  perpendicularis; nam uterque circulus  $ΞB$ ,  $ΘH$  ad triangulum  $ZHΘ$  perpendicularis est, planum autem subiacens et ipsum ad  $ZHΘ$  perpendicularare est; itaque

m. 1 V. 18.  $ZΞ$ ] (pr.) c,  $Ξ$  e corr. m. 1 V. 24.  $ἐκάτερος$   
 — 29.  $γωνίας$ ] mihi suspecta.



ἐπεὶ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ  $H\Theta$  κύκλος, κορυφή δὲ  
 τὸ  $Z$ , τέτμηται ἐπιπέδῳ ὀρθῶ πρὸς τὸ  $ZH\Theta$  τρίγωνον,  
 τέτμηται δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ τῷ ὑποκειμένῳ κατ'  
 εὐθείαν τὴν  $\Pi\Delta P$  πρὸς ὀρθὰς τῇ  $H\Delta\Theta$ , ἣ δὲ κοινή  
 5 τομὴ τοῦ τε ὑποκειμένου ἐπιπέδου καὶ τοῦ  $HZ\Theta$ ,  
 τουτέστιν ἡ  $\Delta B$ , ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ  $B$  συμπίπτει τῇ  
 $HZ$  κατὰ τὸ  $A$ , ὑπερβολὴ ἄρα ἔσται ἡ τομὴ διὰ τὰ  
 προοδεδειγμένα ἡ  $\Pi B P$ , ἧς κορυφή μὲν ἔστι τὸ  $B$   
 σημεῖον, αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν  $B\Delta$  τεταγμένως  
 10 ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθήσονται· παράλληλοι γάρ εἰσι  
 τῇ  $\Pi\Delta P$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $B\Gamma$ , ἡ  $EK$   
 πρὸς  $KM$ , ὡς δὲ ἡ  $EK$  πρὸς  $KM$ , ἡ  $EN$  πρὸς  $NZ$ ,  
 τουτέστι τὸ ὑπὸ  $ENZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $NZ$ , ὡς ἄρα ἡ  
 $AB$  πρὸς  $B\Gamma$ , τὸ ὑπὸ  $ENZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $NZ$ . ἴσον  
 15 δὲ τὸ ὑπὸ  $ENZ$  τῷ ὑπὸ  $ANB$ . ὡς ἄρα ἡ  $AB$  πρὸς  
 $\Gamma B$ , τὸ ὑπὸ  $ANB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $NZ$ . τὸ δὲ ὑπὸ  
 $ANB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $NZ$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον  
 ἐκ τοῦ τῆς  $AN$  πρὸς  $NZ$  καὶ τῆς  $BN$  πρὸς  $NZ$ .  
 ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $AN$  πρὸς  $NZ$ , ἡ  $A\Delta$  πρὸς  $\Delta H$  καὶ  
 20 ἡ  $ZO$  πρὸς  $OH$ , ὡς δὲ ἡ  $BN$  πρὸς  $NZ$ , ἡ  $ZO$  πρὸς  
 $O\Theta$ . ἡ ἄρα  $AB$  πρὸς  $B\Gamma$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον  
 ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ  $ZO$  πρὸς  $OH$  καὶ ἡ  $ZO$  πρὸς  $O\Theta$ ,  
 τουτέστι τὸ ἀπὸ  $ZO$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $HO\Theta$ . ἔστιν ἄρα,  
 ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $B\Gamma$ , τὸ ἀπὸ  $ZO$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $HO\Theta$ .  
 25 καὶ ἔστι παράλληλος ἡ  $ZO$  τῇ  $A\Delta$ . πλαγία μὲν ἄρα  
 πλευρὰ ἔστιν ἡ  $AB$ , ὀρθία δὲ ἡ  $B\Gamma$ . ταῦτα γὰρ ἐν  
 τῷ  $\text{ιβ'}$  θεωρήματι δέδεικται.

2. ἐπιπέδῳ — 3. τέτμηται] om. V; addidi praeuentibus  
 Memo et Halleio (qui praeterea addunt καὶ ποιεῖ τομὴν τὸν  
 $H\Pi\Theta P$  κύκλον, cfr. p. 162, 6 sq., et lin. 3 post ὑποκειμένῳ  
 uerba τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κῶνου). 27. τῷ  $\text{ιβ'}$ ] ἔ  $\beta'$  V;  
 corr. p.

etiam communis eorum sectio  $\Pi \Delta P$  ad  $ZH^\ominus$  perpendicularis est [Eucl. XI, 19]; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in eodem plano positas rectos angulos efficit [Eucl. XI def. 3]. et quoniam conus, cuius basis est  $H^\ominus$  circulus, uertex autem  $Z$ , plano sectus est ad triangulum  $ZH^\ominus$  perpendiculari, uerum etiam alio plano sectus est, subiacenti scilicet, secundum rectam  $\Pi \Delta P$  ad  $H \Delta^\ominus$  perpendicularem, et communis sectio plani subiacentis triangulique  $HZ^\ominus$ , hoc est  $\Delta B$ , ad  $B$  uersus producta cum  $HZ$  in  $A$  concurrir, propter ea, quae antea demonstrauius [prop. XII], hyperbola erit  $\Pi B P$ , cuius uertex est  $B$  punctum, rectae autem ad  $B \Delta$  ordinate ductae in recto angulo ducentur; nam rectae  $\Pi \Delta P$  parallelae erunt. et quoniam est  $AB : B\Gamma = EK : KM$ , et  $EK : KM = EN : NZ$  [Eucl. VI, 2] =  $EN \times NZ : NZ^2$ , erit

$$AB : B\Gamma = EN \times NZ : NZ^2.$$

est autem

$$EN \times NZ = AN \times NB \text{ [Eucl. III, 35].}$$

quare

$$AB : \Gamma B = AN \times NB : NZ^2.$$

est autem

$$AN \times NB : NZ^2 = (AN : NZ) \times (BN : NZ),$$

et

$$AN : NZ = A\Delta : \Delta H = ZO : OH \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

et [ib.]  $BN : NZ = ZO : O^\ominus$ . itaque

$$AB : B\Gamma = (ZO : OH) \times (ZO : O^\ominus) = ZO^2 : HO \times O^\ominus.$$

quare  $AB : B\Gamma = ZO^2 : HO \times O^\ominus$ . et  $ZO$  rectae  $A\Delta$  parallela est. ergo  $AB$  latus transuersum est, rectum autem  $B\Gamma$ ; haec enim in propositione XII demonstrata sunt.

νε'.

Μὴ ἔστω δὴ ἡ δεδομένη γωνία ὀρθή, καὶ ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ  $AB$ ,  $AG$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἔστω ἴση τῇ ὑπὸ τῶν  $BA\Theta$ . δεῖ δὴ γράψαι ὑπερ-  
5 βολήν, ἧς διάμετρος μὲν ἔσται ἡ  $AB$ , ὀρθία δὲ ἡ  $AG$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἐν τῇ ὑπὸ  $\Theta AB$  γωνίᾳ καταχθήσονται.

τετμήσθω ἡ  $AB$  δίχα κατὰ τὸ  $\Delta$ , καὶ ἐπὶ τῆς  $A\Delta$  γεγράφθω ἡμικύκλιον τὸ  $AZ\Delta$ , καὶ ἤχθω τις εἰς τὸ  
10 ἡμικύκλιον παράλληλος τῇ  $A\Theta$  ἡ  $ZH$  ποιούσα τὸν τοῦ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta HA$  λόγον τὸν αὐτὸν τῷ τῆς  $AG$  πρὸς  $AB$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $Z\Theta\Delta$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $\Delta$ , καὶ τῶν  $Z\Delta\Theta$  μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ  $\Delta\Lambda$ , καὶ κείσθω τῇ  $\Delta\Lambda$  ἴση ἡ  $\Delta K$ , τῷ δὲ  
15 ἀπὸ τῆς  $AZ$  ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ  $AZM$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $KM$ , καὶ διὰ τοῦ  $A$  πρὸς ὀρθᾶς ἤχθω τῇ  $KZ$  ἡ  $AN$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $\Xi$ . καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθᾶς ἀλλήλαις τῶν  $K\Lambda$ ,  $AN$  γεγράφθω ὑπερβολή, ἧς πλαγία μὲν πλευρὰ  
20 ἔσται ἡ  $K\Lambda$ , ὀρθία δὲ ἡ  $AN$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν διάμετρον ἀπὸ τῆς τομῆς ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθήσονται πλάτη ἔχουσαι τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ  $A$  ὑπερβάλλοντα εἶδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ  $K\Lambda N$ . ἦξει δὲ ἡ τομὴ διὰ τοῦ  $A$ . ἴσον γὰρ ἔστι  
25 τὸ ἀπὸ  $AZ$  τῷ ὑπὸ  $AZM$ . καὶ ἐφάπεται αὐτῆς ἡ  $A\Theta$ . τὸ γὰρ ὑπὸ  $Z\Delta\Theta$  ἴσον ἔστι τῷ ἀπὸ  $\Delta\Lambda$ . ὥστε ἡ  $AB$  διάμετρος ἔστι τῆς τομῆς. καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς

1. νε'] p, Eutocius; om. V. 3. αἱ] (alt.) p; om. V (ἡ Halley). 9.  $AZ\Delta$ ]  $\Delta$  e corr. m. 1 V. 12.  $AB$ ] τὴν διπλασίαν τῆς  $A\Delta$  Comm. fol. 38<sup>v</sup> cum Eutocio. 13. ἐπὶ τὸ  $\Delta$ ] scripsi coll. p. 170, 6; ἴση ἡ  $\Delta$  V, ἡ  $Z\Delta$  p; om. Memus,

LV.

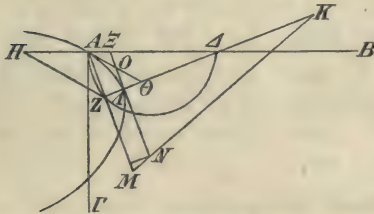
Iam igitur datus angulus rectus ne sit, et datae rectae sint  $AB$ ,  $A\Gamma$ , datus autem angulus angulo  $BA\Theta$  aequalis sit. oportet igitur hyperbolam describere, ita ut diameter sit  $AB$ , latus rectum autem  $A\Gamma$ , et ordinate ductae in angulo  $\Theta AB$  ducantur.

secetur  $AB$  in duas partes aequales in  $\Delta$ , et in  $A\Delta$  semicirculus describatur  $AZ\Delta$ , ad semicirculum autem recta ducatur  $ZH$  rectae  $A\Theta$  parallela, quae faciat  $ZH^2 : \Delta H \times HA = A\Gamma : AB$ , ducaturque  $Z\Theta \Delta$  et ad  $\Delta$  uersus producat, et sit  $\Delta A$  rectarum  $Z\Delta$ ,  $\Delta\Theta$  media proportionalis, fiatque  $\Delta K = \Delta A$ ,

$$\Delta Z \times ZM = AZ^2,$$

et ducatur  $KM$ , per  $A$  autem ad  $KZ$  perpendicularis ducatur  $AN$  producat, et datis duabus rectis terminatis inter se perpendicularibus  $KA$ ,  $AN$

hyperbola describatur, cuius latus transuersum sit  $KA$ , rectum autem  $AN$ , et rectae a sectione ad diametrum ductae in angulo recto ducantur latitudines habentes



rectas ab iis ad  $A$  abscisas excedentes figura simili rectangulo  $KA \times AN$  [prop. LIV]; sectio igitur ea per  $A$

Comm., Halley. 14. ἴση] c, ι corr. ex η V. 15. τῆς AZ ἴσον] ἴσων V; corr. p. 17. ἐπὶ τὸ Ξ] ἐπὶ τὰ O, Ξ Halley. 20. ἔσται] ἔστω Halley praeunte Comm. 22. ἔχουσαι] καὶ δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν AN παρακείμενα ὀρθογώνια πλάτη ἔχοντα Halley praeunte Commandino. 24. δέ] c et, ut uidetur, V; δῆ p, Halley.



ἡ  $GA$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $AD$ , τουτέστι τὴν  
 $AB$ , τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta HA$ , ἀλλ' ἡ μὲν  
 $GA$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $AD$  τὸν συγκείμενον  
 5 τῆς  $A\Theta$  καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ διπλασία τῆς  $A\Theta$  πρὸς  
 τὴν διπλασίαν τῆς  $DA$ , τουτέστιν ἡ  $\Theta A$  πρὸς  $AD$ ,  
 τουτέστιν ἡ  $ZH$  πρὸς  $H\Delta$ , ἡ  $GA$  ἄρα πρὸς  $AB$  τὸν  
 συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ τῆς  $GA$  πρὸς τὴν  
 διπλασίαν τῆς  $A\Theta$  καὶ τοῦ τῆς  $ZH$  πρὸς  $H\Delta$ . ἔχει  
 10 δὲ καὶ τὸ ἀπο  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta HA$  τὸν συγκεί-  
 μενον λόγον ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $ZH$  πρὸς  $H\Delta$  καὶ ἡ  
 $ZH$  πρὸς  $HA$ . ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς  
 $GA$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $A\Theta$  καὶ τοῦ τῆς  $ZH$   
 πρὸς  $H\Delta$  ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς  
 15  $ZH$  πρὸς  $HA$  καὶ τοῦ τῆς  $ZH$  πρὸς  $H\Delta$ . κοινὸς  
 ἀφηρήσθω ὁ τῆς  $ZH$  πρὸς  $H\Delta$  λόγος· ἔστιν ἄρα  
 ὡς ἡ  $GA$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $A\Theta$ , ἡ  $ZH$  πρὸς  
 $HA$ . ὡς δὲ ἡ  $ZH$  πρὸς  $HA$ , ἡ  $OA$  πρὸς  $A\Xi$ . ὡς  
 ἄρα ἡ  $GA$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $A\Theta$ , ἡ  $OA$  πρὸς  
 20  $A\Xi$ . ὅταν δὲ τοῦτο ἦ, παρ' ἣν δύνανται ἐστὶν ἡ  
 $AG$ . τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ ν' θεωρήματι.

## ν5'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς  
 ἀλλήλαις εὐρεῖν περὶ διάμετρον τὴν ἑτέραν αὐτῶν  
 25 κώνου τομὴν τὴν καλουμένην ἔλλειψιν ἐν τῷ αὐτῷ  
 ἐπιπέδῳ ταῖς εὐθείαις, ἧς κορυφὴ ἐστὶ τὸ πρὸς τῇ  
 ὀρθῇ γωνία σημεῖον, αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς  
 ἐπὶ τὴν διάμετρον ἐν γωνία δοθείσῃ δυνήσονται τὰ

5. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 22. ν5'] p, Eutocius;  
 om. V. 24. εὐρεῖν] εὔρη V; corr. p.

ueniet, quia  $AZ^2 = AZ \times ZM$  [prop. XII]. et eam  
 continget  $A\Theta$  [prop. XXXVII]; nam  $Z\Delta \times \Delta\Theta = \Delta A^2$ .  
 quare  $AB$  diametrus sectionis est [prop. LI coroll.].  
 et quoniam est

$$\Gamma A : 2 A \Delta = \Gamma A : AB = ZH^2 : \Delta H \times HA,$$

et

$$\Gamma A : 2 A \Delta = (\Gamma A : 2 A \Theta) \times (2 A \Theta : 2 \Delta A),$$

et

$$2 A \Theta : 2 \Delta A = \Theta A : A \Delta = ZH : H \Delta \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

erit

$$\Gamma A : AB = (\Gamma A : 2 A \Theta) \times (ZH : H \Delta).$$

uerum. etiam

$$ZH^2 : \Delta H \times HA = (ZH : H \Delta) \times (ZH : HA).$$

itaque

$$(\Gamma A : 2 A \Theta) \times (ZH : H \Delta) = (ZH : HA) \times (ZH : H \Delta).$$

auferatur, quae communis est, ratio  $ZH : H \Delta$ . itaque

$$\Gamma A : 2 A \Theta = ZH : HA. \text{ est autem [Eucl. VI, 4]}$$

$ZH : HA = OA : A \Xi$ . itaque erit

$$\Gamma A : 2 A \Theta = OA : A \Xi.$$

sin hoc est, parametrum est  $A\Gamma$ ; hoc enim in propo-  
 sitione L demonstratum est.

LVI.

Datis duabus rectis terminatis inter se perpendi-  
 cularibus circum alteram earum diametrum descriptam  
 conic sectionem inuenire, ellipsis quae uocatur, in plano  
 rectorum positam, ita ut uertex sit punctum ad rectum  
 angulum positum, rectae autem a sectione ad diametrum  
 in dato angulo ductae quadratae aequales sint rectan-  
 gulis alteri rectae adplicatis latitudinem habentibus

παρακείμενα ὀρθογώνια παρὰ τὴν ἑτέραν εὐθείαν πλάτος ἔχοντα τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς ἔλλείποντα εἶδει ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν πε-  
5 ριεχομένῳ.

ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ  $AB$ ,  $AG$  πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν μείζων ἡ  $AB$ . δεῖ δὴ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ γράψαι ἔλλειψιν, ἧς διάμετρος μὲν ἔσται ἡ  $AB$ , κορυφὴ δὲ τὸ  $A$ , ὀρθία δὲ ἡ  $AG$ ,  
10 αἱ δὲ καταγόμεναι καταχθῆσονται ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν  $AB$  ἐν δεδομένη γωνίᾳ καὶ δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν  $AG$  παρακείμενα πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανο-  
μένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ  $A$  ἔλλείποντα εἶδει ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν  $BAG$ .

ἔστω δὲ ἡ δοθεῖσα γωνία πρότερον ὀρθή, καὶ ἀνεσιάτω ἀπὸ τῆς  $AB$  ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑπο-  
κείμενον, καὶ ἐν αὐτῷ ἐπὶ τῆς  $AB$  τμήμα κύκλου γεγράφθω τὸ  $A\Delta B$ , οὗ διχοτομία ἔστω τὸ  $\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $\Delta A$ ,  $\Delta B$ , καὶ κείσθω τῇ  $AG$  ἴση  
20 ἡ  $A\Xi$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Xi$  τῇ  $\Delta B$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Xi O$ , διὰ δὲ τοῦ  $O$  τῇ  $AB$  παράλληλος ἡ  $OZ$ , καὶ ἐπε-  
ξεύχθω ἡ  $\Delta Z$  καὶ συμπιπέτω τῇ  $AB$  ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ  $E$ . ἔσται δὴ, ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $AG$ , ἡ  $BA$  πρὸς  $A\Xi$ , τουτέστιν ἡ  $\Delta A$  πρὸς  $AO$ , τουτέστιν ἡ  
25  $\Delta E$  πρὸς  $EZ$ . καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $AZ$ ,  $ZB$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  $ZA$  τυχὸν ση-  
μεῖον τὸ  $H$ , καὶ δι' αὐτοῦ τῇ  $\Delta E$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $HA$  καὶ συμπιπέτω τῇ  $AB$  ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ  $K$ . ἐκβεβλήσθω δὴ ἡ  $ZO$  καὶ συμπιπέτω τῇ  $HK$  κατὰ

13. τῷ] c, corr. ex τό m. 1 V. 15. δε] fort. δὴ. δο-  
θεισα] c, θ corr. ex δ m. 1 V.





τὸ  $\Delta$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $\Delta\Delta$  περιφέρεια τῇ  $\Delta B$ , ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $AB\Delta$  γωνία τῇ ὑπὸ  $\Delta ZB$ . καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ  $EZA$  γωνία δυσὶ ταῖς ὑπὸ  $Z\Delta A$ ,  $Z\Delta\Delta$  ἐστὶν ἴση, ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ  $Z\Delta\Delta$  τῇ ὑπὸ  $ZB\Delta$  ἐστὶν ἴση, 5 ἡ δὲ ὑπὸ  $Z\Delta A$  τῇ ὑπὸ  $ZBA$ , καὶ ἡ ὑπὸ  $EZA$  ἄρα τῇ ὑπὸ  $\Delta B A$  ἐστὶν ἴση, τουτέστι τῇ ὑπὸ  $BZ\Delta$ . ἔστι δὲ καὶ παράλληλος ἡ  $\Delta E$  τῇ  $\Delta H$ . ἡ ἄρα ὑπὸ  $EZA$  τῇ ὑπὸ  $ZH\Theta$  ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ  $\Delta ZB$  τῇ ὑπὸ  $Z\Theta H$ . ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ  $ZH\Theta$  τῇ ὑπὸ  $Z\Theta H$  ἐστὶν 10 ἴση, καὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $Z\Theta$  ἐστὶν ἴση.

γεγράφθω δὴ περὶ τὴν  $\Theta H$  κύκλος ὁ  $H\Theta N$  ὀρθὸς πρὸς τὸ  $\Theta HZ$  τρίγωνον, καὶ νοείσθω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ  $H\Theta N$  κύκλος, κορυφή δὲ τὸ  $Z$  σημεῖον· ἔσται δὴ ὁ κῶνος ὀρθὸς διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν  $HZ$  τῇ  $Z\Theta$ . καὶ ἐπεὶ 15 ὁ  $H\Theta N$  κύκλος ὀρθὸς ἐστὶ πρὸς τὸ  $\Theta HZ$  ἐπίπεδον, ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ διὰ τῶν  $H\Theta Z$  ἐπίπεδον, καὶ ἡ κοινὴ τομὴ αὐτῶν ἄρα πρὸς τὸ διὰ τῶν  $H\Theta Z$  ἐπίπεδον ὀρθὴ ἔσται. ἔστω δὴ ἡ κοινὴ τομὴ αὐτῶν ἡ  $KM$ . ἡ  $KM$  ἄρα ὀρθὴ 20 ἐστὶ πρὸς ἑκατέραν τῶν  $AK$ ,  $KH$ . καὶ ἐπεὶ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ  $H\Theta N$  κύκλος, κορυφή δὲ τὸ  $Z$  σημεῖον, τέμνεται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος καὶ ποιεῖ τομὴν το  $H\Theta Z$  τρίγωνον, τέμνεται δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τῷ διὰ τῶν  $AK$ ,  $KM$ , ὃ ἐστὶ τὸ ὑποκείμενον, κατ' εὐ- 25 θεΐαν τὴν  $KM$  πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ  $HK$ , καὶ τὸ ἐπίπεδον συμπίπτει ταῖς  $ZH$ ,  $Z\Theta$  πλευραῖς τοῦ κῶνου, ἡ ἄρα γινομένη τομὴ ἑλλειψίς ἐστὶν, ἧς διάμετρος

3.  $Z\Delta A$ ,  $Z\Delta\Delta$ ] scripsi;  $\Xi A\Delta$  V ( $Z\Delta\Delta$ ,  $A\Delta Z$  p;  $Z\Delta\Delta$ ,  $Z\Delta A$  iam Halley praeunte Memo). 4.  $Z\Delta\Delta$ ]  $Z\Delta A$  V; corr. p.

$ZB\Delta$ ]  $\nu p$ ; B e corr. m. 1 Vc. 5.  $ZBA$ ]  $pvc$ ; B e corr. m. 1 V. 9.  $Z\Theta H$ ] (pr.)  $pvc$ ; H e corr. m. 1 V.  $Z\Theta H$ ] (alt.)  $pvc$ ; H e corr. m. 1 V. 13.  $H\Theta N$ ]  $H\Theta K$  V; corr. p.

aliquod  $H$  sumatur, per id autem rectae  $\Delta E$  parallela ducatur  $HA$ , quae cum  $AB$  producta in  $K$  concurrat. producatur igitur  $ZO$  et cum  $HK$  in  $\Delta$  concurrat. quoniam igitur arcus  $A\Delta$  arcui  $\Delta B$  aequalis est, erit [Eucl. III, 27]  $\angle AB\Delta = \angle \Delta ZB$ . et quoniam est [Eucl. I, 32]  $\angle EZA = \angle \Delta A + \angle A\Delta$ , et

$$\angle Z\Delta A = \angle ZB\Delta,$$

$\angle Z\Delta A = \angle ZBA$  [Eucl. III, 27], erit etiam

$$\angle EZA = \angle \Delta BA = \angle BZ\Delta.$$

uerum etiam  $\Delta E$  parallela est rectae  $AH$ . quare  $\angle EZA = \angle ZH\odot$ ,  $\angle \Delta ZB = \angle Z\odot H$  [Eucl. I, 29]. quare etiam  $\angle ZH\odot = \angle Z\odot H$  et [Eucl. I, 6]  $ZH = Z\odot$ .

describatur igitur circum  $\odot H$  circulus  $H\odot N$  ad triangulum  $\odot HZ$  perpendicularis, et fingatur conus, cuius basis sit  $H\odot N$  circulus, uertex autem  $Z$  punctum; conus igitur rectus erit, quia  $HZ = Z\odot$  [def. 3]. et quoniam circulus  $H\odot N$  ad planum  $\odot HZ$  perpendicularis est, uerum etiam planum subiacens ad planum rectarum  $H\odot$ ,  $\odot Z$  perpendicularare est, etiam communis eorum sectio ad planum rectarum  $H\odot$ ,  $\odot Z$  perpendicularis erit [Eucl. XI, 19].  $KM$  igitur communis eorum sectio sit. itaque  $KM$  ad utramque  $AK$ ,  $KH$  perpendicularis est [Eucl. XI def. 3]. et quoniam conus, cuius basis est  $H\odot N$  circulus, uertex autem  $Z$  punctum, plano per axem sectus est, quod sectionem efficit triangulum  $H\odot Z$ , uerum etiam alio plano rectarum  $AK$ ,  $KM$ , quod est planum subiacens, sectus est secundum rectam  $KM$  ad  $HK$  perpendiculararem, et hoc planum cum  $ZH$ ,  $Z\odot$  lateribus conii concurrat, sectio orta ellipsis est, cuius diametrus est  $AB$ , ordinate ductae autem in recto angulo ducentur

ἐστὶν ἡ  $AB$ , αἱ δὲ καταγόμεναι καταχθήσονται ἐν  
 ὀρθῇ γωνίᾳ· παράλληλοι γάρ εἰσι τῇ  $KM$ . καὶ ἐπεὶ  
 ἐστὶν, ὡς ἡ  $\Delta E$  πρὸς  $EZ$ , τὸ ὑπὸ  $\Delta EZ$ , τουτέστι  
 τὸ ὑπὸ  $BEA$ , πρὸς τὸ ἀπὸ  $EZ$ , τὸ δὲ ὑπὸ  $BEA$   
 5 πρὸς τὸ ἀπὸ  $EZ$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ  
 τῆς  $BE$  πρὸς  $EZ$  καὶ τοῦ τῆς  $AE$  πρὸς  $EZ$ , ἀλλ'  
 ὡς μὲν ἡ  $BE$  πρὸς  $EZ$ , ἡ  $BK$  πρὸς  $K\Theta$ , ὡς δὲ ἡ  
 $AE$  πρὸς  $EZ$ , ἡ  $AK$  πρὸς  $KH$ , τουτέστιν ἡ  $Z\Lambda$   
 πρὸς  $\Lambda H$ , ἡ  $BA$  ἄρα πρὸς  $AG$  τὸν συγκείμενον ἔχει  
 10 λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $Z\Lambda$  πρὸς  $\Lambda H$  καὶ τοῦ τῆς  $Z\Lambda$  πρὸς  
 $\Lambda\Theta$ , ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὄν ἔχει τὸ ἀπὸ  $Z\Lambda$  πρὸς  
 τὸ ὑπὸ  $H\Lambda\Theta$ . ὡς ἄρα ἡ  $BA$  πρὸς  $AG$ , τὸ ἀπὸ  $Z\Lambda$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $H\Lambda\Theta$ . ὅταν δὲ τοῦτο ᾗ, ὀρθία τοῦ  
 εἶδους πλευρά ἐστὶν ἡ  $AG$ , ὡς δέδεικται ἐν τῷ  $\gamma'$   
 15 θεωρήματι.

νξ'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω ἡ  $AB$  ἐλάσσων τῆς  
 $AG$ , καὶ δεῖον ἔστω περὶ διάμετρον τὴν  $AB$  γράψαι  
 ἕλληψιν, ὥστε ὀρθίαν εἶναι τὴν  $AG$ .  
 20 τεμήσθω ἡ  $AB$  δίχα κατὰ τὸ  $\Delta$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Delta$   
 τῇ  $AB$  πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ  $E\Delta Z$ , καὶ τῷ ὑπὸ  $BA\Gamma$   
 ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ  $ZE$ , ὥστε ἴσην εἶναι τὴν  $Z\Delta$  τῇ  
 $\Delta E$ , καὶ τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $ZH$ , καὶ  
 πεποιήσθω, ὡς ἡ  $AG$  πρὸς  $AB$ , ἡ  $EZ$  πρὸς  $ZH$ .  
 25 μείζων ἄρα καὶ ἡ  $EZ$  τῆς  $ZH$ . καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ  
 τὸ ὑπὸ  $\Gamma AB$  τῷ ἀπὸ  $EZ$ , ἔστιν ὡς ἡ  $\Gamma A$  πρὸς  $AB$ ,  
 τὸ ἀπὸ  $ZE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AB$  καὶ τὸ ἀπὸ  $\Delta Z$  πρὸς

7. Post  $K\Theta$  add. τουτέστιν ἡ  $Z\Lambda$  πρὸς  $\Lambda\Theta$  Halley prae-  
 eunte Memo. 14. τῷ  $\gamma'$ ] ὃ  $\bar{\Gamma}$   $V$ ; corr. p. 16. νξ'] p,  
 Eutocius; om.  $V$ . 18. περὶ] p; ἐπί  $V$ ? 24. πεποιείσθω  $V$ ;  
 corr. p. 26. ἀπό] p, πό post ras. 1 litt.  $V$ .

[prop. XIII]; sunt enim rectae  $KM$  parallelae. et quoniam est

$$\Delta E : EZ = \Delta E \times EZ : EZ^2 = BE \times EA : EZ^2$$

[cfr. Eucl. III, 36], et

$$BE \times EA : EZ^2 = (BE : EZ) \times (EA : EZ),$$

est autem  $BE : EZ = BK : K\Theta$ ,

$$AE : EZ = AK : KH = ZA : AH \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

erit  $BA : A\Gamma = (ZA : AH) \times (ZA : A\Theta)$  [ibid.]. et

$$(ZA : AH) \times (ZA : A\Theta) = ZA^2 : HA \times A\Theta. \text{ quare}$$

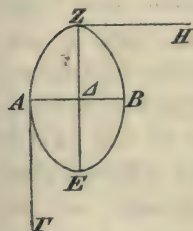
$$BA : A\Gamma = ZA^2 : HA \times A\Theta. \text{ sin hoc est, } A\Gamma \text{ latus}$$

rectum est sectionis, ut in propositione XIII demon-

stratum est.

LVII.

Iisdem suppositis sit  $AB < A\Gamma$ , et oporteat circum  $AB$  diametrum ellipsim describere, ita ut  $A\Gamma$  latus rectum sit.



$AB$  in  $\Delta$  in duas partes aequales secetur, et a  $\Delta$  ad  $AB$  perpendicularis ducatur  $E\Delta Z$ , et sit

$$ZE^2 = BA \times A\Gamma,$$

ita ut sit  $Z\Delta = \Delta E$ , rectae autem  $AB$  parallela ducatur  $ZH$ , et fiat

$$A\Gamma : AB = EZ : ZH;$$

itaque  $EZ > ZH$  [Eucl. V, 14]. et quoniam est  $\Gamma A \times AB = EZ^2$ , erit

$$\Gamma A : AB = ZE^2 : AB^2 \text{ [Eucl. VI, 17; V def. 9]}$$

$$= \Delta Z^2 : \Delta A^2 \text{ [Eucl. V, 15].}$$

est autem  $\Gamma A : AB = EZ : ZH$ . quare etiam

Figuram bis V.



τὸ ἀπὸ  $\Delta A$ . ὡς δὲ ἡ  $\Gamma A$  πρὸς  $AB$ , ἡ  $EZ$  πρὸς  $ZH$ .  
ὡς ἄρα ἡ  $EZ$  πρὸς  $ZH$ , τὸ ἀπὸ  $Z\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $\Delta A$ . τὸ δὲ ἀπὸ  $Z\Delta$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $Z\Delta E$ . ὡς  
ἄρα ἡ  $EZ$  πρὸς  $ZH$ , τὸ ὑπὸ  $E\Delta Z$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta A$ .  
5 δύο οὖν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις  
κειμένων καὶ μείζονος οὔσης τῆς  $EZ$  γεγράφθω ἔλλειψις,  
ἧς διάμετρος μὲν ἡ  $EZ$ , ὀρθία δὲ ἡ  $ZH$ . ἤξει δὴ  
ἡ τομὴ διὰ τοῦ  $A$  διὰ τὸ εἶναι ὡς τὸ ὑπὸ  $Z\Delta E$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $\Delta A$ , ἡ  $EZ$  πρὸς  $ZH$ . καὶ ἐστὶν ἴση ἡ  $\Delta\Delta$   
10 τῇ  $\Delta B$ . ἐλεύσεται οὖν καὶ διὰ τοῦ  $B$ . γέγραπται  
οὖν ἔλλειψις περὶ τὴν  $AB$ . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ  $\Gamma A$   
πρὸς  $AB$ , τὸ ἀπὸ  $Z\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta A$ , το δὲ ἀπο  
 $\Delta A$  ἴσον τῷ ὑπὸ  $A\Delta B$ , ὡς ἄρα ἡ  $\Gamma A$  πρὸς  $AB$ , τὸ  
ἀπὸ  $\Delta Z$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Delta B$ . ὥστε ὀρθία ἐστὶν  
15 ἡ  $AG$ .

νη'.

Ἄλλὰ δὴ μὴ ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία ὀρθή, καὶ  
ἔστω αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ  $BA\Delta$ , καὶ τετμήσθω ἡ  $AB$   
δίχα κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἐπὶ τῆς  $AE$  γεγράφθω ἡμικύκλιον  
20 τὸ  $AZE$ , καὶ ἐν αὐτῷ τῇ  $\Delta\Delta$  παράλληλος ἤχθω ἡ  
 $ZH$  ποιῶσα τὸν τοῦ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AHE$   
λόγον τὸν αὐτὸν τῷ τῆς  $\Gamma A$  πρὸς τὴν  $AB$ , καὶ ἐπε-  
ξεύχθωσαν αἱ  $AZ$ ,  $EZ$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ εἰ-  
λήφθω τῶν  $\Delta EZ$  μέση ἀνάλογον ἡ  $E\Theta$ , καὶ τῇ  $E\Theta$   
25 ἴση κείσθω ἡ  $EK$ , καὶ πεποιήσθω τῷ ἀπὸ  $AZ$  ἴσον  
τὸ ὑπὸ  $\Theta Z\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $ΚΑ$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$   
τῇ  $\Theta Z$  πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ  $\Theta M\Xi$  παράλληλος γινομένη  
τῇ  $AZ\Delta$ . ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ  $Z$ . καὶ δύο δοθεισῶν  
εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τῶν

9. ἡ] (pr.) debuit τὴν. 16. νη'] p, Eutocius; om. V. 27.  
 $\Theta M\Xi$ ] fort.  $\Theta M$ ;  $\mu\theta$ ,  $\theta$  e corr., p.



$K\Theta$ ,  $\Theta M$  γεγράφθω ἔλλειψις, ἧς διάμετρος πλαγία ἢ  $K\Theta$ , ὀρθία δὲ τοῦ εἶδους πλευρὰ ἢ  $\Theta M$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν  $\Theta K$  ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθῆσονται· ἧξει δὴ ἡ τομὴ διὰ τοῦ  $A$  διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ  
 5  $Z A$  τῷ ὑπὸ  $\Theta Z A$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν  $\Theta E$  τῇ  $E K$ , ἡ δὲ  $A E$  τῇ  $E B$ , ἧξει καὶ διὰ τοῦ  $B$  ἡ τομὴ, καὶ ἔσται κέντρον μὲν τὸ  $E$ , διάμετρος δὲ ἡ  $A E B$ . καὶ ἐφάψεται τῆς τομῆς ἡ  $\Delta A$  διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ  $\Delta E Z$  τῷ ἀπὸ  $E\Theta$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $\Gamma A$   
 10 πρὸς  $A B$ , τὸ ἀπὸ  $Z H$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A H E$ , ἀλλ' ἡ μὲν  $\Gamma A$  πρὸς  $A B$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $\Gamma A$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $\Delta A$  καὶ τοῦ τῆς διπλασίας τῆς  $A \Delta$  πρὸς τὴν  $A B$ , τουτέστι τῆς  $\Delta A$  πρὸς  $A E$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $Z H$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A H E$  τὸν συγκείμενον  
 15 ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $Z H$  πρὸς  $H E$  καὶ τοῦ τῆς  $Z H$  πρὸς  $H A$ , ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς  $\Gamma A$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $A \Delta$  καὶ τοῦ τῆς  $\Delta A$  πρὸς  $A E$  ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς  $Z H$  πρὸς  $H E$  καὶ τοῦ τῆς  $Z H$  πρὸς  $H A$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $\Delta A$   
 20 πρὸς  $A E$ , ἡ  $Z H$  πρὸς  $H E$ . καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τούτου τοῦ λόγου ἔσται ὡς ἡ  $\Gamma A$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $A \Delta$ , ἡ  $Z H$  πρὸς  $H A$ , τουτέστιν ἡ  $\Xi A$  πρὸς  $A N$ . ὅταν δὲ τοῦτο ἦ, ὀρθία τοῦ εἶδους πλευρὰ ἐστὶν ἡ  $A \Gamma$ .

νθ'.

25 Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις πεπερασμένων εὐρεῖν ἀντικειμένας, ὧν διάμετρος ἐστὶ μία τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, κορυφὴ δὲ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, αἱ δὲ καταγόμεναι ἐν ἑκατέρῳ τῶν τομῶν ἐν

18.  $Z H$ ]  $p c$ ,  $Z e$  corr.  $m$ . 1  $V$ . 20. καὶ κοινοῦ]  $p$ , κοινοῦ  $V$ , κοινοῦ ἄρα  $Comm$ . 24. νθ']  $p$ ,  $Eutocius$ ;  $om. V$ .  
 27. κορυφαί  $p$ .

ita ut diametrus transuersa sit  $K\Theta$ , latus autem rectum figurae  $\Theta M$ , et rectae ad  $\Theta K$  ordinate ductae in angulo recto ducantur [prop. LVI—LVII]. sectio igitur per  $A$  ueniet, quia  $Z A^2 = \Theta Z \times Z A$  [prop. XIII]. et quoniam est  $\Theta E = EK$ ,  $AE = EB$ , sectio etiam per  $B$  ueniet, et  $E$  centrum erit, diametrus autem  $AEB$  [prop. LI coroll.]. et  $\Delta A$  sectionem continget [prop. XXXVIII], quia  $\Delta E \times EZ = E\Theta^2$ . et quoniam est

$$\Gamma A : AB = ZH^2 : AH \times HE,$$

est autem

$$\Gamma A : AB = (\Gamma A : 2 \Delta A) \times (2 \Delta A : AB)$$

$$= (\Gamma A : 2 \Delta A) \times (\Delta A : AE),$$

et

$$ZH^2 : AH \times HE = (ZH : HE) \times (ZH : HA),$$

erit

$$(\Gamma A : 2 \Delta A) \times (\Delta A : AE) = (ZH : HE) \times (ZH : HA).$$

uerum

$$\Delta A : AE = ZH : HE \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

hac igitur ratione, quae communis est, ablata erit

$$\Gamma A : 2 \Delta A = ZH : HA = EA : AN \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

sin hoc est, latus rectum figurae est  $A\Gamma$  [prop. L].

## LIX.

Datis duabus rectis terminatis inter se perpendicularibus oppositas inuenire, ita ut earum diametrus sit alterutra datarum rectarum, uertex autem termini rectae, et rectae in alterutra sectionum in angulo dato ductae quadratae aequales sint spatiis alteri adplicatis et



τῆ δοθείσῃ γωνίᾳ δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν ἑτέραν παρακείμενα καὶ ὑπερβάλλοντα ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν περιεχομένῳ.

ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλή-  
 5 λαις πεπερασμέναι αἱ  $BE, B\Theta$ , ἣ δὲ δοθεῖσα γωνία ἔστω ἡ  $H$ . δεῖ δὴ γράψαι ἀντικειμένας περὶ μίαν τῶν  $BE, B\Theta$ , ὥστε τὰς καταγομένας καταγεσθαι ἐν γωνίᾳ τῆ  $H$ .

καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν  $BE, B\Theta$  γεγράφθω  
 10 ὑπερβολή, ἧς διάμετρος ἔσται πλαγία ἡ  $BE$ , ὀρθία δὲ τοῦ εἵδους πλευρὰ ἡ  $\Theta B$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν ἐπ' εὐθείας τῆ  $BE$  καταχθήσονται ἐν γωνίᾳ τῆ  $H$ , καὶ ἔστω ἡ  $AB\Gamma$ . τοῦτο γὰρ ὡς δεῖ γενέσθαι, προγέγραπται. ἤχθω δὴ διὰ τοῦ  $E$  τῆ  $BE$  πρὸς ὀρθὰς  
 15 ἡ  $EK$  ἴση οὔσα τῆ  $B\Theta$ , καὶ γεγράφθω ὁμοίως ἄλλη ὑπερβολή ἡ  $\Delta EZ$ , ἧς διάμετρος μὲν ἡ  $BE$ , ὀρθία δὲ τοῦ εἵδους πλευρὰ ἡ  $EK$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς τεταγμένως καταχθήσονται ἐν τῆ ἐφεξῆς γωνίᾳ τῆ  $H$ . φανερὸν δὴ, ὅτι αἱ  $B, E$  εἰσιν ἀντικείμεναι,  
 20 διάμετρος δὲ αὐτῶν μία ἐστί, καὶ αἱ ὀρθίαι ἴσαι.

ξ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν δίχα τεμνουσῶν ἀλλήλας γράψαι περὶ ἑκατέραν αὐτῶν ἀντικειμένας τομάς, ὥστε εἶναι αὐτῶν συζυγεῖς διαμέτρους τὰς εὐθείας, καὶ τὴν  
 25 τῶν δύο ἀντικειμένων διαμέτρον τὸ τῶν ἑτέρων ἀντι-

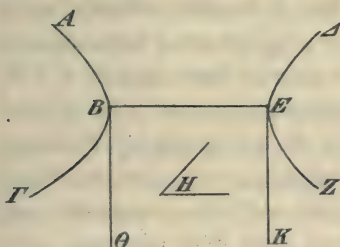
6. δῆ] c, δῆ uel δέ corr. ex δεῖ p („utique“ Comm.), δεῖ V; om. Halley cum Memo. 18. ἐφεξῆς] male del. Halley.

19. δῆ] corr. ex δέ m. 1 V. 20. αἱ ὀρθίαι] scripsi; διορθίαι (sic) V; ὀρθίαι p et post lacunam c, Halley. 21. ξ'] p, Eutocius; om. V.

figura excedentibus simili rectangulo datis rectis comprehenso.

sint datae duae rectae terminatae inter se perpendiculares  $BE$ ,  $B\Theta$ , datus autem angulus sit  $H$ . oportet igitur circum alterutram rectarum  $BE$ ,  $B\Theta$  oppositas describere, ita ut rectae ordinatae in angulo  $H$  ducantur.

et datis duabus rectis  $BE$ ,  $B\Theta$  describatur hyperbola, ita ut diametrus transuersa sit  $BE$ , latus autem



rectum figurae  $\Theta B$ , et rectae ad  $BE$  productam ordinate ductae in angulo  $H$  ducantur; quo modo enim hoc fieri possit, antea expositum est [prop. LV]. ducatur igitur per  $E$  ad  $BE$  perpendicularis  $EK$ , quae aequalis sit rectae  $B\Theta$ , et eodem modo alia hyperbola describatur  $\Delta EZ$ , ita ut diametrus sit  $BE$ , latus autem rectum figurae  $EK$ , et rectae a sectione ordinate ductae in angulo ducantur, qui angulo  $H$  deinceps positus est [prop. LV]. manifestum est igitur, sectiones  $B$ ,  $E$  oppositas esse et unam eandemque diametrum habere, lateraque recta aequalia esse.

LX.

Datis duabus rectis inter se in binas partes aequales secantibus circum utramque sectiones oppositas describere, ita ut diametri earum coniugatae sint rectae datae, et diametrus duarum oppositarum quadrata aequalis sit figurae alterarum oppositarum, similiter-

κειμένων δύνασθαι εἶδος, ὁμοίως δὲ καὶ τὴν τῶν ἐτέρων ἀντικειμένων διάμετρον τὸ τῶν ἐτέρων ἀντικειμένων δύνασθαι εἶδος.

ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι δίχα τέμνουσαι  
5 ἀλλήλας αἱ  $ΑΓ$ ,  $ΔΕ$ . δεῖ δὴ περὶ ἑκατέραν αὐτῶν διάμετρον γράφαι ἀντικειμένας, ἵνα ὥσιν αἱ  $ΑΓ$ ,  $ΔΕ$  συζυγεῖς ἐν αὐταῖς, καὶ ἡ μὲν  $ΔΕ$  τὸ τῶν περὶ τὴν  $ΑΓ$  εἶδος δύνηται, ἡ δὲ  $ΑΓ$  τὸ τῶν περὶ τὴν  $ΔΕ$ .

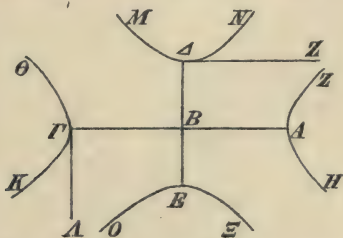
ἔστω τῷ ἀπὸ  $ΔΕ$  ἴσον τὸ ὑπὸ  $ΑΓΑ$ , πρὸς ὀρθὰς δὲ  
10 ἔστω ἡ  $ΑΓ$  τῇ  $ΓΑ$ . καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τῶν  $ΑΓ$ ,  $ΓΑ$  γεγράφθωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $ΖΑΗ$ ,  $ΘΓΚ$ , ὧν διάμετρος μὲν ἔσται πλαγία ἡ  $ΓΑ$ , ὀρθία δὲ ἡ  $ΓΑ$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῶν τομῶν ἐπὶ τὴν  $ΓΑ$  καταχθῆσονται ἐν τῇ γωνίᾳ τῇ δοθείσῃ.  
15 ἔσται δὴ ἡ  $ΔΕ$  δευτέρα διάμετρος τῶν ἀντικειμένων· μέσον τε γὰρ λόγον ἔχει τῶν τοῦ εἶδους πλευρῶν καὶ παρὰ τεταγμένως κατηγμένην οὔσα δίχα τέτμηται κατὰ τὸ  $Β$ . ἔστω δὴ πάλιν τῷ ἀπὸ  $ΑΓ$  ἴσον τὸ ὑπὸ  $ΔΕ$ ,  $ΔΖ$ , πρὸς ὀρθὰς δὲ ἔστω ἡ  $ΔΖ$  τῇ  $ΔΕ$ . καὶ δύο δοθεισῶν  
20 εὐθειῶν πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις κειμένων τῶν  $ΕΔ$ ,  $ΔΖ$  γεγράφθωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $ΜΔΝ$ ,  $ΟΕΞ$ , ὧν διάμετρος μὲν πλαγία ἡ  $ΔΕ$ , ὀρθία δὲ τοῦ εἶδους πλευρὰ ἡ  $ΔΖ$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῶν τομῶν καταχθῆσονται ἐπὶ τὴν  $ΔΕ$  ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ· ἔσται δὲ  
25 καὶ τῶν  $ΜΔΝ$ ,  $ΞΕΟ$  δευτέρα διάμετρος ἡ  $ΑΓ$ . ὥστε

6.  $ΑΓ$ ]  $ΑΒ$  V; corr. p. 10.  $ΑΓ$ ]  $ΑΓ$  V; corr. Memus („gl“).  
12.  $ΓΑ$ ]  $ΓΔ$  V; corr. p. 15. δὴ] Halley, δέ V p.c. 17. παρα-  
τεταγμένως, litt. s euan., V. κατηγμένην] scripsi; κατηγμένη V.  
18.  $ΔΖ$ ]  $ΔΡ$  Halley cum Comm. 19.  $ΔΖ$ ]  $ΔΡ$  Halley cum  
Comm. 20.  $ΔΖ$ ]  $ΔΡ$  Halley cum Comm. 21.  $ΜΔΝ$ ,  $ΟΕΞ$ ]  $ΜΔ$ ,  $ΝΟΞ$  V; corr. p. 23.  $ΔΖ$ ]  $ΔΡ$  Halley cum Comm. (etiam in figura litteram Z bis habet V). 25. καί] καὶ περὶ V; corr. p; fort. scr. καὶ ἐπί.

que etiam diametrus alterarum oppositarum quadrata aequalis sit figurae alterarum oppositarum.

sint datae duae rectae inter se in binas partes aequales secantes  $AG$ ,  $AE$ . oportet igitur circum utramque diametrum oppositas describere, ita ut  $AG$ ,  $AE$  in iis coniugatae sint, et  $AE^2$  aequalis sit figurae oppositarum circum  $AG$  descriptarum,  $AG^2$  autem figurae oppositarum circum  $AE$ .

sit  $AG \times GA = AE^2$ , et  $AG$  ad  $GA$  perpendicularis sit. et datis duabus rectis inter se perpendicularibus  $AG$ ,  $GA$  describantur oppositae  $ZAH$ ,  $\Theta GK$ , ita ut diametrus sit transversa  $GA$ , latus autem rectum  $GA$ , et rectae a sectionibus ad  $GA$  ordinate ductae in dato angulo ducantur [prop. LIX]. erit igitur  $AE$  altera diametrus oppositarum [deff. alt. 3]; nam et mediam habet rationem inter latera figurae



[Eucl. VI, 17] et rectae ordinate ductae parallela in  $B$  in duas partes aequales secta est. rursus igitur sit  $AE \times AZ = AG^2$ , et  $AZ$  ad  $AE$  perpendicularis sit. et datis duabus rectis inter se perpendicularibus positae  $EA$ ,  $AZ$  oppositae describantur  $MAN$ ,  $OE\Xi$ , ita ut diametrus transversa sit  $AE$ , latus autem rectum figurae  $AZ$ , et rectae a sectionibus ordinate



ἡ μὲν  $ΑΓ$  τὰς τῆ  $ΔΕ$  παραλλήλους μεταξὺ τῶν  
 $ZAH, ΘΓΚ$  τομῶν δίχα τέμνει, ἡ δὲ  $ΔΕ$  τὰς τῆ  $ΑΓ$   
 ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

καλείσθωσαν δὲ αὐταὶ αἱ τομαὶ συζυγεῖς.

---

In fine: Ἀπολλωνίου κωνικῶν α' m. 2 V.

---

ductae ad  $\Delta E$  in dato angulo ducantur [prop. LIX]; erit igitur etiam  $A\Gamma$  altera diameter sectionum  $M\Delta N$ ,  $\Xi E O$  [def. alt. 3]. ergo  $A\Gamma$  rectas rectae  $\Delta E$  parallelas inter sectiones  $ZAH$ ,  $\Theta\Gamma K$  positas in binas partes aequales secat,  $\Delta E$  autem rectas rectae  $A\Gamma$  parallelas [prop. XVI]; quod oportebat fieri [cfr. def. 6].

tales autem sectiones coniugatae uocentur.

## ΚΩΝΙΚΩΝ β'.

Ἀπολλώνιος Εὐδήμῳ χαίρειν.

Εἰ ὑγιαίνεις, ἔχοι ἂν καλῶς· καὶ αὐτὸς δὲ μετρίως ἔχω.

5 Ἀπολλώνιον τὸν υἱόν μου πέπομφα πρὸς σε κομίζοντά σοι τὸ β' βιβλίον τῶν συντεταγμένων ἡμῶν κωνικῶν. διέλθε οὖν αὐτὸ ἐπιμελῶς καὶ τοῖς ἀξίοις τῶν τοιούτων κοινωνεῖν μεταδίδον· καὶ Φιλωνίδης δὲ ὁ γεωμέτρης, ὃν καὶ συνέστησά σοι ἐν Ἐφέσῳ, ἐάν  
10 ποτε ἐπιβαλῆ εἰς τοὺς κατὰ Πέργαμον τόπους, μεταδὸς αὐτῷ, καὶ σεαυτοῦ ἐπιμελοῦ, ἵνα ὑγιαίνης. εὐτύχει.

α'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς κατὰ κορυφὴν εὐθειᾶ ἐφάπτηται, καὶ ἀπ' αὐτῆς ἐφ' ἑκάτερα τῆς διαμέτρου ἀποληφθῆ  
15 ἴση τῇ δυναμένη τὸ τέταρτον τοῦ εἴδους, αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς ἐπὶ τὰ ληφθέντα πέρατα τῆς ἐφαπτομένης ἀγόμεναι εὐθεῖαι οὐ συμπεσοῦνται τῇ τομῇ.

ἔστω ὑπερβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ , ὀρθία δὲ ἡ  $BZ$ , καὶ ἐφαπτέσθω τῆς τομῆς κατὰ  
20 τὸ  $B$  ἡ  $\Delta E$ , καὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ ὑπὸ τῶν  $ABZ$  εἴδους ἴσον ἔστω τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν  $B\Delta$ ,  $BE$ , καὶ ἐπι-

---

Ἀπολλωνίου κωνικῶν β<sup>ο</sup>ν (β m. 2) V, et v (β corr. ex α m. 2).  
3. ὑγιαίνεις p. 12. α'] v p, om. V, ut deinceps.

## CONICORUM LIBER II.

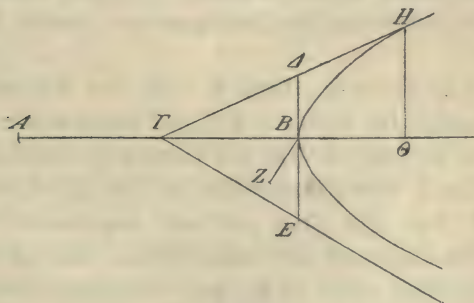
Apollonius Eudemo s.

Si uales, bene est; equidem satis ualeo.

Apollonium filium ad te misi secundum librum conicorum a me conscriptorum perlaturum. eum igitur diligenter peruolue et cum iis communica, qui talibus rebus digni sunt. et cum Philonide quoque geometra, quem tibi Ephesi commendaui, si quando ad uiciniam Pergami uenerit, eum communica, atque cura, ut ualeas. uale.

### I.

Si recta hyperbolam in uertice contingit, et ex ea in utramque partem diametri recta aufertur aequalis



rectae, quae quadrata quartae parti figurae aequalis est, rectae a centro sectionis ad terminos sumptos contingentis ductae cum sectione non concurrent.



ζευχθεῖσαι αἱ  $\Gamma\Delta$ ,  $\Gamma\Xi$  ἐκβεβλήσθωσαν. λέγω, ὅτι οὐ  
 συμπεσοῦνται τῇ τομῇ.

εἰ γὰρ δυνατόν, συμπιπέτω ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ τομῇ κατὰ  
 τὸ  $H$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $H$  τεταγμένως κατήχθω ἡ  $H\Theta$ .  
 5 παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ  $\Delta B$ . ἐπεὶ οὖν ἐστίν, ὡς ἡ  
 $AB$  πρὸς  $BZ$ , τὸ ἀπὸ  $AB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ABZ$ , ἀλλὰ  
 τοῦ μὲν ἀπο  $AB$  τέταρτον μέρος τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$ , τοῦ δὲ  
 ὑπὸ  $ABZ$  τέταρτον τὸ ἀπὸ  $B\Delta$ , ὡς ἄρα ἡ  $AB$  πρὸς  
 $BZ$ , τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta B$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  
 10  $\Gamma\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta H$ . ἐστὶ δὲ καὶ ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $BZ$ ,  
 τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta H$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta H$ , τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta H$ .  
 ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$  τῷ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$ . ὅπερ ἄτοπον.  
 οὐκ ἄρα ἡ  $\Gamma\Delta$  συμπεσεῖται τῇ τομῇ. ὁμοίως δὲ δει-  
 15 ξομεν, ὅτι οὐδὲ ἡ  $\Gamma\Xi$ . ἀσύμπτωτοι ἄρα εἰσὶ τῇ  
 τομῇ αἱ  $\Gamma\Delta$ ,  $\Gamma\Xi$ .

## β'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων δεικτέον, ὅτι ἐτέρα ἀσύμπτωτος  
 οὐκ ἐστὶ τέμνουσα τὴν περιεχομένην γωνίαν ὑπὸ τῶν  
 20  $\Delta\Gamma\Xi$ .

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἡ  $\Gamma\Theta$ , καὶ διὰ τοῦ  $B$  τῇ  
 $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $B\Theta$  καὶ συμπιπέτω τῇ  $\Gamma\Theta$   
 κατὰ τὸ  $\Theta$ , καὶ τῇ  $B\Theta$  ἴση κείσθω ἡ  $\Delta H$ , καὶ ἐπι-  
 ζευχθεῖσα ἡ  $H\Theta$  ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ  $K$ ,  $A$ ,  $M$ . ἐπεὶ  
 25 οὖν αἱ  $B\Theta$ ,  $\Delta H$  ἴσαι εἰσὶ καὶ παράλληλοι, καὶ αἱ  
 $\Delta B$ ,  $H\Theta$  ἴσαι εἰσὶ καὶ παράλληλοι. καὶ ἐπεὶ ἡ  $AB$   
 δίχα τέμνεται κατὰ τὸ  $\Gamma$ , καὶ πρόσκειται αὐτῇ τις ἡ  
 $B\Delta$ , τὸ ὑπὸ  $A\Delta B$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $\Gamma B$  ἴσον ἐστὶ τῷ

4. τοῦ] p, τῆς V. 5. ἡ] p, om. V. 10.  $\Theta H$ ] c, e corr.  
 m. 1 V. 11.  $A\Theta B$ ]  $AB\Theta$  V;  $A\Theta$ ,  $\Theta B$  p.

sit hyperbola, cuius diametrus sit  $AB$ , centrum autem  $\Gamma$ , latus rectum autem  $BZ$ , et  $\Delta E$  sectionem in  $B$  contingat, sit autem

$$B\Delta^2 = BE^2 = \frac{1}{4} AB \times BZ,$$

et ductae  $\Gamma\Delta$ ,  $\Gamma E$  producantur. dico, eas cum sectione non concurrere.

nam si fieri potest,  $\Gamma\Delta$  cum sectione in  $H$  concurrat, et ab  $H$  ordinate ducatur  $H\Theta$ ; erit igitur rectae  $\Delta B$  parallela [cfr. I, 17]. quoniam igitur est  $AB : BZ = AB^2 : AB \times BZ$ , et  $\Gamma B^2 = \frac{1}{4} AB^2$ ,

$$B\Delta^2 = \frac{1}{4} AB \times BZ,$$

erit  $AB : BZ = \Gamma B^2 : \Delta B^2 = \Gamma\Theta^2 : \Theta H^2$  [Eucl. VI, 4].

est autem etiam  $AB : BZ = A\Theta \times \Theta B : \Theta H^2$  [I, 21].

itaque  $\Gamma\Theta^2 : \Theta H^2 = A\Theta \times \Theta B : \Theta H^2$ . quare

$$A\Theta \times \Theta B = \Gamma\Theta^2 \text{ [Eucl. V, 9];}$$

quod absurdum est [Eucl. II, 6]. ergo  $\Gamma\Delta$  cum sectione non concurrent. iam similiter demonstrabimus, ne  $\Gamma E$  quidem concurrere. ergo  $\Gamma\Delta$ ,  $\Gamma E$  asymptotae sectionis sunt.

## II.

Iisdem positis demonstrandum, aliam asymptotam non esse secantem angulum rectis  $\Delta\Gamma$ ,  $\Gamma E$  comprehensum.

nam si fieri potest, sit  $\Gamma\Theta$ , et per  $B$  rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $B\Theta$  et cum  $\Gamma\Theta$  in  $\Theta$  concurrat, ponaturque  $\Delta H = B\Theta$ , et ducta  $H\Theta$  ad  $K$ ,  $\Delta$ ,  $M$  producat. iam quoniam  $B\Theta$ ,  $\Delta H$  aequales sunt et parallelae, etiam  $\Delta B$ ,  $H\Theta$  aequales sunt et parallelae [Eucl. I, 33]. et quoniam  $AB$  in  $\Gamma$  in duas partes

ἀπὸ ΓΑ. ὁμοίως δὴ ἐπειδὴ παράλληλός ἐστιν ἡ ΗΜ  
 τῇ ΔΕ, καὶ ἴση ἡ ΔΒ τῇ ΒΕ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΗΑ  
 τῇ ΑΜ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΔΒ, μείζων  
 ἄρα ἡ ΗΚ τῆς ΔΒ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΚΜ τῆς ΒΕ  
 5 μείζων, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΜ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΜΚΗ μείζον  
 ἐστὶ τοῦ ὑπὸ ΔΒΕ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ ΔΒ. ἐπεὶ οὖν  
 ἐστὶν, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΖ, τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ  
 ΒΔ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς ΒΖ, τὸ ὑπὸ ΑΔΒ πρὸς  
 τὸ ἀπὸ ΑΚ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΔ, τὸ  
 10 ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΑ  
 πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, τὸ ὑπὸ ΑΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΚ.  
 ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς ὅλον τὸ ἀπὸ  
 ΑΗ, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ ΑΔΒ πρὸς ἀφαιρεθὲν  
 τὸ ἀπὸ ΑΚ, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς λοιπὸν  
 15 τὸ ὑπὸ ΜΚΗ ἐστὶν, ὡς τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ,  
 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ. ἴσον ἄρα τὸ  
 ἀπὸ ΔΒ τῷ ὑπὸ ΜΚΗ· ὅπερ ἄτοπον· μείζον γὰρ  
 αὐτοῦ δέδεικται. οὐκ ἄρα ἡ ΓΘ ἀσύμπτωτός ἐστι  
 τῇ τομῇ.

20

γ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς εὐθεία ἐφάπτηται, συμπεσεῖται ἑκα-  
 τέρα τῶν ἀσύμπτωτων καὶ δίχα τμηθήσεται κατὰ τὴν  
 ἀφήν, καὶ τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν τμημάτων αὐτῆς τετρα-  
 γωνον ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ τοῦ γινομένου εἴδους  
 25 πρὸς τῇ διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη διαμέτρῳ.

ἔστω ὑπερβολὴ ἡ ΑΒΓ, κέντρον δὲ αὐτῆς τὸ Ε  
 καὶ ἀσύμπτωτοι αἱ ΖΕ, ΕΗ, καὶ ἐφαπτέσθω τις αὐτῆς

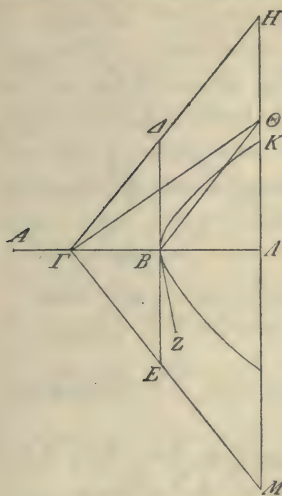
9. Post pr. ἀπό ins. ΑΗ καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ τὸ ὑπὸ ΑΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ V (ex lin. 10—11 petita).

15. ΜΚΗ] ante H eras. 1 litt. V. τό] (pr.) τ supra scr. m. 1 V. 18. ΓΘ] p, ΓΔ V.

aequales secta est, eique adiecta est  $BA$ , erit

$$AA \times AB + \Gamma B^2 = \Gamma A^2 \text{ [Eucl. II, 6].}$$

iam eodem modo, quoniam  $HM$  rectae  $\Delta E$  parallela est, et  $\Delta B = BE$ , erit etiam  $HA = AM$  [Eucl. VI, 1].



et quoniam est  $H\Theta = \Delta B$ , erit  $HK > \Delta B$ . uerum etiam  $KM > BE$ , quoniam etiam  $AM > BE$ . itaque

$MK \times KH > \Delta B \times BE$ , h. e.  $> \Delta B^2$ . quoniam igitur  $AB : BZ = \Gamma B^2 : B\Delta^2$  [prop. I],

uerum [I, 21]

$AB : BZ = AA \times AB : AK^2$ , et [Eucl. VI, 4]

$\Gamma B^2 : B\Delta^2 = \Gamma A^2 : AH^2$ , erit etiam

$\Gamma A^2 : AH^2 = AA \times AB : AK^2$ . quoniam igitur est, ut totum

$\Delta \Gamma^2$  ad totum  $\Delta H^2$ , ita ablatum  $AA \times AB$  ad ablatum  $\Delta K^2$ , erit etiam reliquum  $\Gamma B^2 : MK \times KH$  [Eucl. II, 5] =  $\Gamma A^2 : AH^2$  [Eucl. V, 19] =  $\Gamma B^2 : \Delta B^2$ . itaque  $\Delta B^2 = MK \times KH$  [Eucl. V, 9]; quod absurdum est; demonstrauius enim, esse  $MK \times KH > \Delta B^2$ . ergo  $\Gamma\Theta$  asymptota sectionis non est.

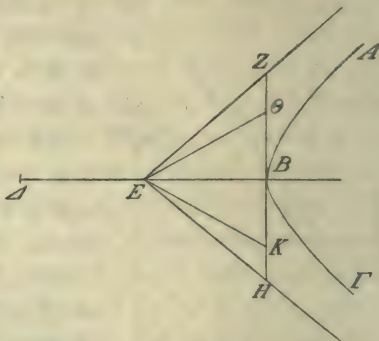
### III.

Si recta hyperbolam contingit, utrique asymptotae concurret et in puncto contactus in duas partes aequales secabitur, quadratumque utriusque partis eius aequale erit quartae parti figurae ad diametrum per punctum contactus ductam effectae.



κατὰ τὸ  $B$  ἢ  $\Theta K$ . λέγω, ὅτι ἐκβαλλομένη ἡ  $\Theta K$  συμπεσεῖται ταῖς  $ZE, EH$ .

εἰ γὰρ δυνατόν, μὴ συμπιπέτω, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $EB$  ἐκβεβλήσθω, καὶ κείσθω τῇ  $BE$  ἴση ἡ  $ED$ .  
 5 διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ  $BD$ . κείσθω δὴ τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ  $BD$  εἵδους ἴσον τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν  $\Theta B$ ,  
 10  $BK$ , καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ  $E\Theta, EK$ . ἀσύμπτωτοι ἄρα εἰσὶν ὅπερ ἄτοπον· ὑποκείνται γὰρ αἱ  $ZE, EH$   
 15 ἀσύμπτωτοι. ἡ ἄρα  $K\Theta$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ταῖς  $EZ, EH$  ἀσυμπτώτοις κατὰ τὰ  $Z, H$ .



λέγω δὴ, ὅτι καὶ τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν  $BZ, BH$  ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ  $BD$  εἵδους.  
 20 μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τῷ τετάρτῳ τοῦ εἵδους ἴσον τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν  $B\Theta, BK$ . ἀσύμπτωτοι ἄρα εἰσὶν αἱ  $\Theta E, EK$ . ὅπερ ἄτοπον. τὸ ἄρα ἀφ' ἑκατέρας τῶν  $ZB, BH$  ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ  $BD$  εἵδους.

25 δ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν γωνίαν περιεχουσῶν καὶ σημείου ἐντὸς τῆς γωνίας γράψαι διὰ τοῦ σημείου κώνου τομὴν τὴν καλουμένην ὑπερβολήν, ὥστε ἀσυμπτώτους αὐτῆς εἶναι τὰς δοθείσας εὐθείας.

1. ἡ] (pr.) ἡ V; corr. p. 18. ὅτι] p, om. V. 20. εἰ] p, ἡ V; corr. m. 2 v. 21. BK] p,  $\Theta K$  V.

sit hyperbola  $ABI$ , centrum autem eius  $E$  et asymptotae  $ZE$ ,  $EH$ , eamque contingat in  $B$  recta aliqua  $\Theta K$ . dico,  $\Theta K$  productam cum  $ZE$ ,  $EH$  concurrere.

nam si fieri potest, ne concurrat, et ducta  $EB$  producat, ponaturque  $E\Delta = BE$ ;  $B\Delta$  igitur diameter est. ponatur igitur  $\Theta B^2$  et  $BK^2$  quartae parti figurae ad  $B\Delta$  effectae aequale, ducanturque  $E\Theta$ ,  $EK$ . hae igitur asymptotae sunt [prop. I]; quod absurdum est [prop. II]; supposuimus enim,  $ZE$ ,  $EH$  asymptotas esse. ergo  $K\Theta$  producta cum asymptotis  $EZ$ ,  $EH$  in  $Z$ ,  $H$  concurrent.

iam dico, esse etiam  $BZ^2$  et  $BH^2$  quartae parti figurae ad  $B\Delta$  effectae aequalia.

ne sint enim, sed, si fieri potest, sit  $B\Theta^2$  et  $BK^2$  quartae parti figurae aequale. itaque  $\Theta E$ ,  $EK$  asymptotae sunt [prop. I]; quod absurdum est [prop. II]. ergo  $ZB^2$  et  $BH^2$  quartae parti figurae ad  $B\Delta$  effectae aequalia sunt.

## IV.

Datis duabus rectis angulum comprehendentibus punctoque intra angulum posito per punctum coni sectionem, hyperbola quae uocatur, ita describere, ut datae rectae asymptotae sint.

sint duae rectae  $A\Gamma$ ,  $AB$  quemuis angulum comprehendentes ad  $A$  positum, datumque sit punctum aliquod  $\Delta$ , et oporteat per  $\Delta$  in asymptotis  $\Gamma AB$  hyperbolam describere.

ἔστωσαν δύο εὐθείαι αἱ  $ΑΓ$ ,  $ΑΒ$  τυχοῦσαν γωνίαν περιέχουσαι τὴν πρὸς τῷ  $Α$ , καὶ δεδόσθω σημεῖόν τι τὸ  $Δ$ , καὶ δεῖον ἔστω διὰ τοῦ  $Δ$  τὰς  $ΓΑΒ$  γράψαι εἰς ἀσύμπτωτους ὑπερβολήν.

- 5 ἐπεξεύχθω ἡ  $ΑΔ$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $Ε$ , καὶ κείσθω τῇ  $ΔΑ$  ἴση ἡ  $ΑΕ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Δ$  τῇ  $ΑΒ$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $ΔΖ$ , καὶ κείσθω τῇ  $ΑΖ$  ἴση ἡ  $ΖΓ$ , καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ  $ΓΔ$  ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $Β$ , καὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $ΓΒ$  ἴσον γεγυθένω τὸ ὑπὸ  $ΔΕ$ ,  $Η$ , καὶ ἐκβληθείσης τῆς  $ΑΔ$  γεγράφθω περὶ αὐτὴν διὰ τοῦ  $Δ$  ὑπερβολή, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν  $Η$  ὑπερβάλλοντα εἶδει ὁμοίω τῷ ὑπὸ  $ΔΕ$ ,  $Η$ . ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστιν ἡ  $ΔΖ$  τῇ  $ΒΑ$ , καὶ ἴση ἡ  $ΓΖ$  τῇ  $ΖΑ$ , ἴση ἄρα καὶ ἡ  $ΓΔ$  τῇ  $ΔΒ$ . ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς
- 10  $ΓΒ$  τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ  $ΓΔ$ . καὶ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς  $ΓΒ$  ἴσον τῷ ὑπὸ  $ΔΕ$ ,  $Η$ . ἐκάτερον ἄρα τῶν ἀπὸ  $ΓΔ$ ,  $ΔΒ$  τέταρτον μέρος ἐστὶ τοῦ ὑπὸ  $ΔΕ$ ,  $Η$  εἰδους. αἱ ἄρα  $ΑΒ$ ,  $ΑΓ$  ἀσύμπτωτοὶ εἰσι τῆς γραφείσης ὑπερβολῆς.

20

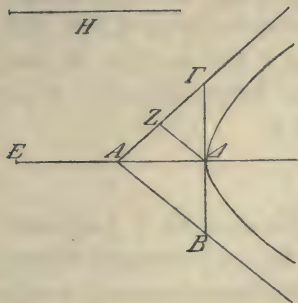
ε'.

Ἐὰν παραβολῆς ἢ ὑπερβολῆς ἢ διάμετρος εὐθείαν τινα τέμνη δίχα, ἢ κατὰ τὸ πέρασ τῆς διαμέτρου ἐπιψαύουσα τῆς τομῆς παράλληλος ἐστὶ τῇ δίχα τεμνομένη εὐθεία.

- 25 ἔστω παραβολὴ ἢ ὑπερβολὴ ἡ  $ΑΒΓ$ , ἣς διάμετρος ἡ  $ΔΒΕ$ , καὶ ἐφαπτέσθω τῆς τομῆς ἡ  $ΖΒΗ$ , ἤχθω δέ τις εὐθεῖα ἐν τῇ τομῇ ἡ  $ΑΕΓ$  ἴσην ποιούσα τὴν  $ΑΕ$  τῇ  $ΕΓ$ . λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ  $ΑΓ$  τῇ  $ΖΗ$ .

2. τῷ] p, τό V. 3. εἰς ἀσύμπτωτους τὰς  $ΓΑΒ$  γράψαι p, Halley. 8. ἐπιξευχθεῖσα V, corr. cv. τῷ] c, corr. ex to m. 1 V. 18. σύμπτωτοι V, corr. p. 21. ἡ] ἢ V; corr. p,

ducatur  $A\Delta$  et ad  $E$  producat, ponaturque  $AE = \Delta A$ , et per  $\Delta$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $\Delta Z$ , ponaturque  $Z\Gamma = AZ$ , et ducta  $\Gamma\Delta$  ad  $B$  producat, fiatque



$$\Delta E \times H = \Gamma B^2,$$

et producta  $A\Delta$  circum eam per  $\Delta$  hyperbola ita describatur, ut rectae ordinate ductae quadratae aequales sint spatiis rectae  $H$  adplicatis excedentibus

figura rectangulo  $\Delta E \times H$  simili [I, 53]. iam quoniam  $\Delta Z$  rectae  $BA$  parallela est, et  $\Gamma Z = ZA$ , erit etiam  $\Gamma\Delta = \Delta B$  [Eucl. VI, 2]. quare  $\Gamma B^2 = 4\Gamma\Delta^2$ . est autem  $\Gamma B^2 = \Delta E \times H$ . itaque

$$\Gamma\Delta^2 = \Delta B^2 = \frac{1}{4} \Delta E \times H.$$

ergo  $AB, A\Gamma$  asymptotae sunt hyperbolae descriptae [prop. I].

V.

Si diameter parabolae uel hyperbolae rectam aliquam in duas partes aequales secat, recta in termino diametri sectionem contingens rectae in duas partes aequales sectae parallela erit.

sit  $AB\Gamma$  parabola uel hyperbola, cuius diameter sit  $\Delta BE$ , et  $ZBH$  sectionem contingat, ducatur autem in sectione recta aliqua  $A\Gamma$  efficiens  $AE = E\Gamma$  dico,  $A\Gamma$  et  $ZH$  parallelas esse.



εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῆς  $ZH$  παράλληλος ἡ  $\Gamma\Theta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $\Theta A$ . ἐπεὶ οὖν παραβολὴ ἢ ὑπερβολὴ ἐστὶν ἡ  $AB\Gamma$ , ἧς διάμετρος μὲν ἡ  $\Delta E$ , ἐφαπτομένη δὲ ἡ  $ZH$ , καὶ παράλληλος αὐτῇ ἡ  $\Gamma\Theta$ , ἴση  
 5 ἐστὶν ἡ  $\Gamma K$  τῇ  $K\Theta$ . ἀλλὰ καὶ ἡ  $\Gamma E$  τῇ  $E A$ . ἡ ἄρα  $A\Theta$  τῇ  $K E$  παράλληλός ἐστίν· ὅπερ ἀδύνατον· συμπίπτει γὰρ ἐκβαλλομένη τῇ  $B\Delta$ .

ς'.

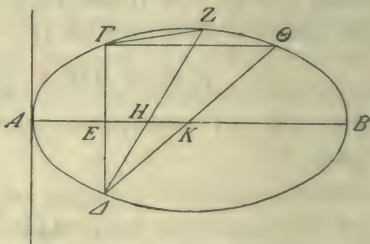
Ἐὰν ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας ἢ διάμετρος  
 10 εὐθεϊάν τινα δίχα τέμνη μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαν, ἢ κατὰ τὸ πέρασ τῆς διαμέτρου ἐπιψαύουσα τῆς τομῆς παράλληλος ἔσται τῇ δίχα τεμνομένη εὐθεϊά.

ἔστω ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ ἡ  $AB$  τὴν  $\Gamma\Delta$  μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαν  
 15 δίχα τεμνέτω κατὰ τὸ  $E$ .

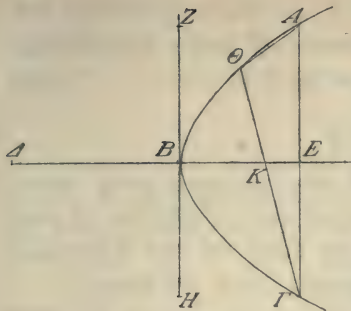
λέγω, ὅτι ἡ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς παράλληλός ἐστὶ τῇ  $\Gamma\Delta$ .

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυ-  
 20 νατόν, ἔστω τῇ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη παράλληλος ἡ  $\Delta Z$ · ἴση ἄρα

ἐστὶν ἡ  $\Delta H$  τῇ  $ZH$ . ἔστι δὲ καὶ ἡ  $\Delta E$  τῇ  $E\Gamma$  παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Gamma Z$  τῇ  $HE$ · ὅπερ ἄτοπον. εἴτε γὰρ το  $H$   
 25 σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῆς  $AB$  τομῆς, ἢ  $\Gamma Z$  συμπεσεῖται τῇ  $AB$ , εἴτε μὴ ἐστίν, ὑποκείσθω τὸ  $K$ , καὶ ἐπιξευθεῖσα ἡ  $\Delta K$  ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma\Theta$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $\Delta K$  τῇ  $K\Theta$ , ἔστι δὲ καὶ



3.  $AB\Gamma$ ] c,  $A$  e corr. m. 1 V. 18.  $\Gamma\Delta$ ] cnp,  $\Gamma\Theta$  e corr. m. 2 V. 21.  $A$ ] cnp, euan. V. 23.  $\Delta H$ ]  $\Delta B$  e corr. V, corr. p.



nam si minus, per  $\Gamma$  rectae  $ZH$  parallela ducatur  $\Gamma\Theta$ , ducaturque  $\Theta A$ . iam quoniam  $AB\Gamma$  parabola uel hyperbola est, cuius diametrus est  $\Delta E$ , contingens autem  $ZH$ , eique parallela  $\Gamma\Theta$ , erit  $\Gamma K = K\Theta$  [I, 46–47]. uerum etiam  $\Gamma E = EA$ .

itaque  $A\Theta$ ,  $KE$  parallelae erunt [Eucl. VI, 2]; quod fieri non potest; nam  $A\Theta$  producta cum  $B\Delta$  concurrit [I, 22].

VI.

Si diametrus ellipsis uel circuli ambitus rectam aliquam non per centrum ductam in duas partes aequales secat, recta in termino diametri sectionem contingens rectae in duas partes aequales sectae parallela erit.

sit ellipsis uel circuli ambitus, cuius diametrus sit  $AB$ , et  $AB$  rectam  $\Gamma\Delta$  non per centrum ductam in duas partes aequales secet in  $E$ . dico, rectam in  $A$  sectionem contingentem rectae  $\Gamma\Delta$  parallelam esse.

ne sit enim, sed, si fieri potest, sit  $\Delta Z$  rectae in  $A$  contingenti parallela. itaque erit  $\Delta H = ZH$  [I, 47]. uerum etiam  $\Delta E = E\Gamma$ . itaque  $\Gamma Z$ ,  $HE$  parallelae sunt [Eucl. VI, 2]; quod absurdum est. nam siue  $H$  punctum centrum est sectionis  $AB$ ,  $\Gamma Z$  cum  $AB$  concurret [I, 23], siue non est, supponatur  $K$  centrum, et ducta  $\Delta K$  producatum ad  $\Theta$ , ducaturque  $\Gamma\Theta$ . quoniam igitur  $\Delta K = K\Theta$  et etiam  $\Delta E = E\Gamma$ ,  $\Gamma\Theta$  rectae

ἡ  $\Delta E$  τῆ  $E\Gamma$ , παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Gamma\Theta$  τῆ  $AB$ . ἀλλὰ καὶ ἡ  $\Gamma Z$ : ὅπερ ἄτοπον. ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῆ  $\Gamma\Delta$ .

ζ'.

5 Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐφάπτηται, καὶ ταύτη παράλληλος ἀχθῆ ἔν τῆ τομῆ καὶ δίχα τμηθῆ, ἡ ἀπὸ τῆς ἀφῆς ἐπὶ τὴν διχοτομίαν ἐπιξενχθεῖσα εὐθεῖα διάμετρος ἔσται τῆς τομῆς.

ἔστω κώνου τομὴ ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ  $AB\Gamma$ ,  
10 ἐφαπτομένη δὲ αὐτῆς ἡ  $ZH$ , καὶ τῆ  $ZH$  παράλληλος ἡ  $\Delta\Gamma$  καὶ δίχα τεμησθῶ κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $BE$ . λέγω, ὅτι ἡ  $BE$  διάμετρος ἔσται τῆς τομῆς.

μὴ γάρ, ἀλλὰ, εἰ δυνατόν, ἔστω διάμετρος τῆς  
τομῆς ἡ  $B\Theta$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $A\Theta$  τῆ  $\Theta\Gamma$ : ὅπερ  
15 ἄτοπον· ἡ γὰρ  $AE$  τῆ  $E\Gamma$  ἴση ἐστίν. οὐκ ἄρα ἡ  $B\Theta$   
διάμετρος ἔσται τῆς τομῆς. ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς  $BE$ .

η'.

Ἐὰν ὑπερβολῆ εὐθεῖα συμπίπτῃ κατὰ δύο σημεῖα,  
20 ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα συμπεσεῖται ταῖς ἀσυμπτώτοις,  
καὶ αἱ ἀπολαμβανόμεναι ἀπ' αὐτῆς ὑπὸ τῆς τομῆς πρὸς  
ταῖς ἀσυμπτώτοις ἴσαι ἔσονται.

ἔστω ὑπερβολὴ ἡ  $AB\Gamma$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$ ,  
καὶ τῆ  $AB\Gamma$  συμπιπέτω τις ἡ  $A\Gamma$ . λέγω, ὅτι ἐκ-  
25 βαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα συμπεσεῖται ταῖς ἀσυμπτώτοις.  
τεμησθῶ ἡ  $A\Gamma$  δίχα κατὰ τὸ  $H$ , καὶ ἐπεξεύχθω

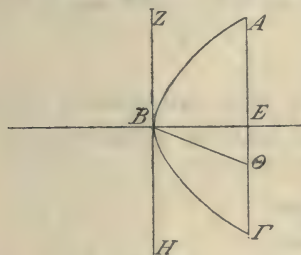
1.  $\Gamma\Theta$ ] ενρ, euan. V.  
δυνατόν] εν, -όν euan. V.

8. διάμετρον V; corr. p.  
21. αἱ] om. V, corr. p.

$AB$  parallela est [Eucl. VI, 2]. uerum etiam  $\Gamma Z$  ei parallela est; quod absurdum est [Eucl. I, 30]. ergo recta in  $A$  contingens rectae  $\Gamma A$  parallela est.

VII.

Si recta conic sectionem uel circuli ambitum contingit, et in sectione recta huic parallela ducitur et in duas partes aequales secatur, recta a puncto



contactus ad medium punctum ducta diametrus sectionis erit.

sit conic sectio uel circuli ambitus  $AB\Gamma$ , contingens autem  $ZH$ , et rectae  $ZH$  parallela  $A\Gamma$ , quae in  $E$  in duas partes aequales secetur,

ducaturque  $BE$ . dico,  $BE$  diametrum sectionis esse.

ne sit enim, sed, si fieri potest, diametrus sectionis sit  $B\Theta$ . itaque  $A\Theta = \Theta\Gamma$  [I deff. pr. 4]; quod absurdum est; nam  $AE = E\Gamma$ . ergo  $B\Theta$  diametrus sectionis non erit. iam eodem modo demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter  $BE$ .

VIII.

Si recta cum hyperbola in duobus punctis concurrat, in utramque partem producta cum asymptotis concurrat, et rectae ex ea ad asymptotas a sectione abscisae aequales erunt.

sit hyperbola  $AB\Gamma$ , asymptotae autem  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$ , et cum  $AB\Gamma$  concurrat recta aliqua  $A\Gamma$ . dico, eam in utramque partem productam cum asymptotis concurrere.



ἡ  $\Delta H$ . διάμετρος ἄρα ἐστὶ τῆς τομῆς· ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $B$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $ΑΓ$ . ἔστω οὖν ἐφαπτομένη ἡ  $\Theta BK$ · συμπεσεῖται δη ταῖς  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$ . ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστὶν ἡ  $ΑΓ$  τῇ  $K\Theta$ , καὶ ἡ  $K\Theta$   
 5 συμπίπτει ταῖς  $\Delta K$ ,  $\Delta\Theta$ , καὶ ἡ  $ΑΓ$  ἄρα συμπεσεῖται ταῖς  $\Delta E$ ,  $\Delta Z$ .

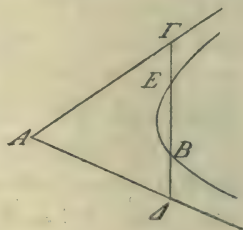
συμπιπέτω κατὰ τὰ  $E$ ,  $Z$ · καὶ ἐστὶν ἴση ἡ  $\Theta B$  τῇ  $BK$ · ἴση ἄρα καὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $HE$ . ὥστε καὶ ἡ  $\Gamma Z$  τῇ  $AE$ .

10

θ'.

Ἐὰν εὐθεῖα συμπίπτουσα ταῖς ἀσυμπτώτοις δίχα τέμνηται ὑπὸ τῆς ὑπερβολῆς, καθ' ἓν μόνον σημεῖον ἄπτεται τῆς τομῆς.

εὐθεῖα γὰρ ἡ  $\Gamma\Delta$  συμπί-  
 15 πτουσα ταῖς  $\Gamma A\Delta$  ἀσυμπτώτοις δίχα τεμνέσθω ὑπὸ τῆς ὑπερβολῆς κατὰ τὸ  $E$  σημεῖον. λέγω, ὅτι κατ' ἄλλο σημεῖον οὐχ ἄπτεται τῆς τομῆς.



20

εἰ γὰρ δυνατόν, ἀπίτέσθω κατὰ τὸ  $B$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Gamma E$  τῇ  $B\Delta$ · ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἡ  $\Gamma E$  τῇ  $E\Delta$  ἴση. οὐκ ἄρα καθ' ἕτερον σημεῖον ἄπτεται τῆς τομῆς.

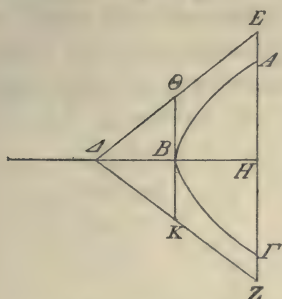
ι'.

25

Ἐὰν εὐθειά τις τέμνουσα τὴν τομὴν συμπίπτῃ ἐκατέρω τῶν ἀσυμπτῶτων, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν μεταξὺ τῶν ἀσυμπτῶτων καὶ τῆς τομῆς ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ γινο-

1. ἡ] (alt.) c, renouat. m. rec. V. 5.  $\Delta\Theta$ ]  $K\Theta$  V, corr. p.  
 15.  $\Gamma A\Delta$ ] c,  $\Delta$  e corr. m. 1 V.

$A\Gamma$  in  $H$  in duas partes aequales secetur, et ducatur  $\Delta H$ ; ea igitur diameter sectionis est [prop. VII].



itaque recta in  $B$  contingens rectae  $A\Gamma$  parallela est [prop. V—VI]. contingat igitur  $\Theta BK$ . itaque cum  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$  concurrent [prop. III]. quoniam igitur  $A\Gamma$  et  $K\Theta$  parallelae sunt, et  $K\Theta$  cum  $\Delta K$ ,  $\Delta\Theta$  concurrat, etiam  $A\Gamma$  cum  $\Delta E$ ,  $\Delta Z$  concurrat.

concurrat in  $E$ ,  $Z$ . et  $\Theta B = BK$ ; quare etiam [Eucl. VI, 4]  $ZH = HE$ . ergo etiam  $\Gamma Z = AE$ .

IX.

Si recta cum asymptotis concurrans ab hyperbola in duas partes aequales secatur, in uno puncto solo sectionem tangit.

recta enim  $\Gamma\Delta$  cum asymptotis  $\Gamma A\Delta$  concurrans ab hyperbola in puncto  $E$  in duas partes aequales secatur. dico, eam in nullo alio puncto sectionem tangere.

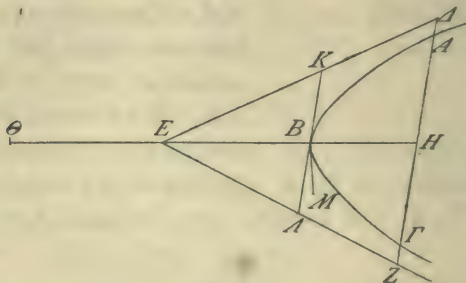
nam si fieri potest, tangat in  $B$ . itaque  $\Gamma E = B\Delta$  [prop. VIII]; quod absurdum est; supposuimus enim, esse  $\Gamma E = E\Delta$ . ergo  $\Gamma\Delta$  in nullo alio puncto sectionem tangit.

X.

Si recta aliqua sectionem secans cum utraque asymptota concurrat, rectangulum comprehensum rectis inter asymptotas sectionemque abscisis aequale est quartae parti figurae ad diametrum effectae, quae

μένου είδους πρὸς τῇ διχοτομούσῃ διαμέτρῳ τὰς ἀγο-  
 μένας παρὰ τὴν ἠγμένην εὐθεΐαν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἡ  $AB\Gamma$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αὐτῆς αἱ  
 $\Delta E$ ,  $EZ$ , καὶ ἤχθω τις ἡ  $\Delta Z$  τέμνουσα τὴν τομὴν  
 5 καὶ τὰς ἀσύμπτώτους, καὶ τετμηθῶ ἡ  $A\Gamma$  δίχα κατὰ  
 τὸ  $H$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $HE$ , καὶ κείσθω τῇ  $BE$  ἴση



ἡ  $E\Theta$ , καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $B$  τῇ  $\Theta EB$  πρὸς ὀρθὰς ἡ  
 $BM$ · διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ  $B\Theta$ , ὀρθία δὲ ἡ  $BM$ .  
 λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $\Delta AZ$  ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ ὑπὸ  
 10 τῶν  $\Theta BM$ , ὁμοίως δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $\Delta \Gamma Z$ .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $B$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ  $KA$   
 παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ  $\Delta Z$ . καὶ ἐπεὶ δέδεικται, ὡς  
 ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $BM$ , τὸ ἀπὸ  $EB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $BK$ , τουτ-  
 ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ , ὡς δὲ ἡ  $\Theta B$  πρὸς  
 15  $BM$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta HB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ , ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  
 $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta HB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ .  
 ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς ὅλον τὸ  
 ἀπὸ  $\Delta H$ , οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ  $\Theta HB$  πρὸς ἀφ-  
 αιρεθὲν τὸ ἀπὸ  $AH$ , καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ  $EB$  πρὸς

1. είδους] εвр, euan. V. 15. ὡς ἄρα — 16. ἀπὸ  $HA$ ] addidi e p (τῆς  $EH$ ; τῆς  $HA$  οὕτω; τῶν  $\Theta H, HB$ ; τῆς  $HA$ ); om. V; cfr. p. 196, 10—11.

rectas ductae rectae parallelas in binas partes aequales secat.

sit hyperbola  $AB\Gamma$ , asymptotae autem eius  $\Delta E$ ,  $EZ$ , et ducatur recta aliqua  $\Delta Z$  sectionem asymptotasque secans, et  $A\Gamma$  in  $H$  in duas partes aequales secetur, ducaturque  $HE$ , et ponatur  $E\Theta = BE$ , ducaturque a  $B$  ad  $\Theta EB$  perpendicularis  $BM$ ; itaque  $B\Theta$  diametrus est [prop. VII],  $BM$  autem latus rectum.<sup>1)</sup> dico, esse

$$\Delta A \times AZ = \frac{1}{4} \Theta B \times BM = \Delta \Gamma \times \Gamma Z.$$

ducatur enim per  $B$  sectionem contingens  $KA$ ; ea igitur rectae  $\Delta Z$  parallela est [prop. V]. et quoniam demonstrauius, esse

$$\Theta B : BM = EB^2 : BK^2 \text{ [prop. I] } = EH^2 : H\Delta^2$$

[Eucl. VI, 4], et

$$\Theta B : BM = \Theta H \times HB : HA^2 \text{ [I, 21],}$$

erit etiam

$$EH^2 : H\Delta^2 = \Theta H \times HB : HA^2.$$

iam quoniam est, ut totum  $EH^2$  ad totum  $H\Delta^2$ , ita ablatum  $\Theta H \times HB$  ad ablatum  $HA^2$ , erit etiam [Eucl. V, 19] reliquum  $EB^2$  [Eucl. II, 6] ad reliquum  $\Delta A \times AZ$  [Eucl. II, 5] =  $EH^2 : H\Delta^2 = EB^2 : BK^2$  [Eucl. VI, 4]. itaque [Eucl. V, 9]

$$ZA \times AA = BK^2$$

[tum u. prop. III].

1) Intellegitur igitur factum esse, ut sit

$$\Theta B : BM = \Theta H \times HB : AH^2,$$

nec opus est hoc cum Memo diserte adiicere, ut fecit Halley.



λοιπὸν τὸ ὑπὸ  $\Delta AZ$  ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $H\Delta$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $EB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $BK$ . ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  $ZAD$  τῷ ἀπὸ  $BK$ .

ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ τὸ ὑπὸ  $\Delta GZ$  τῷ ἀπὸ  
5  $BA$ . ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ  $KB$  τῷ ἀπὸ  $BA$ . ἴσον ἄρα καὶ  
τὸ ὑπὸ  $ZAD$  τῷ ὑπὸ  $ZGD$ .

ια'.

Ἐὰν ἑκατέραν τῶν περιεχουσῶν τὴν ἐφεξῆς γωνίαν  
τῆς περιεχούσης τὴν ὑπερβολὴν τέμνη τις εὐθεΐα, συμ-  
10 πεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον, καὶ τὸ περι-  
εχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν μεταξὺ  
τῶν περιεχουσῶν καὶ τῆς τομῆς ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ  
μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἠγμένης διαμέτρου παρὰ τὴν τέμνου-  
σαν εὐθειῶν.

15 ἔστω ὑπερβολή, ἧς ἀσύμπτωτοι αἱ  $GA$ ,  $AD$ , καὶ  
ἐκβεβλήσθω ἡ  $AA$  ἐπὶ τὸ  $E$ , καὶ διὰ τινος σημείου  
τοῦ  $E$  διέλθω ἡ  $EZ$  τέμνουσα τὰς  $EA$ ,  $AG$ .

ὅτι μὲν οὖν συμπίπτει τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον  
σημεῖον, φανερόν· ἡ γὰρ διὰ τοῦ  $A$  τῆς  $EZ$  παράλληλος  
20 ἀγομένη ὡς ἡ  $AB$  τεμεῖ τὴν ὑπὸ  $GAD$  γωνίαν καὶ  
συμπεσεῖται τῇ τομῇ καὶ διάμετρος αὐτῆς ἔσται· ἡ  $EZ$   
ἄρα συμπεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον.

συμπιπτέτω κατὰ τὸ  $H$ .

λέγω δὴ, ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $EHZ$  ἴσον ἔστι τῷ  
25 ἀπὸ τῆς  $AB$ .

ἦχθω γὰρ διὰ τοῦ  $H$  τεταγμένως ἡ  $\Theta HAK$ . ἡ ἄρα  
διὰ τοῦ  $B$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $H\Theta$ . ἔστω

4. τῷ]  $\epsilon\nu\pi$ , corr. ex τό m. 1 V. 5.  $BA$  ἴσον? 15.  
 $AD$ ]  $\epsilon\nu\pi$ , corr. ex  $GA$  m. 1 V. 24. δὴ] δέ V; corr. Halley.

iam similiter demonstrabimus, esse etiam

$$\Delta\Gamma \times \Gamma Z = BA^2.$$

uerum  $KB^2 = BA^2$  [prop. III]. ergo etiam

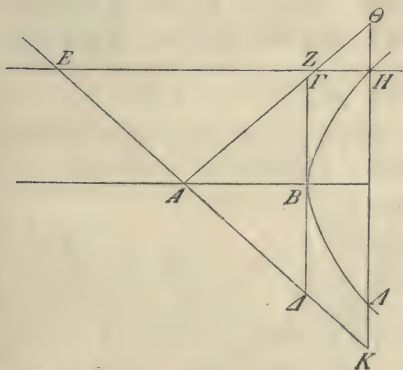
$$ZA \times AA = Z\Gamma \times \Gamma A.$$

XI.

Si recta aliqua utramque rectam, quae angulum ad angulum hyperbolam continentem deinceps positum comprehendunt, secat, cum sectione in uno solo puncto concurret, et rectangulum comprehensum rectis inter rectas comprehendentes sectionemque abscisis aequale

erit quartae parti quadrati diametri rectae secanti parallelae ductae.

sit hyperbola, cuius asymptotae sint  $\Gamma A$ ,  $AA$ , producaturque  $AA$  ad  $E$ , et per punctum aliquod  $E$  ducatur  $EZ$  rectas  $EA$ ,  $A\Gamma$  secans.



iam eam in uno solo puncto cum sectione concurrere, manifestum est; nam recta per  $A$  rectae  $EZ$  parallela ducta ut  $AB$  angulum  $\Gamma AA$  secabit et cum sectione concurret [prop. II] diametrusque eius erit [I, 51 coroll.]; itaque  $EZ$  in uno solo puncto cum sectione concurret [I, 26].

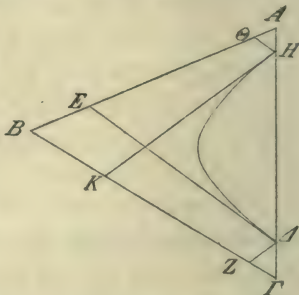
In figura  $A$  in  $v$  om., in  $V$  posita est  $m. 2$  in intersectione rectarum  $AB$ ,  $\Theta K$ .

ἡ  $\Gamma\Delta$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $\Gamma B$  τῇ  $B\Delta$ , τὸ ἄρα ἀπὸ  $\Gamma B$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $\Gamma B\Delta$ , πρὸς τὸ ἀπὸ  $BA$  λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τοῦ τῆς  $\Gamma B$  πρὸς  $BA$  καὶ τοῦ τῆς  $\Delta B$  πρὸς  $BA$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $\Gamma B$  πρὸς  $BA$ ,  
 5 ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $HZ$ , ὡς δὲ ἡ  $\Delta B$  πρὸς  $BA$ , ἡ  $HK$  πρὸς  $HE$ . ὁ ἄρα τοῦ ἀπὸ  $\Gamma B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $BA$  λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς  $\Theta H$  πρὸς  $HZ$  καὶ τῆς  $KH$  πρὸς  $HE$ . ἀλλὰ καὶ ὁ τοῦ ὑπὸ  $KH\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $EHZ$  λόγος σύγκειται ἐκ τῶν αὐτῶν· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $KH\Theta$   
 10 πρὸς τὸ ὑπὸ  $EHZ$ , τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $BA$ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ  $KH\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$ , τὸ ὑπὸ  $EHZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AB$ . ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $KH\Theta$  τῷ ἀπὸ  $\Gamma B$  ἐδείχθη· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ  $EHZ$  τῷ ἀπὸ  $AB$ .

15

ιβ'.

Ἐὰν ἐπὶ τὰς ἀσυμπίπτους ἀπὸ τινος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς τομῆς  $\beta$  εὐθεῖαι ἀχθῶσιν ἐν τυχούσαις γωνίαις, καὶ ταύταις παράλληλοι ἀχθῶσιν ἀπὸ τινος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς τομῆς, τὸ ὑπὸ τῶν παραλλήλων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἔσται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν, αἷς αἱ παράλληλοι ἤχθησαν.  
 20  
 25



ἔστω ὑπερβολή, ἧς ἀσύμπτωτοι αἱ  $AB$ ,  $B\Gamma$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς το  $\Delta$ , καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰς  $AB$ ,  $B\Gamma$  κατήχθωσαν αἱ  $\Delta E$ ,  $\Delta Z$ , εἰλήφθω

10.  $E H Z$ ] corr. ex  $E Z H$  m. 2 V,  $E Z H$  cv; τῶν  $E H$ ,  $H Z$  p.  
 17. ἀχθῶσι V, corr. pc.

concurrat in  $H$ .

iam dico, esse etiam  $EH \times HZ = AB^2$ .

per  $H$  enim ordinate ducatur  $\Theta H \Delta K$ ; itaque recta in  $B$  contingens rectae  $H\Theta$  parallela est [prop. V]. sit  $\Gamma \Delta$ . iam quoniam  $\Gamma B = B \Delta$  [prop. III], erit

$$\begin{aligned} \Gamma B^2 : B A^2 &= \Gamma B \times B \Delta : B A^2 \\ &= (\Gamma B : B A) \times (\Delta B : B A). \end{aligned}$$

est autem [Eucl. VI, 4]  $\Gamma B : B A = \Theta H : HZ$ ,

$$\Delta B : B A = H K : H E.$$

itaque erit  $\Gamma B^2 : B A^2 = (\Theta H : HZ) \times (K H : H E)$ .

est autem etiam

$$K H \times H \Theta : E H \times H Z = (\Theta H : HZ) \times (K H : H E).$$

quare  $K H \times H \Theta : E H \times H Z = \Gamma B^2 : B A^2$ . permu-  
tando [Eucl. V, 16]

$$K H \times H \Theta : \Gamma B^2 = E H \times H Z : A B^2.$$

demonstrauimus autem, esse  $K H \times H \Theta = \Gamma B^2$  [prop. X].

ergo etiam  $E H \times H Z = A B^2$  [Eucl. V, 14].

## XII.

Si ab aliquo puncto sectionis duae rectae ad asymptotas ducuntur angulos quoslibet efficientes, iisque parallelae ab aliquo puncto sectionis ducuntur, rectangulum rectis parallelis comprehensum aequale erit rectangulo comprehenso rectis, quibus parallelae ductae sunt.

sit hyperbola, cuius asymptotae sint  $AB$ ,  $B\Gamma$ , et in sectione sumatur punctum aliquod  $\Delta$ , ab eoque ad  $AB$ ,  $B\Gamma$  ducantur  $\Delta E$ ,  $\Delta Z$ , et in sectione aliud sumatur punctum  $H$ , et per  $H$  rectis  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$  parallelae ducantur  $H\Theta$ ,  $HK$ . dico, esse

$$E \Delta \times \Delta Z = \Theta H \times H K.$$



δέ τι σημείον ἕτερον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $H$ , καὶ διὰ τοῦ  $H$  τὰς  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $H\Theta$ ,  $HK$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $E\Delta Z$  τῷ ὑπὸ  $\Theta HK$ .

ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ  $\Delta H$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ  $A$ ,  $\Gamma$ .  
 5 ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $A\Delta\Gamma$  τῷ ὑπὸ  $AHG$ , ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $AH$  πρὸς  $A\Delta$ , ἡ  $\Delta\Gamma$  πρὸς  $\Gamma H$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $AH$  πρὸς  $A\Delta$ , ἡ  $H\Theta$  πρὸς  $E\Delta$ , ὡς δὲ ἡ  $\Delta\Gamma$  πρὸς  $\Gamma H$ , ἡ  $\Delta Z$  πρὸς  $HK$ . ὡς ἄρα ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $\Delta E$ , ἡ  $\Delta Z$  πρὸς  $HK$ . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $E\Delta Z$  τῷ  
 10 ὑπὸ  $\Theta HK$ .

ιγ'.

Ἐὰν ἐν τῷ ἀφοριζομένῳ τόπῳ ὑπὸ τῶν ἀσυμπτώτων καὶ τῆς τομῆς παράλληλος ἀχθῆ τις εὐθεῖα τῇ ἑτέρᾳ τῶν ἀσυμπτῶτων, συμπεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἐν  
 15 μόνον σημείον.

ἔστω ὑπερβολή, ἧς ἀσύμπτωτοι αἱ  $\Gamma A$ ,  $AB$ , καὶ εἰλήφθω τι σημείον τὸ  $E$ , καὶ δι' αὐτοῦ τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $EZ$ . λέγω, ὅτι συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

εἰ γὰρ δυνατόν, μὴ συμπιπέτω, καὶ εἰλήφθω τι  
 20 σημείον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $H$ , καὶ διὰ τοῦ  $H$  παρὰ τὰς  $\Gamma A$ ,  $AB$  ἤχθωσαν αἱ  $H\Gamma$ ,  $H\Theta$ , καὶ τὸ ὑπὸ  $\Gamma H\Theta$  ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ  $A EZ$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AZ$  καὶ ἐκβεβλήσθω· συμπεσεῖται δὲ τῇ τομῇ. συμπιπέτω κατὰ τὸ  $K$ , καὶ διὰ τοῦ  $K$  παρὰ τὰς  $\Gamma AB$  ἤχθωσαν  
 25 αἱ  $K\Lambda$ ,  $K\Delta$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $\Gamma H\Theta$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $\Lambda K\Delta$ . ὑπόκειται δὲ καὶ τῷ ὑπὸ  $A EZ$  ἴσον· τὸ ἄρα ὑπὸ  $\Delta K\Lambda$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $K\Lambda A$ , ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $A EZ$ . ὅπερ

5. Post pr. ὑπό rep.  $E\Delta Z$  lin. 3 — ὑπό lin. 5 (pr.)  $V\gamma$ ; corr.  $V$  m. 2, p. c. 7.  $E\Delta$ ] τὸ  $E\Delta$   $V$ ; corr. p. 16.  $\Gamma A$ ]  $\Gamma\Delta$  v. et ut uidetur e corr. m. 1  $V$ ; corr. p. c. 24. παρὰ] c, π corr. ex \* m. 1  $V$ .

ducatur enim  $\Delta H$  et producatum ad  $A, \Gamma$ . iam quoniam est  $A\Delta \times \Delta\Gamma = AH \times H\Gamma$  [prop. X], erit [Eucl. VI, 16]  $AH : A\Delta = \Delta\Gamma : \Gamma H$ . est autem [Eucl. VI, 4]  $AH : A\Delta = H\Theta : E\Delta$ ,

$$\Delta\Gamma : \Gamma H = \Delta Z : HK.$$

itaque  $\Theta H : \Delta E = \Delta Z : HK$ . ergo erit [Eucl. VI, 16]  $E\Delta \times \Delta Z = \Theta H \times HK$ .

XIII.

Si in loco asymptotis sectioneque comprehenso recta aliqua alteri asymptotae parallela ducitur, cum sectione in uno puncto solo concurret.

sit hyperbola, cuius asymptotae sint  $\Gamma A, AB$ , et sumatur punctum aliquod  $E$ , et per  $E$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $EZ$ . dico, eam cum sectione concurrere.

nam, si fieri potest, ne concurrat, et in sectione sumatur punctum aliquod  $H$ , et per  $H$  rectis  $\Gamma A, AB$  parallelae ducantur  $H\Gamma, H\Theta$ , fiatque  $\Gamma H \times H\Theta = AE \times EZ$ , et ducatur  $AZ$  producatumque; concurret igitur cum sectione [prop. II]. concurret in  $K$ , et rectis  $\Gamma A, AB$  parallelae per  $K$  ducantur  $K\Lambda, K\Delta$ ; itaque  $\Gamma H \times H\Theta = \Delta K \times K\Delta$  [prop. XII]. supposuimus autem, esse etiam  $\Gamma H \times H\Theta = AE \times EZ$ .

itaque erit  $\Delta K \times K\Delta = AE \times EZ = K\Lambda \times \Lambda A$  [Eucl. I, 34]; quod fieri non potest; est enim et

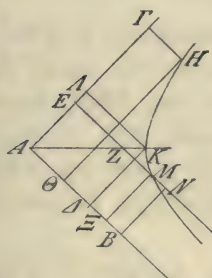


Figura in Vv imperfecta est.

ἀδύνατον· μείζων γάρ ἐστι καὶ ἡ  $ΚΑ$  τῆς  $ΕΖ$  καὶ ἡ  $ΛΑ$  τῆς  $ΑΕ$ . συμπεσεῖται ἄρα ἡ  $ΕΖ$  τῇ τομῇ.

συμπιπτεύω κατὰ τὸ  $Μ$ .

λέγω δὴ, ὅτι κατ' ἄλλο οὐ συμπεσεῖται. εἰ γὰρ  
5 δυνατόν, συμπιπτεύω καὶ κατὰ τὸ  $Ν$ , καὶ διὰ τῶν  $Μ, Ν$   
τῇ  $ΓΑ$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $ΜΞ, ΝΒ$ . τὸ ἄρα  
ὑπὸ  $ΕΜΞ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΕΝΒ$ · ὅπερ ἀδύνατον.  
οὐκ ἄρα καθ' ἕτερον σημεῖον συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ιδ'.

10 Αἱ ἀσύμπτωτοι καὶ ἡ τομὴ εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμε-  
ναι ἔγγιόν τε προσάγουσιν ἑαυταῖς καὶ παντὸς τοῦ  
δοθέντος διαστήματος εἰς ἕλαττον ἀφικνοῦνται διά-  
στημα.

ἔστω ὑπερβολή, ἧς ἀσύμπτωτοι αἱ  $ΑΒ, ΑΓ$ , δοθὲν  
15 δὲ διάστημα τὸ  $Κ$ . λέγω, ὅτι αἱ  $ΑΒ, ΑΓ$  καὶ ἡ τομὴ  
ἐκβαλλόμεναι ἔγγιόν τε προσάγουσιν ἑαυταῖς καὶ εἰς  
ἕλασσον ἀφίξονται διάστημα τοῦ  $Κ$ .

ἤχθωσαν γὰρ τῇ ἐφαπτομένην παράλληλοι αἱ  $ΕΘ, Ζ,$   
 $ΓΗΔ$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $ΑΘ$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $Ξ$ .  
20 ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ  $ΓΗΔ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΖΘΕ$ , ἔστιν  
ἄρα, ὡς ἡ  $ΔΗ$  πρὸς  $ΖΘ$ , ἡ  $ΘΕ$  πρὸς  $ΓΗ$ . μείζων  
δὲ ἡ  $ΔΗ$  τῆς  $ΖΘ$ . μείζων ἄρα καὶ ἡ  $ΕΘ$  τῆς  $ΓΗ$ .  
ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι καὶ αἱ κατὰ τὸ ἐξῆς ἐλάττονές  
εἰσιν.

25 εἰλήφθω δη τοῦ  $Κ$  διαστήματος ἕλαττον τὸ  $ΕΛ$ ,  
καὶ διὰ τοῦ  $Λ$  τῇ  $ΑΓ$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $ΑΝ$ . συμ-

4. ὅτι] addidi; om. V. 5. καί] (pr.) om. cp. 7.  $ΕΜΞ$ ] c,  
 $Ξ$  corr. ex Z m. 1 V. 19.  $ΑΘ$ ] p, A incertum V,  $ΕΘ$  c. 23.  
ἕλαττον V; corr. p.

$KA > EZ$  et  $AA > AE$ . ergo  $EZ$  cum sectione concurreret.

concurrat in  $M$ .

iam dico, eam in nullo alio puncto concurrere. nam si fieri potest, concurrat etiam in  $N$ , et per  $M$ ,  $N$  rectae  $\Gamma A$  parallelae ducantur  $MΞ$ ,  $NB$ . itaque  $EM \times MΞ = EN \times NB$  [prop. XII]; quod fieri non potest. ergo in nullo alio puncto cum sectione concurreret.

XIV.

Asymptotae et sectio in infinitum productae semper magis inter se adpropinquant et ad distantiam omni data distantia minorem perueniunt.

sit hyperbola, cuius asymptotae sint  $AB$ ,  $A\Gamma$ , data autem distantia sit  $K$ . dico, rectas  $AB$ ,  $A\Gamma$  sectionem-

que productas semper magis inter se adpropinquare et ad distantiam minorem quam  $K$  peruenturas esse.

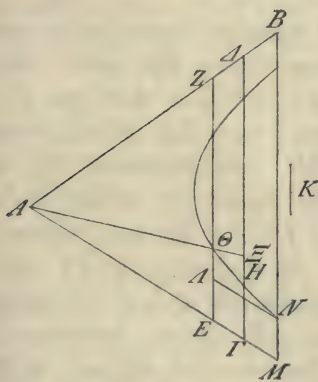
ducantur enim contingenti parallelae  $E\Theta Z$ ,  $\Gamma H \Delta$ , ducaturque  $A\Theta$  et producat ad  $\Xi$ . iam quoniam est [prop. X]

$\Gamma H \times H \Delta = Z\Theta \times \Theta E$ , erit [Eucl. VI, 16]

$$\Delta H : Z\Theta = \Theta E : \Gamma H.$$

uerum  $\Delta H > Z\Theta$ ; itaque etiam [Eucl. V, 14]  $E\Theta > \Gamma H$ . iam similiter demonstrabimus, etiam distantias sequentes minores esse.

iam sumatur  $EA < K$ , et per  $A$  rectae  $A\Gamma$  parallela





πεσεῖται ἄρα τῇ τομῇ. συμπιπέτω κατὰ τὸ  $N$ , καὶ διὰ τοῦ  $N$  τῇ  $EZ$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $MNB$ . ἡ ἄρα  $MN$  ἴση ἐστὶ τῇ  $EA$  καὶ διὰ τοῦτο ἐλάττων τῆς  $K$ .

πόρισμα.

- 5 ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι πασῶν τῶν ἀσυμπτῶτων τῇ τομῇ ἔγγιόν εἰσιν αἱ  $AB$ ,  $AG$ , καὶ ἡ ὑπὸ τῶν  $BAG$  περιεχομένη γωνία ἐλάσσων ἐστὶ δηλαδὴ τῆς ὑπὸ ἐτέρων ἀσυμπτῶτων τῇ τομῇ περιεχομένης.

ιε'.

- 10 Τῶν ἀντικειμένων τομῶν κοιναί εἰσιν αἱ ἀσύμπτωτοι.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι τομαί, ὧν διάμετρος ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ . λέγω, ὅτι τῶν  $A$ ,  $B$  τομῶν κοιναί εἰσιν αἱ ἀσύμπτωτοι.

- 15 ἤχθωσαν διὰ τῶν  $A$ ,  $B$  σημείων ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν αἱ  $\triangle A E$ ,  $Z B H$ . παράλληλοι ἄρα εἰσίν. ἀπειλήφθω δὴ ἐκάστη τῶν  $\triangle A A$ ,  $A E$ ,  $Z B$ ,  $B H$  ἴσον δυναμένη τῷ τετάρτῳ τοῦ παρὰ τὴν  $AB$  εἶδους· ἴσαι ἄρα αἱ  $\triangle A A$ ,  $A E$ ,  $Z B$ ,  $B H$ . ἐπεξεύχθωσαν δὴ αἱ  
 20  $\triangle A$ ,  $\triangle E$ ,  $\triangle Z$ ,  $\triangle H$ . φανερόν δὴ, ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ  $\triangle A \Gamma$  τῇ  $\triangle H$  καὶ ἡ  $\triangle E$  τῇ  $\triangle Z$  διὰ τὰς παραλλήλους. ἐπεὶ οὖν ὑπερβολὴ ἐστίν, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ , ἐφαπτομένη δὲ ἡ  $\triangle E$ , καὶ ἑκατέρα τῶν  $\triangle A A$ ,  $A E$  δύναται τὸ τέταρτον τοῦ παρὰ τὴν  $AB$  εἶδους, ἀσύμπτωτοι  
 25 ἄρα εἰσίν αἱ  $\triangle A \Gamma$ ,  $\triangle E$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τῇ  $B$  ἀσύμπτωτοί εἰσιν αἱ  $Z \Gamma$ ,  $\triangle H$ . τῶν ἀντικειμένων ἄρα κοιναί εἰσιν ἀσύμπτωτοι.

2.  $MNB$ ]  $NMB$  V; corr. p. 4. πόρισμα] om. V. 5. ἀσυμπτῶτων] c, α- supra ser. m. 1 V. 21.  $\triangle Z$ ]  $EZ$  V, corr. p.

ducatur  $AN$ ; concurret igitur cum sectione [prop. XIII].  
 concurrat in  $N$ , et per  $N$  rectae  $EZ$  parallela ducatur  
 $MNB$ . ergo erit [Eucl. I, 34]  $MN = EA < K$ .

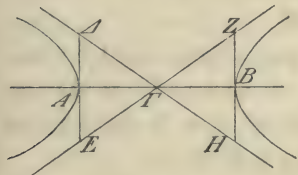
Corollarium.

Iam hinc manifestum est, omnibus rectis cum  
 sectione non concurrentibus propiores esse  $AB, A\Gamma$ ,  
 et proinde angulum  $B\Lambda\Gamma$  minorem esse quouis an-  
 gulo ab aliis rectis cum sectione non concurrentibus  
 comprehenso.

XV.

Sectionum oppositarum communes sunt asymptotae.  
 sint sectiones oppositae, quarum diametrus sit  $AB$ ,  
 centrum autem  $\Gamma$ . dico, sectionum  $A, B$  communes  
 esse asymptotas.

per puncta  $A, B$  sectiones contingentes ducantur  
 $\Delta AE, ZBH$ ; parallelae igitur sunt [prop. V]. ponantur



igitur  $\Delta A, AE, ZB, BH$   
 singulae quartae parti figurae  
 rectae  $AB$  adplicatae ae-  
 quales quadratae; est igitur  
 $\Delta A = AE = ZB = BH$ .  
 iam ducantur  $\Gamma\Delta, \Gamma E, \Gamma Z,$

$\Gamma H$ . manifestum igitur est propter parallelas [Eucl. I, 33],  
 in eadem recta esse  $\Delta\Gamma, \Gamma H$  et  $\Gamma E, \Gamma Z$ . iam quoniam  
 hyperbola est, cuius diametrus est  $AB$ , contingens autem  
 $\Delta E$ , et utraque  $\Delta A, AE$  quartae parti figurae rectae  
 $AB$  adplicatae quadrata aequalis est, asymptotae sunt  
 $\Delta\Gamma, \Gamma E$  [prop. I]. eadem igitur de causa sectionis  
 $B$  asymptotae sunt  $Z\Gamma, \Gamma H$ . ergo oppositarum com-  
 munes sunt asymptotae.

15'.

Ἐὰν ἐν ἀντικειμέναις ἀχθῆ τις εὐθεῖα τέμνουσα  
 ἐκατέραν τῶν περιεχουσῶν τὴν ἐφεξῆς γωνίαν τῶν  
 περιεχουσῶν τὰς τομάς, συμπεσεῖται ἐκατέρῃ τῶν ἀντι-  
 5 κειμένων καθ' ἓν μόνον σημεῖον, καὶ αἱ ἀπολαμβανό-  
 μεναι ἀπ' αὐτῆς ὑπὸ τῶν τομῶν πρὸς ταῖς ἀσύμπτωτοις  
 ἴσαι ἔσονται.

ἔστωσαν γὰρ ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ὧν κέντρον μὲν  
 τὸ  $\Gamma$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ  $\Delta\Gamma H, E\Gamma Z$ , καὶ διήχθω τις  
 10 εὐθεῖα τέμνουσα ἐκατέραν τῶν  $\Delta\Gamma, \Gamma Z$  ἢ  $\Theta K$ . λέγω,  
 ὅτι ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ἐκατέρῃ τῶν τομῶν καθ'  
 ἓν σημεῖον μόνον.

ἐπεὶ γὰρ τῆς  $A$  τομῆς ἀσύμπτωτοί εἰσιν αἱ  $\Delta\Gamma, \Gamma E$ ,  
 καὶ διήκται τις εὐθεῖα ἢ  $\Theta K$  τέμνουσα ἐκατέραν τῶν  
 15 περιεχουσῶν τὴν ἐφεξῆς γωνίαν τὴν ὑπὸ  $\Delta\Gamma Z$ , ἢ  $K\Theta$   
 ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ. ὁμοίως δὲ  
 καὶ τῇ  $B$ .

συμπιπτέτω κατὰ τὰ  $A, M$ .

ἤχθω διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῇ  $AM$  παράλληλος ἢ  $AGB$ . ἴσον  
 20 ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ  $K\Lambda\Theta$  τῷ ἀπὸ  $A\Gamma$ , τὸ δὲ ὑπὸ  
 $\Theta MK$  τῷ ἀπὸ  $\Gamma B$ . ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ  $K\Lambda\Theta$  τῷ ὑπὸ  
 $\Theta MK$  ἔστιν ἴσον, καὶ ἢ  $\Lambda\Theta$  τῇ  $KM$ .

15'.

Τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων κοιναί εἰσιν αἱ  
 25 ἀσύμπτωτοι.

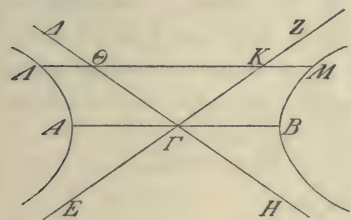
ἔστωσαν συζυγεῖς ἀντικείμεναι, ὧν αἱ διάμετροι  
 συζυγεῖς αἱ  $AB, \Gamma\Delta$ , κέντρον δὲ τὸ  $E$ . λέγω, ὅτι  
 κοιναὶ αὐτῶν εἰσιν αἱ ἀσύμπτωτοι.

9.  $\Delta\Gamma H, E\Gamma Z$ ]  $\Delta\Gamma$  ἢ  $EZ$  V; corr. p. 10.  $\Gamma Z$ ] e, corr.  
 ex  $\Delta Z$  m. 1 V. 18. τὰ] τό V; corr. p.

XVI.

Si in oppositis recta ducitur utramque rectam secans, quae angulum angulis sectiones continentibus deinceps positum comprehendunt, cum utraque opposita in uno solo puncto concurret, et rectae ex ea a sectionibus ad asymptotas abscisae aequales erunt.

sint enim oppositae  $A, B$ , quarum centrum sit  $\Gamma$ , asymptotae autem  $\Delta\Gamma H, E\Gamma Z$  [prop. XV], ducaturque



recta aliqua  $\Theta K$  utramque  $\Delta\Gamma, \Gamma Z$  secans. dico, eam productam cum utraque sectione in uno solo puncto concurrere.

nam quoniam sectionis  $A$  asymptotae sunt  $\Delta\Gamma, \Gamma E$ , et ducta est recta aliqua  $\Theta K$  utramque rectarum angulum  $\Delta\Gamma Z$  deinceps positum comprehendentium secans,  $K\Theta$  producta cum sectione concurret [prop. XI]. similiter igitur etiam cum  $B$  concurret.

concurrat in  $A, M$ .

per  $\Gamma$  rectae  $AM$  parallela ducatur  $A\Gamma B$ ; itaque [prop. XI]  $K\Delta \times \Delta\Theta = A\Gamma^2$ ,  $\Theta M \times MK = \Gamma B^2$ . quare etiam  $K\Delta \times \Delta\Theta = \Theta M \times MK$  et  $\Delta\Theta = KM$ .

XVII.

Oppositarum coniugarum communes sunt asymptotae.

sint oppositae coniugatae, quarum diametri coniugatae sint  $AB, \Gamma\Delta$ , centrum autem  $E$ . dico, earum asymptotas communes esse.

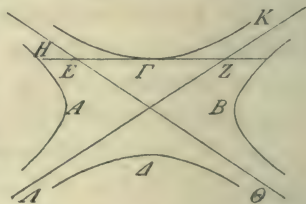


ἤχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν διὰ τῶν  
 $A, B, \Gamma, \Delta$  σημείων αἱ  $ZAH, H\Delta\Theta, \Theta BK, K\Gamma Z$   
 παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ZH\Theta K$ . ἐπεξεύχθωσαν  
 οὖν αἱ  $ZE\Theta, KEH$ . εὐθεῖαι ἄρα εἰσὶ καὶ διάμετροι  
 5 τοῦ παραλληλογράμμου, καὶ δίχα τέμνονται πᾶσαι  
 κατὰ τὸ  $E$  σημεῖον. καὶ ἐπεὶ τὸ πρὸς τῇ  $AB$  εἶδος  
 ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $\Gamma\Delta$  τετραγώνῳ, ἴση δὲ ἡ  $\Gamma E$   
 τῇ  $E\Delta$ , ἕκαστον ἄρα τῶν ἀπὸ  $ZA, AH, KB, B\Theta$   
 τέταρτόν ἐστὶ τοῦ πρὸς τῇ  $AB$  εἶδους. ἀσύμπτωτοι  
 10 ἄρα εἰσὶ τῶν  $A, B$  τομῶν αἱ  $ZE\Theta, KEH$ . ὁμοίως  
 δὴ δεῖξομεν, ὅτι καὶ τῶν  $\Gamma, \Delta$  τομῶν αἱ αὐταὶ εἰσὶν  
 ἀσύμπτωτοι. τῶν ἄρα κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων  
 κοιναὶ εἰσὶν ἀσύμπτωτοι.

ιη'.

15 Ἐὰν μιᾷ τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων συμ-  
 πίπτουσα εὐθεῖα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ  
 τῆς τομῆς, συμπεσεῖται ἑκα-  
 τέρα τῶν ἐφεξῆς τομῶν καθ'  
 ἓν μόνον σημεῖον.

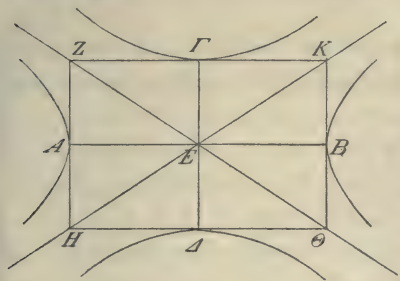
20 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν  
 ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B,$   
 $\Gamma, \Delta$ , καὶ τῇ  $\Gamma$  τις εὐθεῖα  
 συμπίπτει ἢ  $EZ$  καὶ ἐκ-  
 βαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς. λέγω,  
 25 ὅτι συμπεσεῖται ἑκατέρω τῶν  $A, B$  τομῶν καθ' ἓν  
 μόνον σημεῖον.



ἔστωσαν γὰρ ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ  $H\Theta, KA$ .

8. ἀπό] ὑπό V; corr. Memus. 15. Ἐάν] ἐν V; corr.  
 Paris. gr. 2356; ἐάν ἐν cp. 16. πίπτῃ] c, corr. ex πίπη  
 m. 1 V.

nam sectionem contingentes per puncta  $A, B, \Gamma, \Delta$  ducantur  $ZAH, H\Delta\Theta, \Theta BK, K\Gamma Z$ ; parallelogrammum igitur est  $ZH\Theta K$  [prop. V]. ducantur igitur



$ZE\Theta, KEH$ ; rectae igitur sunt diametri- que parallelogrammi, et in puncto  $E$  omnes in binas partes aequales secantur [cfr. prop. XV]. et quoniam figura

rectae  $AB$  adplicata aequalis est  $\Gamma\Delta^2$  [I, 56], et  $\Gamma E = E\Delta$ , singula quadrata  $ZA^2, AH^2, KB^2, B\Theta^2$  quarta pars sunt figurae ad  $AB$  adplicatae. itaque  $ZE\Theta, KEH$  asymptotae sunt sectionum  $A, B$  [prop. I]. iam similiter demonstrabimus, easdem etiam sectionum  $\Gamma, \Delta$  asymptotas esse. ergo oppositarum coniugarum communes sunt asymptotae.

XVIII.

Si recta cum una oppositarum coniugarum concurrens in utramque partem producta extra sectionem cadit, cum utraque deinceps positaram sectionum in uno solo puncto concurret.

sint sectiones oppositae coniugatae  $A, B, \Gamma, \Delta$ , et cum  $\Gamma$  recta aliqua  $EZ$  concurrat productaque in utramque partem extra sectionem cadat. dico, eam cum utraque sectione  $A, B$  in uno solo puncto concurrere.

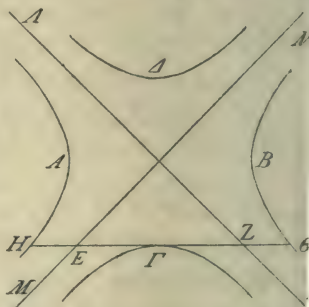
sint enim  $H\Theta, KA$  asymptotae sectionum. itaque

η ΕΖ ἄρα συμπίπτει ἐκατέρω τῶν ΗΘ, ΚΑ. φανερόν οὖν, ὡς καὶ ταῖς Α, Β τομαῖς συμπεσεῖται καθ' ἑμὸνον σημεῖον.

ιθ'.

5 Ἐὰν τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων ἀχθῆ τι εὐθεῖα ἐπιψάνουσα, ἧς ἔτυχε τῶν τομῶν, συμπεσεῖται ταῖς ἐφεξῆς τομαῖς καὶ δίχα τμηθῆσεται κατὰ τὴν ἀφήν.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν  
10 ἀντικείμενοι αἱ Α, Β, Γ, Δ, καὶ τῆς Γ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΕΓΖ. λέγω, ὅτι ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ταῖς Α, Β τομαῖς καὶ δίχα  
15 τμηθῆσεται κατὰ τὸ Γ.



ὅτι μὲν οὖν συμπεσεῖται ταῖς Α, Β τομαῖς, φανερόν· συμπιπτέτω κατὰ τὰ Η, λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΓΗ τῇ ΓΘ.

ἡχθωσαν γὰρ αἱ ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν  
20 ΚΑ, ΜΝ. ἴση ἄρα ἡ ΕΗ τῇ ΖΘ καὶ ἡ ΓΕ τῇ ΓΘ καὶ ὅλη ἡ ΓΗ τῇ ΓΘ ἐστὶν ἴση.

κ'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων εὐθεῖα ἐφαπτήται, καὶ διὰ τοῦ κέντρου αὐτῶν ἀχθῶσι δι  
25 εὐθεῖαι, ὧν ἡ μὲν διὰ τῆς ἀφῆς, ἡ δὲ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἕως οὗ συμπέσῃ μιᾶ τῶν ἐφεξῆς τομῶν ἢ κατὰ τὴν σύμπτωσιν ἐφαπτομένη τῆς τομῆς εὐθεῖα παράλληλος ἐστὶ τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου.

12. ΕΓΖ] scripsi; ΓΕΖ V p. 25. ἡ]. (alt.) c, ἡ ἡ ἡ ἡ p. 27. κατὰ] κατὰ τὰ V; corr. pc.

$EZ$  cum utraque  $H\Theta$ ,  $KA$  concurrat [prop. III]. manifestum igitur, eam etiam cum sectionibus  $A$ ,  $B$  in uno solo puncto concurrere [prop. XVI].

## XIX.

Si in oppositis coniugatis recta aliqua ducitur quamlibet sectionum contingens, cum sectionibus deinceps positae concurrat et in puncto contactus in duas partes aequales secabitur.

sint  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  oppositae coniugatae, et sectionem  $\Gamma$  contingat recta aliqua  $E\Gamma Z$ . dico, eam productam cum sectionibus  $A$ ,  $B$  concurrere et in  $\Gamma$  in duas partes aequales secari.

iam eam cum sectionibus  $A$ ,  $B$  concurrere, manifestum est [prop. XVIII]. concurrat in  $H$ ,  $\Theta$ .

dico, esse  $\Gamma H = \Gamma \Theta$ .

ducantur enim asymptotae sectionum  $KA$ ,  $MN$ . itaque  $EH = Z\Theta$  [prop. XVI],  $\Gamma E = \Gamma Z$  [prop. III] et  $\Gamma H = \Gamma \Theta$ .

## XX.

Si recta unam oppositarum coniugarum contingit, et per centrum earum duae rectae ducuntur, quarum altera per punctum contactus, altera contingenti parallela est, dum cum altera sectionum deinceps positae conveniat, recta in puncto concursus sectionem contingens rectae per punctum contactus centrumque ductae parallela erit, rectae autem per puncta contactus centrumque ductae diametri coniugatae oppositarum erunt.

sint oppositae coniugatae, quarum diametri coniugatae sint  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , centrum autem  $X$ , et sectionem



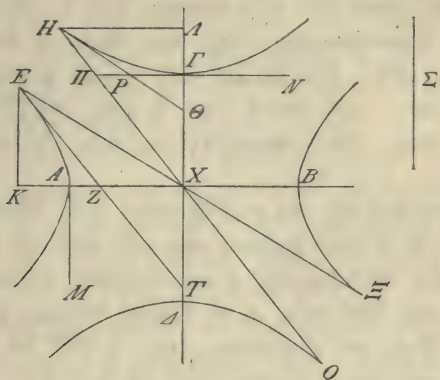
ἡγμένη, αἱ δὲ διὰ τῶν ἀφῶν καὶ τοῦ κέντρου συζυγεῖς ἔσονται διάμετροι τῶν ἀντικείμενων.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετροι συζυγεῖς αἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , κέντρον δὲ τὸ  $X$ , καὶ τῆς  $A$   
 5 τομῆς ἡχθῶ ἐφαπτομένη ἡ  $EZ$  καὶ ἐκβληθεῖσα συμ-  
 πιπτέτω τῇ  $\Gamma X$  κατὰ τὸ  $T$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $EX$  καὶ  
 ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $\Xi$ , καὶ διὰ τοῦ  $X$  τῇ  $EZ$  παράλ-  
 ληλος ἡχθῶ ἡ  $XH$ , καὶ διὰ τοῦ  $H$  ἐφαπτομένη τῆς  
 τομῆς ἡχθῶ ἡ  $\Theta H$ . λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστίν ἡ  
 10  $\Theta H$  τῇ  $XE$ , αἱ δὲ  $HO$ ,  $E\Xi$  συζυγεῖς εἰσι διάμετροι.

ἡχθῶσαν γὰρ τεταγμένως αἱ  $KE$ ,  $HA$ ,  $\Gamma\Pi$ ,  
 παρ' ἃς δὲ δύνανται αἱ καταγόμεναι, ἔστωσαν αἱ  
 $AM$ ,  $\Gamma N$ . ἐπεὶ οὖν ἐστίν, ὡς ἡ  $BA$  πρὸς  $AM$ , ἡ  
 $NG$  πρὸς  $\Gamma\Delta$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $BA$  πρὸς  $AM$ , τὸ ὑπὸ  
 15  $XKZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KE$ , ὡς δὲ ἡ  $NG$  πρὸς  $\Gamma\Delta$ , τὸ  
 ἀπὸ  $HA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $X\Lambda\Theta$ , καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  
 $XKZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KE$ , τὸ ἀπὸ  $HA$  πρὸς τὸ ὑπο  
 $X\Lambda\Theta$ . ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ  $XKZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KE$  τὸν  
 συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $XK$  πρὸς  $KE$   
 20 καὶ τοῦ τῆς  $ZK$  πρὸς  $KE$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $HA$  πρὸς τὸ  
 ὑπὸ  $X\Lambda\Theta$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει  
 ἡ  $HA$  πρὸς  $AX$ , καὶ ἡ  $HA$  πρὸς  $\Lambda\Theta$ . ὁ ἄρα συγ-  
 κείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς  $XK$  πρὸς  $KE$  καὶ τῆς  $ZK$   
 πρὸς  $KE$  ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ λόγῳ ἐκ τοῦ τῆς  
 25  $HA$  πρὸς  $AX$  καὶ τοῦ τῆς  $HA$  πρὸς  $\Lambda\Theta$ . ὧν ὁ τῆς  $ZK$   
 πρὸς  $KE$  λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς  $HA$  πρὸς  $AX$  λόγῳ.  
 ἐκάστη γὰρ τῶν  $EK$ ,  $KZ$ ,  $ZE$  ἐκάστη τῶν  $X\Lambda$ ,  $\Lambda H$ ,  $HX$   
 παράλληλός ἐστι. λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς  $XK$  πρὸς  $KE$

6. τό] p, om. V, add. e corr. vc. 9. ἐστι V; corr. pc.  
 10.  $E\Xi$ ]  $EZ\Xi$  V; corr. p? ( $\xi\xi$ ?). 15. ἡ] c, e corr. m. 1 V.

$A$  contingens ducatur  $EZ$  productaque cum  $\Gamma X$  in  $T$  concurrat, et ducatur  $EX$  producatumque ad  $\Xi$ , et per  $X$  rectae  $EZ$  parallela ducatur  $XH$ , per  $H$  autem



sectionem contingens ducatur  $\Theta H$ . dico, esse  $\Theta H$  rectae  $XE$  parallelam et  $HO$ ,  $E\Xi$  coniugatas esse diametros.

ducantur enim ordinate  $KE$ ,  $H\Lambda$ ,  $\Gamma\Pi$ , parametri autem sint  $AM$ ,  $\Gamma N$ . iam quoniam est

$$BA : AM = N\Gamma : \Gamma\Delta \text{ [I, 56],}$$

et  $BA : AM = XK \times KZ : KE^2$ ,

$$N\Gamma : \Gamma\Delta = H\Lambda^2 : X\Lambda \times \Lambda\Theta \text{ [I, 37],}$$

erit etiam  $XK \times KZ : EK^2 = H\Lambda^2 : X\Lambda \times \Lambda\Theta$ .

uerum  $XK \times KZ : KE^2 = (XK : KE) \times (ZK : KE)$

et  $H\Lambda^2 : X\Lambda \times \Lambda\Theta = (H\Lambda : \Lambda X) \times (H\Lambda : \Lambda\Theta)$ .

itaque

$$(XK : KE) \times (ZK : KE) = (H\Lambda : \Lambda X) \times (H\Lambda : \Lambda\Theta).$$

quarum rationum est  $ZK : KE = H\Lambda : \Lambda X$  [Eucl. I, 29;

VI, 4]; nam singulae  $EK$ ,  $KZ$ ,  $ZE$  singulis  $X\Lambda$ ,  $\Lambda H$ ,

$HX$  parallelae sunt [I def. 6]. itaque

$$XK : KE = H\Lambda : \Lambda\Theta.$$

λόγος ὁ αὐτός ἐστὶ τῷ τῆς  $ΗΛ$  πρὸς  $ΛΘ$ . καὶ περὶ  
 ἴσας γωνίας τὰς πρὸς τοῖς  $K, Λ$  ἀνάλογόν εἰσιν αἱ  
 πλευραί· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $EΚΧ$  τρίγωνον τῷ  
 $ΗΘΛ$  καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὅφ' ἂς αἱ ὁμόλογοι  
 5 πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $EΚΧ$   
 τῆ ὑπὸ  $ΛΗΘ$ . ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ  $KΧΗ$  τῆ ὑπὸ  
 $ΛΗΧ$  ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ  $EΧΗ$  τῆ ὑπὸ  
 $ΘΗΧ$  ἐστὶν ἴση. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $EΧ$   
 τῆ  $ΗΘ$ .

10 πεποιήσθω δὴ, ὡς ἡ  $ΠΗ$  πρὸς  $ΗΡ$ , οὕτως ἡ  $ΘΗ$   
 πρὸς  $Σ$ . ἡ  $Σ$  ἄρα ἡμίσειά ἐστὶ τῆς παρ' ἣν δύνανται  
 αἱ ἐπὶ τὴν  $ΗΟ$  διάμετρον καταγόμεναι ἐν ταῖς  $Γ, Δ$   
 τομαῖς. καὶ ἐπεὶ τῶν  $A, Β$  τομῶν δευτέρα διάμετρος  
 ἐστὶν ἡ  $ΓΔ$ , καὶ συμπίπτει αὐτῇ ἡ  $ΕΤ$ , τὸ ἄρα ὑπὸ  
 15 τῆς  $ΤΧ$  καὶ τῆς  $EΚ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $ΓΧ$ . ἐὰν γὰρ  
 ἀπὸ τοῦ  $E$  τῆ  $KΧ$  παράλληλον ἄγωμεν, τὸ ὑπὸ τῆς  
 $ΤΧ$  καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς παραλλήλου  
 ἴσον ἔσται τῷ ἀπὸ  $ΓΧ$ . διὰ δὲ τοῦτό ἐστὶν, ὡς ἡ  
 $ΤΧ$  πρὸς  $EΚ$ , τὸ ἀπὸ  $ΤΧ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΧΓ$ . ἀλλ'  
 20 ὡς μὲν ἡ  $ΤΧ$  πρὸς  $EΚ$ , ἡ  $ΤΖ$  πρὸς  $ΖΕ$ , τουτέστι  
 τὸ  $ΤΧΖ$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $EΖΧ$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $ΤΧ$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΧ$ , τὸ  $ΧΤΖ$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $ΧΓΠ$ ,  
 τουτέστι πρὸς τὸ  $ΗΘΧ$ . ὡς ἄρα τὸ  $ΤΧΖ$  πρὸς τὸ  
 $EΖΧ$ , τὸ  $ΤΖΧ$  πρὸς τὸ  $ΧΗΘ$ . ἴσον ἄρα τὸ  $ΗΘΧ$   
 25 τρίγωνον τῷ  $ΧΕΖ$ . ἔχει δὲ καὶ τὴν ὑπὸ  $ΘΗΧ$   
 γωνίαν τῆ ὑπὸ  $ΧΕΖ$  γωνία ἴσην· παράλληλος γὰρ ἐστὶν  
 ἡ μὲν  $EΧ$  τῆ  $ΗΘ$ , ἡ δὲ  $EΖ$  τῆ  $ΗΧ$ . ἀντιπεπόνθασιν  
 ἄρα αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἔστιν ἄρα

10. πεποιήσθω V; corr. p.c. 14. συμπίπτει V; corr. p. 16.  
 ἄγωμεν] ἀγομένην V; corr. Halley; ἀγάγωμεν p. 26. ὑπό] p,  
 om. V. ἴσην] om. V; corr. p.

et latera angulos aequales ad  $K, A$  positos comprehendentia proportionalia sunt; similes igitur sunt trianguli  $EKX, H\Theta A$  et angulos aequales habebunt, sub quibus latera correspondentia subtendunt [Eucl. VI, 6]. erit igitur  $\angle EXK = \angle AH\Theta$ . est autem etiam

$$\angle KXH = \angle AHX \text{ [Eucl. I, 29];}$$

quare etiam  $\angle EXH = \angle \Theta HX$ . ergo  $EX$  rectae  $H\Theta$  parallela est [Eucl. I, 27].

iam fiat  $\Pi H : HP = \Theta H : \Sigma$ . itaque  $\Sigma$  dimidia est parametrus diametri  $HO$  in sectionibus  $\Gamma, A$  [I, 51]. et quoniam sectionum  $A, B$  altera diameter est  $\Gamma A$  [I, 56], et cum ea concurrat  $ET$ , erit

$$TX \times EK = \Gamma X^2;$$

nam si ab  $E$  rectam rectae  $KX$  parallelam duxerimus, rectangulum comprehensum recta  $TX$  rectaque a parallela abscisa aequale erit quadrato  $\Gamma X$  [I, 38]. propterea autem est  $TX : EK = TX^2 : X\Gamma^2$  [Eucl. VI, 17; V def. 9]. est autem [Eucl. VI, 4]

$$TX : EK = TZ : ZE = \triangle TXZ : EZX \text{ [Eucl. VI, 1],}$$

et [Eucl. VI, 19]

$TX^2 : \Gamma X^2 = XTZ : X\Gamma\Pi = XTZ : H\Theta X$  [u. I, 43]. itaque  $TXZ : EZX = TZ X : XH\Theta$ . quare [Eucl. V, 9]  $H\Theta X = XEZ$ . habent autem etiam  $\angle \Theta HX = XEZ$  [Eucl. I, 29]; nam parallelae sunt  $EX, H\Theta$  et  $EZ, HX$ . itaque latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt [Eucl. VI, 15]; est igitur  $H\Theta : EX = EZ : HX$ ; quare [Eucl. VI, 16]

$$\Theta H \times HX = XE \times EZ.$$

et quoniam est  $\Sigma : \Theta H = PH : H\Pi$ , et

$$PH : H\Pi = XE : EZ \text{ [Eucl. VI, 4]}$$

(parallelae enim sunt), erit etiam  $\Sigma : \Theta H = XE : EZ$ .



ὡς ἡ  $H\Theta$  πρὸς τὴν  $EX$ , ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $HX$ . ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Theta HX$  τῷ ὑπὸ  $XEZ$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $\Sigma$  πρὸς τὴν  $\Theta H$ , ἡ  $PH$  πρὸς  $H\Pi$ , ὡς δὲ ἡ  $PH$  πρὸς  $H\Pi$ , ἡ  $XE$  πρὸς  $EZ$ . παράλληλοι γάρ· καὶ  
 5 ὡς ἄρα ἡ  $\Sigma$  πρὸς τὴν  $\Theta H$ , ἡ  $XE$  πρὸς  $EZ$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $\Sigma$  πρὸς  $\Theta H$ , τῆς  $XH$  κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης τὸ ὑπὸ  $\Sigma$ ,  $XH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Theta HX$ , ὡς δὲ ἡ  $XE$  πρὸς  $EZ$ , τὸ ἀπὸ  $XE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $XEZ$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Sigma$ ,  $XH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Theta HX$ , τὸ ἀπὸ  
 10  $XE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $XEZ$ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ  $\Sigma$ ,  $HX$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EX$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta HX$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ZEX$ . ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $\Theta HX$  τῷ ὑπὸ  $XEZ$ . ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ  $\Sigma$ ,  $HX$  τῷ ἀπὸ  $EX$ . καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ  $\Sigma$ ,  $HX$  τέταρτον τοῦ παρὰ τὴν  $HO$  εἰδους· ἢ τε  
 15 γὰρ  $HX$  τῆς  $HO$  ἐστὶν ἡμίσεια, καὶ ἡ  $\Sigma$  τῆς παρ' ἣν δύνανται· τὸ δὲ ἀπὸ  $EX$  τέταρτον τοῦ ἀπὸ τῆς  $E\Xi$ . ἴση γὰρ ἡ  $EX$  τῇ  $X\Xi$ . τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς  $E\Xi$  ἴσον ἐστὶ τῷ πρὸς τῇ  $HO$  εἶδει. ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι καὶ ἡ  $HO$  δύναται τὸ παρὰ τὴν  $E\Xi$  εἶδος. αἱ  
 20 ἄρα  $E\Xi$ ,  $HO$  συζυγεῖς εἰσι διάμετροι τῶν  $A, B, \Gamma, \Delta$  ἀντικειμένων.

κα'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων δεικτέον, ὅτι ἡ σύμπτωσης τῶν ἐφαπτομένων πρὸς μίαν τῶν ἀσυμπτῶτων ἐστίν.  
 25 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι τομαί, ὧν αἱ διάμετροι αἱ  $AB, \Gamma\Delta$ , καὶ ἐφαπτόμεναι ἤχθωσαν αἱ  $AE, E\Gamma$ . λέγω, ὅτι το  $E$  σημεῖον πρὸς τῇ ἀσυμπτῶτι ἐστίν.

1. ἡ] (pr.) om. V; corr. p. ἡ] (alt.) τῇ  $H\Theta$  ἡ V; corr. p.  
 11.  $ZEX$ ] c, E e corr. m. 1 V. 15. ἡ  $\Sigma$ ] ἡς V; corr. p.  
 19. ἡ] om. V; corr. p. 20.  $HO$ ]  $HO\Sigma$  V; corr. p. 24.  
 μίαν] μιᾶ? 25. τομαί] pγ, αἱ τομαί c et deleto αἱ V.

est autem, communi altitudine sumpta  $XH$ ,

$$\Sigma : \Theta H = \Sigma \times XH : \Theta H \times HX,$$

et  $XE : EZ = XE^2 : XE \times EZ$ . quare etiam

$$\Sigma \times XH : \Theta H \times HX = XE^2 : XE \times EZ.$$

permutando [Eucl. V, 16]

$$\Sigma \times XH : EX^2 = \Theta H \times HX : ZE \times EX.$$

uerum  $\Theta H \times HX = XE \times EZ$ . quare etiam [Eucl. V, 14]

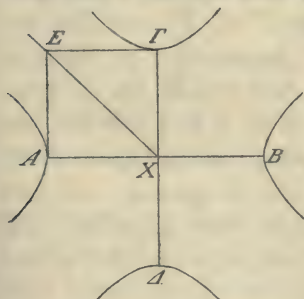
$\Sigma \times HX = EX^2$ . et  $\Sigma \times HX$  quarta pars est figuræ rectæ  $HO$  adplicatæ; nam et  $HX$  rectæ  $HO$  [I, 30] et  $\Sigma$  parametri dimidia est; et

$$EX^2 = \frac{1}{4} E\Xi^2;$$

nam  $EX = X\Xi$  [I, 30]. itaque  $E\Xi^2$  æquale est figuræ rectæ  $HO$  adplicatæ. iam similiter demonstrabimus, etiam  $HO$  quadratam æqualem esse figuræ rectæ  $E\Xi$  adplicatæ. ergo  $E\Xi$ ,  $HO$  diametri coniugatæ sunt oppositarum  $A, B, \Gamma, \Delta$  [I, 56].

XXI.

Iisdem suppositis demonstrandum, concursum contingentium in una asymptotarum esse.



sint sectiones oppositæ coniugatæ, quarum diametri sint  $AB, \Gamma\Delta$ , et contingentes ducantur  $AE, E\Gamma$ . dico, punctum  $E$  in asymptotâ esse.

nam quoniam  $\Gamma X^2$  æquale est quartæ parti figuræ ad  $AB$  adplicatæ [I, 56], et  $\Gamma X^2 = AE^2$ , etiam  $AE^2$  quartæ parti figuræ ad  $AB$  adplicatæ æquale est. ducatur  $EX$ ;

ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ  $\Gamma X$  ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ  $AB$  εἵδους, τῷ δὲ ἀπὸ  $\Gamma X$  ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $AE$ , καὶ τὸ ἀπὸ  $AE$  ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ πρὸς τῇ  $AB$  εἵδους. ἐπεξεύχθω ἡ  $EX$ . ἀσύμ-  
5 πτωτος ἄρα ἐστὶν ἡ  $EX$ . τὸ ἄρα  $E$  σημεῖον πρὸς τῇ ἀσυμπτώτῳ ἐστίν.

κβ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις ἐκ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἀχθῆ πρὸς ὁποιοοῦν τῶν τομῶν, καὶ  
10 ταύτῃ παράλληλος ἀχθῆ συμπίπτουσα μιᾷ τῶν ἐφεξῆς τομῶν καὶ ταῖς ἀσυμπτώτοις, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τῆς ἀχθείσης τμημάτων τῶν γινομένων μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῶν ἀσυμπτώτων ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τετραγώνῳ.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  
15  $A, B, \Gamma, \Delta$ , ἀσύμπτωτοι δὲ τῶν τομῶν ἔστωσαν αἱ  $XEZ, XH\Theta$ , καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ  $X$  διήχθω τις εὐθεῖα ἡ  $X\Gamma\Delta$ , καὶ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω τέμνουσα τὴν τε ἐφεξῆς τομὴν καὶ τὰς ἀσυμπτώτους ἡ  $\Theta E$ .  
20 λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $E\Theta$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $\Gamma X$ .

τετμήσθω δίχα ἡ  $KA$  κατὰ τὸ  $M$ , καὶ ἐπιξευχ-  
θεῖσα ἡ  $MX$  ἐκβεβλήσθω· διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ  
 $AB$  τῶν  $A, B$  τομῶν. καὶ ἐπεὶ ἡ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπ-  
τομένη παράλληλός ἐστὶ τῇ  $E\Theta$ , ἡ ἄρα  $E\Theta$  ἐπὶ τὴν  
25  $AB$  τεταγμένως ἐστὶ κατηγμένη. καὶ κέντρον τὸ  $X$ . αἱ  $AB, \Gamma\Delta$  ἄρα συζυγεῖς εἰσι διάμετροι. τὸ ἄρα ἀπὸ  $\Gamma X$  ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ παρὰ τὴν  $AB$  εἵδους. τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ παρὰ τὴν  $AB$  εἵδους

4. τοῦ] bis V, corr. evp. 12. τῶν] (alt.) addidi; om. V.

17.  $XEZ, XH\Theta$ ]  $EXZ, HX\Theta$  p, Halley cum Commandino; sed cfr. lin. 18. 19.  $\Theta E$ ]  $\Theta X$  V; corr. Memus (et);  $\Theta KE$  p.

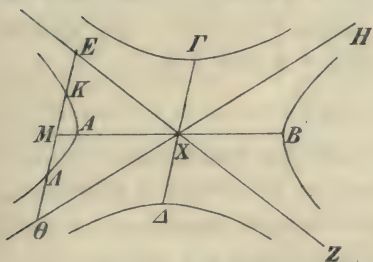
ea igitur asymptota est [prop. I]. ergo  $E$  punctum in asymptota est.

XXII.

Si in oppositis coniugatis e centro recta ad quamvis sectionum ducitur, eique parallela recta ducitur cum una sectionum deinceps positarum asymptotisque concurrens, rectangulum comprehensum partibus rectae ductae inter sectionem asymptotasque ortis aequale est quadrato radii.

sint  $A, B, \Gamma, \Delta$  sectiones oppositae coniugatae, asymptotae autem sectionum sint  $XEZ, XH\Theta$ , et a centro  $X$  ducatur recta  $X\Gamma\Delta$ , eique parallela ducatur  $\Theta E$  secans et sectionem deinceps positam et asymptotas. dico, esse  $EK \times K\Theta = \Gamma X^2$ .

$KA$  in  $M$  in duas partes aequales secetur, ductaque  $MX$  producat;  $AB$  igitur diameter est sectionum  $A, B$  [I, 51 coroll.]. et quoniam



recta in  $A$  contingens rectae  $E\Theta$  parallela est [prop. V],  $E\Theta$  ad  $AB$  ordinate ducta est. et  $X$  centrum est; itaque  $AB, \Gamma\Delta$  diametri

coniugatae sunt [I def.6]. quare  $\Gamma X^2$  aequale est quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae [I, 56]. uerum quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae aequale est  $\Theta K \times KE$  [prop. X]. ergo etiam

$$\Theta K \times KE = \Gamma X^2.$$



ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $\Theta KE$ · καὶ τὸ ὑπὸ  $\Theta KE$  ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $\Gamma X$ .

κγ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις ἐκ τοῦ  
 5 κέντρου τις ἀχθῆ πρὸς ὁποιοῦν τῶν τομῶν, καὶ  
 ταύτῃ παράλληλος ἀχθῆ συμπίπτουσα ταῖς ἐφεξῆς  
 τρισὶ τομαῖς, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τῆς ἀχθείσης  
 τμημάτων τῶν γινομένων μεταξὺ τῶν τριῶν τομῶν  
 διπλάσιόν ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τετραγώνου.  
 10 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  
 $A, B, \Gamma, \Delta$ , κέντρον δὲ τῶν τομῶν ἔστω τὸ  $X$ , καὶ  
 ἀπὸ τοῦ  $X$  πρὸς ὁποιοῦν τῶν τομῶν προσπιπτέτω  
 τις εὐθεῖα ἢ  $\Gamma X$ , καὶ τῇ  $\Gamma X$  παράλληλος ἤχθῃ τέμ-  
 νουσα τὰς ἐφεξῆς τρεῖς τομάς ἢ  $ΚΑ$ . λέγω, ὅτι τὸ  
 15 ὑπὸ  $ΚΜΑ$  διπλάσιόν ἐστὶ τοῦ ἀπὸ  $\Gamma X$ .

ἤχθωσαν ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ  $EZ, H\Theta$ · τὸ  
 ἄρα ἀπὸ  $\Gamma X$  ἴσον ἐστὶν ἑκατέρῳ τῶν ὑπὸ  $\Theta ME, \Theta KE$ .  
 τὸ δὲ ὑπὸ  $\Theta ME$  μετὰ τοῦ ὑπὸ  $\Theta KE$  ἴσον ἐστὶ τῷ  
 ὑπὸ  $ΑΜΚ$  διὰ τὸ τὰς ἄκρας ἴσας εἶναι. καὶ τὸ ὑπο  
 20  $ΑΜΚ$  ἄρα διπλάσιόν ἐστὶ τοῦ ἀπὸ  $\Gamma X$ .

κδ'.

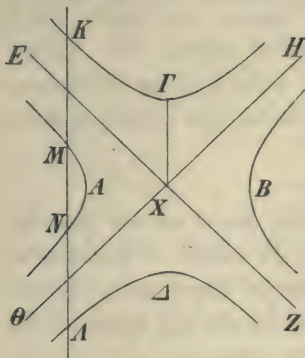
Ἐὰν παραβολῇ δύο εὐθεῖαι συμπίπτωσιν ἑκατέρα  
 κατὰ δύο σημεῖα, μηδετέρας δὲ αὐτῶν ἢ σύμπτωσις  
 ὑπὸ τῶν τῆς ἐτέρας συμπτώσεων περιέχεται, συμπε-  
 25 σοῦνται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι ἐκτὸς τῆς τομῆς.

ἔστω παραβολῇ ἢ  $ΑΒΓΔ$ , καὶ τῇ  $ΑΒΓΔ$  δύο  
 εὐθεῖαι συμπιπτέτωσαν αἱ  $ΑΒ, ΓΔ$ , μηδετέρας δὲ  
 αὐτῶν ἢ σύμπτωσις ὑπὸ τῶν τῆς ἐτέρας συμπτώσεων

12. ὁποιοῦν] ποιοῦν V; corr. p. 16. σύμπτωτοι V;  
 corr. p. 28. συμπτώσεως V; corr. m. 2 v.

XXIII.

Si in oppositis coniugatis e centro recta ad quamvis sectionum ducitur, eique parallela recta ducitur cum



tribus sectionibus deinceps positus concurrens, rectangulum comprehensum partibus rectae ductae inter tres sectiones ortis duplo maius est quadrato radii.

sint  $A, B, \Gamma, \Delta$  sectiones oppositae coniugatae, centrum autem sectionum sit  $X$ , et a  $X$  ad quamvis sectionum addicat recta aliqua  $\Gamma X$ , rectaeque  $\Gamma X$

parallela ducatur  $K\Delta$  tres sectiones deinceps positas secans. dico, esse  $KM \times MA = 2 \Gamma X^2$ .

ducantur asymptotae sectionum  $EZ, H\Theta$ ; itaque  $\Gamma X^2 = \Theta M \times ME$  [prop. XXII] =  $\Theta K \times KE$  [prop. XI]. est autem  $\Theta M \times ME + \Theta K \times KE = AM \times MK$  [u. Eutocius], quia extrema aequalia sunt [prop. VIII et XVI]. ergo etiam  $AM \times MK = \Gamma X^2$ .

XXIV.

Si cum parabola duae rectae concurrunt singulae in binis punctis, neutriusque earum punctum concursus punctis concursus alterius continetur, rectae inter se extra sectionem concurrent.

sit parabola  $AB\Gamma\Delta$ , et cum  $AB\Gamma\Delta$  duae rectae concurrant  $AB, \Gamma\Delta$ , neutriusque earum punctum

περιεχέσθω. λέγω, ὅτι ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἀλλήλαις.

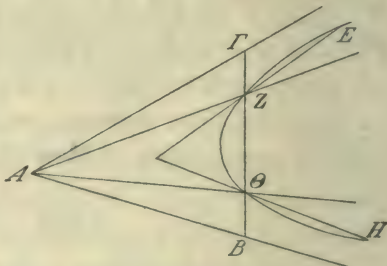
ἤχθωσαν διὰ τῶν  $B, \Gamma$  διάμετροι τῆς τομῆς αἱ  $EBZ, ΗΓ\Theta$ . παράλληλοι ἄρα εἰσὶ καὶ καθ' ἓν μόνον  
 5 σημεῖον ἑκατέρα τὴν τομὴν τέμνει. ἐπεξεύχθω δὴ ἡ  $B\Gamma$ . αἱ ἄρα ὑπὸ  $EB\Gamma, B\Gamma H$  γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν, αἱ δὲ  $\Delta\Gamma, B\Lambda$  ἐκβαλλόμεναι ἐλάττονας ποιοῦσι δύο ὀρθῶν. συμπεσοῦνται ἄρα ἀλλήλαις ἐκτὸς τῆς τομῆς.

10

κε'.

Ἐὰν ὑπερβολῇ δύο εὐθεῖαι συμπίπτωσιν ἑκατέρα κατὰ δύο σημεῖα, μηδετέρας δὲ αὐτῶν ἢ σύμπτωσις ὑπὸ τῶν τῆς ἐτέρας συμπτώσεων περιέχεται, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι ἐκτὸς μὲν τῆς τομῆς, ἐντὸς  
 15 δὲ τῆς περιεχούσης τὴν τομὴν γωνίας.

ἔστω ὑπερβολή, ἧς ἀσύμπτωτοι αἱ  $AB, A\Gamma$ , καὶ τεμνέτωσαν δύο εὐθεῖαι τὴν τομὴν αἱ  $EZ, Η\Theta$ , καὶ μηδετέρας αὐτῶν ἢ σύμπτωσις ὑπὸ τῶν  
 20 τῆς ἐτέρας περιεχέσθω. λέγω, ὅτι αἱ  $EZ, Η\Theta$  ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἐκτὸς μὲν τῆς τομῆς, ἐντὸς δὲ τῆς ὑπὸ  $\Gamma AB$  γωνίας.



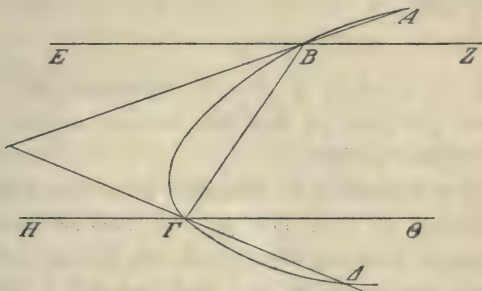
ἐπιξευχθεῖσαι γὰρ αἱ  $AZ, A\Theta$  ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $Z\Theta$ . καὶ ἐπεὶ αἱ  $EZ, Η\Theta$  ἐκβαλλόμεναι τέμνουσι τὰς ὑπὸ  $AZ\Theta, A\Theta Z$  γωνίας, εἰσὶ δὲ αἱ

6.  $B\Gamma H$ ] p, om. V.  
 15. γωνίαν V; corr. p.

13. συμπτώσεως V; corr. Memus.

concursum punctis concursus alterius contineatur. dico, eas productas demum inter se concursuras esse.

per  $B, \Gamma$  diametri sectionis ducantur  $EBZ, H\Gamma\Theta$ ; itaque parallelae sunt [I, 51 coroll.] et in uno tantum



puncto singulae sectionem secant [I, 26]. iam ducatur  $B\Gamma$ ; itaque  $\angle EB\Gamma + H\Gamma B$  duobus rectis aequales sunt [Eucl. I, 29],  $\Delta\Gamma$  et  $BA$  autem productae angulos duobus rectis minores efficiunt. ergo extra sectionem inter se concurrent [Eucl. I *ἀλτ.* 5].

XXV.

Si cum hyperbola duae rectae concurrunt singulae in binis punctis, neutriusque earum punctum concursus punctis concursus alterius continetur, rectae inter se concurrent extra sectionem, sed intra angulum sectionem comprehendentem.

sit hyperbola, cuius asymptotae sint  $AB, A\Gamma$ , duaeque rectae  $EZ, H\Theta$  sectionem secant, neutriusque earum punctum concursus punctis concursus alterius contineatur. dico,  $EZ, H\Theta$  productas extra sectionem, sed intra angulum  $\Gamma AB$  concursuras esse.



εἰρημέναι γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες, αἱ  $EZ$ ,  $H\Theta$  ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἀλλήλαις ἐκτὸς μὲν τῆς τομῆς, ἐντὸς δὲ τῆς ὑπὸ  $BA\Gamma$  γωνίας.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, κἄν ἐφαπτόμεναι ὥσι τῶν τομῶν  
5 αἱ  $EZ$ ,  $H\Theta$ .

κς'.

Ἐὰν ἐν ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερείᾳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

10 εἰ γὰρ δυνατόν, ἐν ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερείᾳ δύο εὐθεῖαι αἱ  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα κατὰ τὸ  $H$ , καὶ ἔστω κέντρον τῆς τομῆς τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐπιξενυθεῖσα ἡ  $H\Theta$  ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ  $A$ ,  $B$ .

15 ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἐστὶν ἡ  $AB$  τὴν  $EZ$  δίχα τέμνουσα, ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $EZ$ . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τῇ  $\Gamma\Delta$ . ὥστε καὶ ἡ  $EZ$  παράλληλός ἐστι τῇ  $\Gamma\Delta$ . ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας.

20

κς'.

Ἐὰν ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐθεῖαι ἐπιψαύωσιν, ἐὰν μὲν ἢ τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνύουσα διὰ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς ἢ, παράλληλοι ἔβονται αἱ ἐφαπτόμεναι, ἐὰν δὲ μή, συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ αὐτὰ  
25 μέρη τοῦ κέντρου.

ἔστω ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ  $AB$ , καὶ ἐφαπτέσθωσαν αὐτῆς αἱ  $\Gamma A\Delta$ ,  $EBZ$ , καὶ ἐπεξεύχθω

4. κἄν] καὶ V; corr. p. 14. τὰ] τό V; corr. p. 19.  
δίχα] om. V; corr. p. 27. EBZ] BEZ V; corr. p.

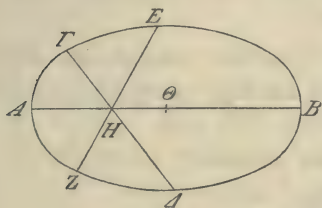
ductae enim  $AZ$ ,  $A\Theta$  producantur, ducaturque  $Z\Theta$ .  
 et quoniam  $EZ$ ,  $H\Theta$  productae angulos  $AZ\Theta$ ,  $A\Theta Z$   
 secant, hi autem anguli duobus rectis minores sunt  
 [Eucl. I, 17],  $EZ$ ,  $H\Theta$  productae inter se concurrent  
 extra sectionem, sed intra angulum  $BAG$ .

iam similiter hoc demonstrabimus, etiam si  $EZ$ ,  
 $H\Theta$  sectiones contingunt.

XXVI.

Si in ellipsi uel circulo duae rectae inter se secant  
 non per centrum positae, non in binas partes aequales  
 inter se secant.

nam si fieri potest, in ellipsi uel circulo duae  
 rectae  $\Gamma A$ ,  $EZ$  non per centrum positae inter se in



binas partes aequales se-  
 cent in  $H$ , centrum autem  
 sectionis sit  $\Theta$ , ductaque  
 $H\Theta$  ad  $A$ ,  $B$  producat.

iam quoniam  $AB$  dia-  
 metrus est rectam  $EZ$  in  
 duas partes aequales se-

cans, recta in  $A$  contingens rectae  $EZ$  parallela est  
 [prop. VI]. similiter igitur demonstrabimus, eam etiam  
 rectae  $\Gamma A$  parallelam esse. quare etiam  $EZ$  rectae  $\Gamma A$   
 parallela est [Eucl. I, 30]; quod fieri non potest.  
 ergo  $\Gamma A$ ,  $EZ$  inter se in binas partes aequales non  
 secant.

XXVII.

Si ellipsim uel circulum duae rectae contingunt,  
 rectae contingentes parallelae erunt, si recta puncta  
 contactus coniungens per centrum sectionis cadit, sin  
 minus, in eadem parte centri concurrent.

ἡ  $AB$  καὶ ἔστω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου. λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $EZ$ .

ἐπεὶ γὰρ διάμετρος ἐστὶν ἡ  $AB$  τῆς τομῆς, καὶ ἐφάπτεται κατὰ τὸ  $A$  ἡ  $\Gamma\Delta$ , ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα παράλληλός ἐστι ταῖς ἐπὶ τὴν  $AB$  τεταγμένως κατηγμέναις. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ  $BZ$  παράλληλός ἐστι ταῖς αὐταῖς. καὶ ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα τῇ  $EZ$  παράλληλός ἐστι.

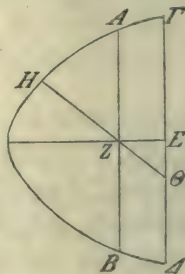
μὴ ἐρχέσθω δὴ ἡ  $AB$  διὰ τοῦ κέντρου, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ ἦχθω διάμετρος ἡ  $A\Theta$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Theta$  ἐφαπτομένη ἡ  $K\Theta\Lambda$  παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $K\Lambda$  τῇ  $\Gamma\Delta$ . ἡ ἄρα  $EZ$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ  $\Gamma\Delta$  ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ κέντρου, ἐν οἷς ἐστὶν ἡ  $AB$ .

κη'.

15 Ἐὰν ἐν κώνου τομῇ ἢ κύκλου περιφερείᾳ δύο παράλληλους εὐθείας εὐθεῖά τις δίχα τέμνη, διάμετρος ἔσται τῆς τομῆς.

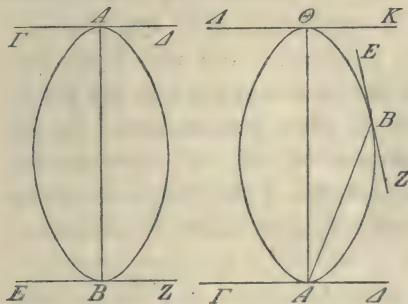
ἐν γὰρ κώνου τομῇ δύο εὐθεῖαι παράλληλοι αἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  δίχα τεμή-  
20 σθωσαν κατὰ τὰ  $E$ ,  $Z$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $EZ$  ἐκβεβλήσθω. λέγω, ὅτι διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς.

εἰ γὰρ μὴ, ἔστω, εἰ δυνατόν, ἡ  $HZ\Theta$ . ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $H$  ἐφαπτο-  
25 μένη παράλληλός ἐστὶ τῇ  $AB$ . ὥστε ἡ αὐτὴ παράλληλός ἐστὶ τῇ  $\Gamma\Delta$ . καὶ ἐστὶ διάμετρος ἡ  $H\Theta$ . ἴση ἄρα ἡ  $\Gamma\Theta$  τῇ  $\Theta\Lambda$ . ὅπερ ἄτοπον. ὑπόκειται γὰρ ἡ  $\Gamma E$  τῇ  $E\Delta$  ἴση. οὐκ ἄρα διάμετρος ἐστὶν



sit ellipsis uel circulus  $AB$ , contingantque  $\Gamma A \Delta$ ,  $EBZ$ , et ducatur  $AB$  cadatque prius per centrum. dico,  $\Gamma A$  et  $EZ$  parallelas esse.

nam quoniam  $AB$  diametrus sectionis est,  $\Gamma A$  autem in  $A$  contingit,  $\Gamma A$  rectis ad  $AB$  ordinate



ductis parallela est [I, 17]. eadem igitur de causa etiam  $BZ$  iisdem parallela est. ergo etiam  $\Gamma A$  et  $EZ$  parallelae sunt [Eucl. I, 30].

iam  $AB$  per centrum ne cadat, ut in secunda figura

est, et ducatur diametrus  $A\Theta$ , per  $\Theta$  autem contingens  $K\Theta A$ ; itaque  $K A$  et  $\Gamma A$  parallelae sunt [u. supra]. ergo  $EZ$  producta cum  $\Gamma A$  concurret in eadem parte centri, in qua est  $AB$  [Eucl. I *αἴτ.* 5].

### XXVIII.

Si in conic sectione uel circulo recta aliqua duas rectas parallelas in binas partes secat, diametrus sectionis erit.

in conic sectione enim duae rectae parallelae  $AB$ ,  $\Gamma A$  in  $E$ ,  $Z$  in binas partes aequales secantur, et ducta  $EZ$  producat. dico, eam diametrum sectionis esse.

nam si minus, sit  $H\Theta Z$ , si fieri potest. itaque recta in  $H$  contingens rectae  $AB$  parallela est [prop. V—VI]. quare eadem rectae  $\Gamma A$  parallela est





[Eucl. I, 30]. et  $H\Theta$  diametrus est; itaque  $\Gamma\Theta = \Theta\Delta$  [I def. 4]. quod absurdum est; supposuimus enim, esse  $\Gamma E = E\Delta$ . itaque  $H\Theta$  diametrus non est. iam similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter  $EZ$ . ergo  $EZ$  diametrus sectionis erit.

## XXIX.

Si in conii sectione uel circulo duae rectae contingentes concurrunt, recta a puncto earum concursus ad punctum medium rectae puncta contactus coniungentis ducta diametrus sectionis est.

sit conii sectio uel circulus, quam contingentes ducantur rectae  $AB$ ,  $A\Gamma$  in  $A$  concurrentes, et ducta  $B\Gamma$  in  $\Delta$  in duas partes aequales secetur, ducaturque  $A\Delta$ . dico, eam diametrum sectionis esse.

nam si fieri potest, sit  $\Delta E$  diametrus, ducaturque  $E\Gamma$ ; ea igitur sectionem secabit [I, 35—36]. secet in  $Z$ , et per  $Z$  rectae  $\Gamma\Delta B$  parallela ducatur  $ZKH$ . iam quoniam  $\Gamma\Delta = \Delta B$ , erit etiam [Eucl. VI, 4]  $Z\Theta = \Theta H$ . et quoniam recta in  $\Delta$  contingens rectae  $B\Gamma$  parallela est [prop. V—VI], et etiam  $ZH$  rectae  $B\Gamma$  parallela est, erit etiam  $ZH$  rectae in  $\Delta$  contingenti parallela. itaque  $Z\Theta = \Theta K$  [I, 46—47]; quod fieri non potest. itaque  $\Delta E$  diametrus non est. iam similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter  $A\Delta$ .

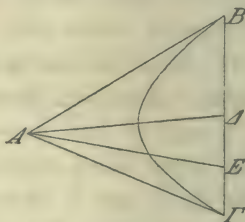
Halley. 17.  $\xi\sigma\tau\iota\nu$  — 18.  $\dot{\iota}\sigma\eta$ ] om. V, corr. Memus. 19.  $\Delta$ ] cv, corr. ex  $A$  m. 1 V. 20.  $\xi\sigma\tau\iota$ ]  $\kappa\alpha\iota$   $\xi\sigma\tau\iota$  V, corr. Memus.

## λ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσιν, ἢ ἀπὸ τῆς συμπτώσεως ἀγομένη διάμετρος δίχα τεμεῖ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν  
5 εὐθεῖαν.

ἔστω κώνου τομῆ ἢ κύκλου περιφέρεια ἢ ΒΓ, καὶ ἤχθωσαν αὐτῆς δύο ἐφαπτόμεναι αἱ ΒΑ, ΑΓ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ Α, καὶ ἐπεξεύχθω ἢ ΒΓ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Α διάμετρος τῆς τομῆς ἢ ΑΔ. λέγω, ὅτι  
10 ἔστιν ἴση ἢ ΔΒ τῇ ΔΓ.

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω ἴση ἢ ΒΕ τῇ ΕΓ, καὶ ἐπεξεύχθω ἢ ΑΕ· ἢ ΑΕ ἄρα διάμετρος ἔστι τῆς τομῆς. ἔστι δὲ καὶ ἢ ΑΔ· ὅπερ ἄτοπον. εἴτε γὰρ ἔλλειψίς ἐστίν  
15 ἢ τομῆ, τὸ Α, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἀλλήλαις αἱ διάμετροι, κέντρον ἔσται τῆς τομῆς ἐκτός· ὅπερ ἀδύνατον· εἴτε παραβολή ἐστίν ἢ τομῆ, συμπίπτουσιν  
20 ἀλλήλαις αἱ διάμετροι· εἴτε ὑπερβολή ἐστίν, καὶ συμπίπτουσι τῇ τομῇ αἱ ΒΑ, ΑΓ μὴ περιέχουσαι τὰς ἑαυτῶν συμπτώσεις, ἐντός ἐστίν τῆς περιεχούσης τὴν ὑπερβολὴν γωνίας· ἀλλὰ καὶ ἐπ' αὐτῆς· κέντρον γὰρ ὑπόκειται διαμέτρων οὐσῶν τῶν ΔΑ, ΑΕ· ὅπερ  
25 ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἢ ΒΕ τῇ ΕΓ ἐστίν ἴση.



## λα'.

Ἐὰν ἑκατέρας τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόνται, εἰ μὲν ἢ τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσα διὰ τοῦ

11. εἰ] ἢ V; corr. p.

17. ἐκτός] ἐκτός ὄν?

## XXX.

Si coni sectionem uel circulum duae rectae contingentes concurrunt, diametrus a puncto concursus ducta rectam puncta contactus coniungentem in duas partes aequales secabit.

sit  $B\Gamma$  coni sectio uel circulus, eamque contingentes duae rectae ducantur  $BA$ ,  $A\Gamma$  in  $A$  concurrentes, et ducatur  $B\Gamma$ , per  $A$  autem diametrus sectionis ducatur  $AA$ . dico, esse  $\angle B = \angle \Gamma$ .

ne sit enim, sed, si fieri potest, sit  $BE = E\Gamma$ , ducaturque  $AE$ ;  $AE$  igitur diametrus est sectionis [prop. XXIX]. uerum etiam  $AA$  diametrus est; quod absurdum est. nam siue ellipsis est sectio,  $A$  punctum, in quo diametri inter se concurrunt, centrum erit sectionis extra sectionem positum; quod fieri non potest; siue sectio parabola est, diametri inter se concurrunt [contra I, 51 coroll.]; siue hyperbola est, et  $BA$ ,  $A\Gamma$  cum sectione concurrunt puncta concursus non comprehendentes, punctum earum concursus intra angulum hyperbolam comprehendentem positum est [prop. XXV extr.]; uerum etiam in eo positum est; nam supposuimus, centrum id esse, si quidem diametri sunt  $AA$ ,  $AE$ ; quod absurdum est. ergo non est  $BE = E\Gamma$ .

## XXXI.

Si utramque oppositam duae rectae contingunt, contingentes parallelae erunt, si recta puncta contactus coniungens per centrum cadit, sin minus, in eadem parte concurrent, in qua est centrum.

sint sectiones oppositae  $A$ ,  $B$ , easque contingant



κέντρου πίπτῃ, παράλληλοι ἔσονται αἱ ἐφαπτόμεναι, ἂν δὲ μὴ, συμπεσοῦνται ἐπὶ ταῦτὰ τῷ κέντρῳ.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ ἐφαπτόμεναι αὐτῶν ἔστωσαν αἱ  $\Gamma\Delta, EBZ$  κατὰ τὰ  $A, B$ ,  
 5 ἢ δὲ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $B$  ἐπιξενυγνυμένη πιπτέτω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου τῶν τομῶν. λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστὶν ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $EZ$ .

ἐπεὶ γὰρ ἀντικείμεναί εἰσι τομαί, ὧν διάμετρος ἐστὶν ἡ  $AB$ , καὶ μιᾶς αὐτῶν ἐφάπτεται ἡ  $\Gamma\Delta$  κατὰ  
 10 τὸ  $A$ , ἢ ἄρα διὰ τοῦ  $B$  τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἀγομένη ἐφάπτεται τῆς τομῆς. ἐφάπτεται δὲ καὶ ἡ  $EZ$ : παράλληλός ἐστὶν ἄρα ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $EZ$ .

μὴ ἔστω δὴ ἡ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $B$  διὰ τοῦ κέντρου τῶν τομῶν, καὶ ἦχθῳ διάμετρος τῶν τομῶν ἡ  $AH$ ,  
 15 καὶ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἦχθῳ ἡ  $\Theta K$ . ἡ  $\Theta K$  ἄρα παράλληλός ἐστι τῇ  $\Gamma\Delta$ . καὶ ἐπεὶ ὑπερβολῆς εὐθείαι ἐφάπτονται αἱ  $EZ, \Theta K$ , συμπεσοῦνται ἄρα. καὶ ἐστὶ παράλληλος ἡ  $\Theta K$  τῇ  $\Gamma\Delta$ . καὶ αἱ  $\Gamma\Delta, EZ$  ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. καὶ φανερόν, ὅτι ἐπὶ ταῦτὰ  
 20 τῷ κέντρῳ.

λβ'.

Ἐὰν ἑκατέρῃ τῶν ἀντικειμένων εὐθείαι συμπίπτωσι καθ' ἓν ἐφαπτόμεναι ἢ κατὰ δύο τέμνουσαι, ἐκβληθεῖσαι δὲ αἱ εὐθείαι συμπίπτωσιν, ἢ σύμπτωσις αὐτῶν ἔσται  
 25 ἐν τῇ ἐφεξῆς γωνίᾳ τῆς περιεχούσης τὴν τομὴν γωνίας.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ καὶ τῶν ἀντικειμένων ἦτοι καθ' ἓν ἐφαπτόμεναι ἦτοι κατὰ δύο τέμνουσαι εὐθείαι αἱ  $AB, \Gamma\Delta$ , καὶ ἐκβαλλόμεναι συμπίπτέτωσαν.

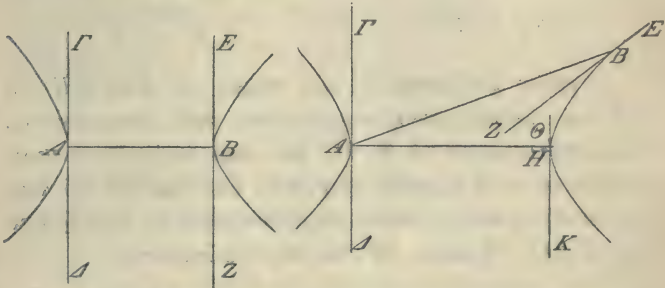
1. αἱ] om. V; corr. p. συμπίπτουσιν V; corr. p.

22. συμπίπτουσιν V; corr. p.

24.

$\Gamma A \Delta$ ,  $EBZ$  in punctis  $A$ ,  $B$ , recta autem ab  $A$  ad  $B$  ducta prius per centrum cadat. dico, parallelas esse  $\Gamma A$  et  $EZ$ .

nam quoniam sectiones oppositae sunt, quarum diametrus est  $AB$ , alteramque earum contingit  $\Gamma A$  in  $A$ , recta per  $B$  rectae  $\Gamma A$  parallela ducta sectionem contingit [I, 44]. uerum etiam  $EZ$  contingit. ergo  $\Gamma A$ ,  $EZ$  parallelae sunt.

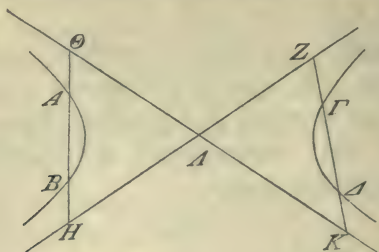


iam recta ab  $A$  ad  $B$  ducta per centrum sectionum ne cadat, ducaturque diametrus sectionum  $AH$ , et sectionem contingens ducatur  $\Theta K$ ; itaque  $\Theta K$  et  $\Gamma A$  parallelae sunt [u. supra]. et quoniam rectae  $EZ$ ,  $\Theta K$  hyperbolam contingunt, coincident [prop. XXV extr.]. et  $\Theta K$ ,  $\Gamma A$  parallelae sunt. ergo etiam  $\Gamma A$ ,  $EZ$  productae concurrent. et manifestum est, eas concurrere in eadem parte, in qua sit centrum.

XXXII.

Si cum utraque opposita rectae concurrunt aut in singulis punctis contingentes aut in binis secantes, et productae rectae illae concurrunt, punctum earum concursus in angulo deinceps posito angulo sectionem comprehendenti erit positum.

λέγω, ὅτι ἡ σύμπτωσης αὐτῶν ἔσται ἐν τῇ ἐφεξῆς γωνίᾳ τῆς περιεχοῦσης τὴν τομὴν γωνίας.



ἔστωσαν ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ  $ZH, \Theta K$ . ἡ  $AB$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ταῖς ἀσυμπτώτοις. 5 συμπίπτει κατὰ τὰ  $\Theta, H$ . καὶ ἐπεὶ ὑπόκεινται συμπίπτουσαι αἱ  $ZK, \Theta H$ , φανερόν, ὅτι ἦτοι ἐν τῷ ὑπὸ τὴν  $\Theta AZ$  γωνίᾳ τόπων συμπεσοῦνται ἢ ἐν τῷ ὑπὸ τὴν  $K\Lambda H$ . ὁμοίως δὲ καί, ἐὰν ἐφάπτονται.

λγ'.

10 Ἐὰν μιᾷ τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖα συμπίπτουσα ἐκβληθεῖσα ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ τῆς τομῆς, οὐ συμπεσεῖται τῇ ἑτέρᾳ τομῇ, ἀλλὰ πεσεῖται διὰ τῶν τριῶν τόπων, ὧν ἔστιν εἷς μὲν ὁ ὑπὸ τὴν περιέχουσαν γωνίαν τὴν τομὴν, δύο δὲ οἱ ὑπὸ τὰς γωνίας τὰς ἐφεξῆς 15 τῆς περιεχοῦσης τὴν τομὴν γωνίας.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ τὴν  $A$  τεμνέτω τις εὐθεῖα ἡ  $\Gamma\Delta$  καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς. λέγω, ὅτι ἡ  $\Gamma\Delta$  οὐ συμπίπτει τῇ  $B$  τομῇ.

ἢ χθωσαν γὰρ ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ  $EZ, H\Theta$ .

3. σύμπτωτοι V; corr. p.      6.  $ZK$ ]  $ZH$  V; corr. Halley.  
8. τήν] p, om. V.

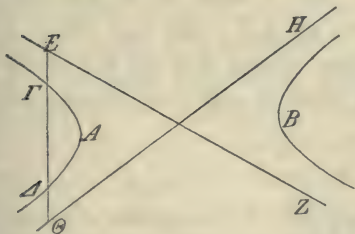
sint sectiones oppositae sectionesque oppositas aut in singulis punctis contingentes aut in binis secantes rectae  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , eaeque productae concurrant. dico, punctum earum concursus in angulo deinceps posito angulo sectionem comprehendenti esse positum.

asymptotae sectionum sint  $ZH$ ,  $\Theta K$ ; itaque  $AB$  producta cum asymptotis concurret [prop. VIII]. concurrat in  $\Theta$ ,  $H$ . et quoniam supposuimus,  $ZK$  et  $\Theta H$  concurrere, manifestum est, eas aut in spatio sub angulo  $\Theta AZ$  concurrere aut in spatio sub  $K\Delta H$ . et similiter etiam, si contingunt [prop. III].

XXXIII.

Si recta, quae cum altera opposita concurret, in utramque partem producta extra sectionem cadit, cum altera sectione non concurret, sed per tria spatia cadet, quorum unum est spatium sub angulo sectionem comprehendenti positum, duo autem spatia sub angulis angulo sectionem comprehendenti deinceps positis.

sint oppositae sectiones  $A$ ,  $B$ , sectionemque  $A$  secet recta aliqua  $\Gamma\Delta$  et in utramque partem producta extra sectionem cadat. dico, rectam  $\Gamma\Delta$  cum  $B$  sectione non concurrere.



ducantur enim asymptotae sectionum  $EZ$ ,  $H\Theta$ ;  $\Gamma\Delta$  igitur producta cum asymptotis concurret [prop. VIII].

concurrat autem in  $E$ ,  $\Theta$  solis. ergo cum  $B$  sectione non concurret.



ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ταῖς ἀσυμπτώτοις. οὐ συμπίπτει δὲ κατ' ἄλλα ἢ τὰ  $E, \Theta$ . ὥστε οὐ συμπεσεῖται οὐδὲ τῇ  $B$  τομῇ.

καὶ φανερόν, ὅτι διὰ τῶν τριῶν τόπων πεσεῖται.  
 5 ἔὰν γὰρ ἐκατέρα τῶν ἀντικειμένων συμπίπτῃ τις εὐθεῖα, οὐδεμιᾶ τῶν ἀντικειμένων συμπεσεῖται κατὰ δύο σημεῖα. εἰ γὰρ συμπεσεῖται κατὰ δύο σημεῖα, διὰ τὸ προοδεδειγμένον τῇ ἑτέρᾳ τομῇ οὐ συμπεσεῖται.

## λδ'.

10 Ἐὰν μιᾶς τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖά τις ἐπιφανῇ, καὶ ταύτῃ παράλληλος ἄχθῃ ἐν τῇ ἑτέρᾳ τομῇ, ἡ ἀπὸ τῆς ἀφῆς ἐπὶ μέσην τὴν παράλληλον ἀγομένη εὐθεῖα διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ μιᾶς  
 15 αὐτῶν τῆς  $A$  ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ  $\Gamma\Delta$  κατὰ τὸ  $A$ , καὶ τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἤχθω ἐν τῇ ἑτέρᾳ τομῇ ἡ  $EZ$ , καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ  $H$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AH$ . λέγω, ὅτι ἡ  $AH$  διάμετρος ἔστι τῶν ἀντικειμένων.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἡ  $A\Theta K$ . ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $\Theta$   
 20 ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $\Gamma\Delta$ . ἀλλὰ καὶ ἡ  $\Gamma\Delta$  παράλληλός ἐστι τῇ  $EZ$ . καὶ ἡ κατὰ τὸ  $\Theta$  ἄρα ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $EZ$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $EK$  τῇ  $KZ$ . ὅπερ ἀδύνατον. ἡ γὰρ  $EH$  τῇ  $HZ$  ἐστὶν ἴση. οὐκ ἄρα διάμετρος ἐστὶν ἡ  $A\Theta$  τῶν ἀντικειμέ-  
 25 νων. ἡ  $AB$  ἄρα.

## λε'.

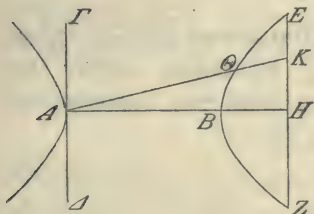
Ἐὰν ἡ διάμετρος ἐν μιᾷ τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖάν  
 τινα δίχα τέμνῃ, ἡ ἐπιψάουσα τῆς ἑτέρας τομῆς κατὰ

et manifestum est, eam per tria illa spatia cadere. nam si recta cum utraque opposita concurrat, cum neutra oppositarum in duobus punctis concurrat; si enim in duobus punctis concurrat, propter id, quod supra demonstratum est, cum altera sectione non concurrat.

XXXIV.

Si recta alteram oppositarum contingit, eique parallela in altera sectione ducitur recta, recta a puncto contactus ad mediam parallelam ducta diameter erit oppositarum.

sint sectiones oppositae  $A, B$ , et alteram earum  $A$  contingat recta aliqua  $\Gamma\Delta$  in  $A$ , rectaeque  $\Gamma\Delta$



parallelam in altera sectione ducatur  $EZ$  et in  $H$  in duas partes aequales secetur, ducaturque  $AH$ . dico,  $AH$  diametrum esse oppositarum.

nam si fieri potest, sit  $A\Theta K$ . recta igitur in  $\Theta$

contingens rectae  $\Gamma\Delta$  parallela est [prop. XXXI]. est autem etiam  $\Gamma\Delta$  rectae  $EZ$  parallela; quare recta in  $\Theta$  contingens rectae  $EZ$  parallela est [Eucl. I, 30]. itaque  $EK = KZ$  [I, 47]; quod fieri non potest; est enim  $EH = HZ$ . itaque  $A\Theta$  diameter oppositarum non est. ergo  $AB$  diameter est.

XXXV.

Si diameter in altera oppositarum rectam aliquam in duas partes aequales secat, recta alteram sectionem

τὸ πέρασ τῆς διαμέτρου παράλληλος ἔσται τῇ δίχα τεμνομένη εὐθεία.

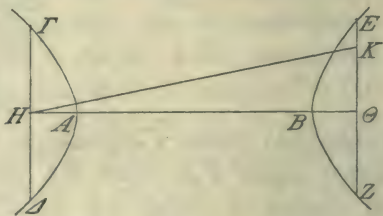
ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B$ , ἡ δὲ διάμετρος αὐτῶν ἡ  $AB$  τεμνέτω ἐν τῇ  $B$  τομῇ δίχα τὴν  $\Gamma\Delta$  εὐθεῖαν κατὰ τὸ  $E$ . λέγω, ὅτι ἡ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς παράλληλός ἐστι τῇ  $\Gamma\Delta$ .

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τῇ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς παράλληλος ἡ  $\Delta Z$ . ἴση ἄρα ἡ  $\Delta H$  τῇ  $HZ$ . ἔστι δὲ καὶ ἡ  $\Delta E$  τῇ  $E\Gamma$  ἴση. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Gamma Z$  τῇ  $EH$ . ὅπερ ἀδύνατον· ἐκβαλλομένη γὰρ αὐτῇ συμπίπτει. οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστὶν ἡ  $\Delta Z$  τῇ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς  $\Gamma\Delta$ .

λς'.

Ἐὰν ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖαι ἀχθῶσι παράλληλοι οὔσαι, ἡ τὰς διχοτομίας αὐτῶν ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ ἐν ἑκατέρᾳ αὐτῶν ἤχθωσαν εὐθεῖαι αἱ  $\Gamma\Delta, EZ$ , καὶ ἔστωσαν παράλληλοι, καὶ τετμήσθω ἑκατέρᾳ

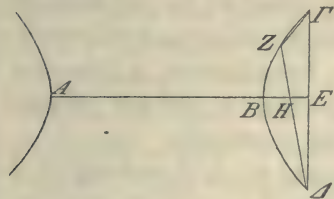


αὐτῶν δίχα κατὰ τὰ  $H, \Theta$  σημεία, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $H\Theta$ . λέγω, ὅτι ἡ  $H\Theta$  διάμετρος ἐστὶ τῶν ἀντικειμένων.

εἰ γὰρ μὴ, ἔστω ἡ  $HK$ . ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $\Gamma\Delta$ . ὥστε καὶ τῇ  $EZ$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $EK$  τῇ  $KZ$ . ὅπερ ἀδύνατον, ἐπεὶ καὶ

in termino diametri contingens rectae in duas partes aequales sectae parallela erit.

sint  $A, B$  sectiones oppositae, diametrus autem earum  $AB$  in sectione  $B$  rectam  $\Gamma\Delta$  in  $E$  in duas



partes aequales secet. dico, rectam in  $A$  sectionem contingentem rectae  $\Gamma\Delta$  parallelam esse.

nam si fieri potest, sit  $\Delta Z$  rectae in  $A$  sectionem contingentem parallela; itaque  $\Delta H = HZ$  [I, 48]. est autem etiam  $\Delta E = E\Gamma$ . itaque  $\Gamma Z, EH$  parallelae sunt [Eucl. VI, 2]; quod fieri non potest; nam  $\Gamma Z$  producta cum  $EH$  concurrat [I, 22]. ergo  $\Delta Z$  rectae in  $A$  sectionem contingentem parallela non est nec ulla alia praeter  $\Gamma\Delta$ .

XXXVI.

Si in utraque opposita rectae ducuntur parallelae, recta puncta media earum coniungens diametrus oppositarum erit.

sint  $A, B$  sectiones oppositae, et in utraque ducantur rectae  $\Gamma\Delta, EZ$  sintque parallelae, et utraque earum in punctis  $H, \Theta$  in binas partes aequales secetur, ducaturque  $H\Theta$ . dico,  $H\Theta$  diametrum esse oppositarum.

nam si minus, sit  $HK$ . recta igitur in  $A$  contingens rectae  $\Gamma\Delta$  parallela est [prop. V]; quare etiam rectae  $EZ$  [Eucl. I, 30]. itaque erit  $EK = KZ$  [I, 48]; quod fieri non potest, quoniam est  $E\Theta = \Theta Z$ . ita-

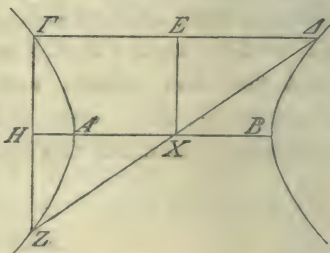


ἡ  $EΘ$  τῆ  $ΘZ$  ἔστιν ἴση. οὐκ ἄρα ἡ  $HK$  διάμετρος ἔστι τῶν ἀντικειμένων. ἡ  $HΘ$  ἄρα.

λξ'.

Ἐὰν ἀντικειμένας εὐθεῖα τέμνη μὴ διὰ τοῦ κέντρου, ἡ ἀπὸ τῆς διχοτομίας αὐτῆς ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιξυγνυμένη διάμετρος ἔστι τῶν ἀντικειμένων ἡ λεγομένη ὀρθία, πλαγία δὲ συζυγῆς αὐτῇ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀγομένη παράλληλος τῇ δίχα τεμνομένη.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ τὰς  $A, B$  10 τεμνέτω τις εὐθεῖα ἡ  $ΓΔ$  μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὕσα καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ  $E$ , καὶ τὸ κέντρον τῶν τομῶν ἔστω τὸ  $X$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $XE$ , καὶ διὰ τοῦ  $X$  τῆ  $ΓΔ$  παράλληλος ἡχθῶ ἡ  $AB$ . λέγω, ὅτι αἱ  $AB, EX$  συζυγεῖς εἰσι 15 διάμετροι τῶν τομῶν.



ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ  $ΔΧ$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $Z$ , 20 καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $ΓΖ$ . ἴση ἄρα ἔστιν ἡ  $ΔΧ$  τῆ  $ΧΖ$ . ἔστι δὲ καὶ ἡ  $ΔΕ$  τῆ  $ΕΓ$  ἴση· παράλληλος ἄρα ἔστιν ἡ  $ΕΧ$  τῆ  $ΖΓ$ . ἐκβεβλήσθω ἡ  $ΒΑ$  ἐπὶ τὸ  $H$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ  $ΔΧ$  τῆ  $ΧΖ$ , ἴση ἄρα καὶ ἡ  $ΕΧ$  τῆ  $ΖΗ$ · ὥστε καὶ ἡ  $ΓΗ$  ἴση τῆ  $ΖΗ$ . ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $A$  25 ἐφαπτομένη παράλληλος ἔστι τῆ  $ΓΖ$ · ὥστε καὶ τῆ  $ΕΧ$ . αἱ  $ΕΧ, AB$  ἄρα συζυγεῖς εἰσι διάμετροι.

λη'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐπιψάωσι συμπίπτουσαι, ἡ ἀπὸ τῆς συμπτώσεως ἐπιξυγνυμένη ἐπὶ

que  $HK$  diametrus oppositarum non est. ergo  $H\Theta$  diametrus est.

## XXXVII.

Si recta non per centrum ducta oppositas secat, recta a puncto eius medio ad centrum ducta diametrus est oppositarum, recta quae uocatur, transuersa autem cum ea coniugata recta est a centro ducta rectae in duas partes aequales sectae parallela.

sint  $A, B$  sectiones oppositae, sectionesque  $A, B$  secet recta  $\Gamma A$  non per centrum ducta et in  $E$  in duas partes aequales secetur, centrum autem sectionum sit  $X$ , ducaturque  $XE$ , et per  $X$  rectae  $\Gamma A$  parallela ducatur  $AB$ . dico,  $AB$  et  $EX$  diametros coniugatas esse sectionum.

ducatur enim  $\Delta X$  et ad  $Z$  producat, ducaturque  $\Gamma Z$ . itaque  $\Delta X = XZ$  [I, 30]. uerum etiam  $\Delta E = E\Gamma$ ; itaque  $EX$  et  $Z\Gamma$  parallelae sunt [Eucl. VI, 2]. producat  $BA$  ad  $H$ . et quoniam est  $\Delta X = XZ$ , erit etiam  $EX = ZH$  [Eucl. VI, 4; V, 14]; quare etiam  $\Gamma H = ZH$  [Eucl. I, 34]. itaque recta in  $A$  contingens rectae  $\Gamma Z$  parallela est [prop. V]; quare etiam rectae  $EX$  [parallela est [Eucl. I, 30]. ergo  $EX, AB$  diametri coniugatae sunt [I, 16].  $\square$

## XXXVIII.

Si duae rectae concurrentes oppositas contingunt, recta a puncto concursus ad mediam rectam puncta contactus coniungentem ducta diametrus erit oppositarum, recta quae uocatur, transuersa autem cum ea

μέσῃν τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων ἢ λεγομένη ὀρθία, πλαγία δὲ συζυγῆς αὐτῇ ἢ διὰ τοῦ κέντρου ἀγομένη παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν.

5 ἔστωσαν ἀντικείμενοι τομαὶ αἱ  $A, B$ , ἐφαπτόμεναι δὲ τῶν τομῶν αἱ  $\Gamma X, X\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma\Delta$  καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $EX$ . λέγω, ὅτι ἡ  $EX$  διάμετρος ἔστιν ἢ λεγομένη ὀρθία, πλαγία δὲ συζυγῆς αὐτῇ ἢ διὰ τοῦ κέντρου τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος  
10 ἀγομένη.

ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, διάμετρος ἡ  $EZ$ , καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον τὸ  $Z$ . συμπεσεῖται ἄρα ἡ  $\Delta X$  τῇ  $EZ$ . συμπιπτέτω κατὰ τὸ  $Z$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma Z$ . συμβαλεῖ ἄρα ἡ  $\Gamma Z$  τῇ τομῇ. συμβαλέτω κατὰ τὸ  $A$ , καὶ  
15 διὰ τοῦ  $A$  τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $AB$ . ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἔστιν ἡ  $EZ$ , καὶ τὴν  $\Gamma\Delta$  δίχα τέμνει, καὶ τὰς παραλλήλους αὐτῇ δίχα τέμνει. ἴση ἄρα ἔστιν ἡ  $AH$  τῇ  $HB$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ  $\Gamma E$  τῇ  $E\Delta$ , καὶ ἔστιν ἐν τριγώνῳ τῷ  $\Gamma Z\Delta$ , ἴση ἄρα καὶ ἡ  $AH$  τῇ  $HK$ .  
20 ὥστε καὶ ἡ  $HK$  τῇ  $HB$  ἔστιν ἴση· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ  $EZ$  διάμετρος ἔσται.

### λθ'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφάπτονται συμπίπτουσαι, ἢ διὰ τοῦ κέντρου καὶ τῆς συμπτώσεως  
25 τῶν ἐφαπτομένων ἀγομένη δίχα τέμνει τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν εὐθεῖαν.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ τῶν  $A, B$  δύο εὐθεῖαι ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι αἱ  $\Gamma E, E\Delta$ , καὶ

14.  $\Gamma Z$ ] cp, corr. ex  $\Gamma\Delta$  V, sed obscure.  
 $Z\Delta$  V; corr. p.

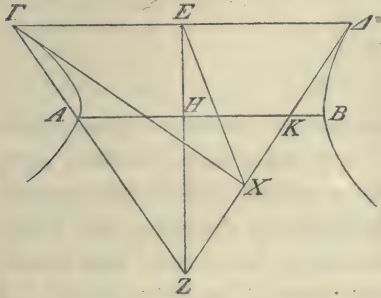
19.  $\Gamma Z\Delta$ ]

coniugata recta erit per centrum ducta rectae puncta contactus coniungenti parallela.

sint  $A, B$  sectiones oppositae, sectionesque contingent  $\Gamma X, X\Delta$ , et ducatur  $\Gamma\Delta$  seceturque in duas partes aequales in  $E$ , et ducatur  $EX$ . dico,  $EX$  diametrum esse, recta quae uocatur, transuersam autem

cum ea coniugatam rectam per centrum rectae  $\Gamma\Delta$  parallelam ductam.

sit enim, si fieri potest,  $EZ$  diametrus, et sumatur punctum aliquod  $Z$ ;  $\Delta X$  igitur cum  $EZ$  concurret. concurrat in



$Z$ , ducaturque  $\Gamma Z$ ;  $\Gamma Z$  igitur cum sectione concurret [I, 32]. concurrat in  $A$ , et per  $A$  rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $AB$ . iam quoniam  $EZ$  diametrus est et rectam  $\Gamma\Delta$  in duas partes aequales secat, etiam rectas ei parallelas in binas partes aequales secat [I def. 4]. itaque  $AH = HB$ . et quoniam est  $\Gamma E = E\Delta$ , et in triangulo sunt  $\Gamma Z\Delta$ , erit etiam  $AH = HK$  [Eucl. VI, 4]. quare etiam  $HK = HB$ ; quod fieri non potest. ergo  $EZ$  diametrus non erit.

XXXIX.

Si duae rectae concurrentes oppositas contingunt, recta per centrum punctumque concursus contingentium ducta rectam puncta contactus coniungentem in duas partes aequales secat.



ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ διάμετρος ἤχθω ἡ  $EZ$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $\Gamma Z$  τῇ  $Z\Delta$ .

εἰ γὰρ μή, τετμήσθω ἡ  $\Gamma\Delta$  δίχα κατὰ τὸ  $H$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $HE$ . ἡ  $HE$  ἄρα διάμετρος ἐστίν. ἐστὶ  
5 δὲ καὶ ἡ  $EZ$ . κέντρον ἄρα ἐστὶ τὸ  $E$ . ἡ ἄρα σύμ-  
πτωσις τῶν ἐφαπτομένων ἐπὶ τοῦ κέντρου ἐστὶ τῶν  
τομῶν· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστίν ἡ  $\Gamma Z$   
τῇ  $Z\Delta$ . ἴση ἄρα.

μ'.

10 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι  
συμπίπτωσι, καὶ διὰ τῆς συμπτώσεως εὐθεῖα ἀχθῆ  
παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν συμπίπτουσα ταῖς  
τομαῖς, αἱ ἀπὸ τῶν συμπτώσεων ἀγόμεναι ἐπὶ μέσῃ  
τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν ἐφάπτονται τῶν τομῶν.

15 ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ τῶν  $A, B$   
δύο εὐθεῖαι ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι αἱ  $\Gamma E, E\Delta$ , καὶ

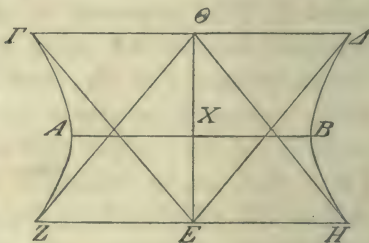
ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ

διὰ τοῦ  $E$  τῇ  $\Gamma\Delta$  παρ-  
ἀλληλος ἤχθω ἡ  $ZEH$ ,

20 καὶ τετμήσθω ἡ  $\Gamma\Delta$   
δίχα κατὰ τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐπε-

ξεύχθωσαν αἱ  $Z\Theta, \Theta H$ .

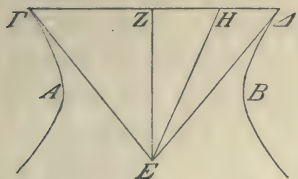
λέγω, ὅτι αἱ  $Z\Theta, \Theta H$   
ἐφάπτονται τῶν τομῶν.



25 ἐπεξεύχθω ἡ  $E\Theta$ . διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ  $E\Theta$  ὀρθία,  
πλαγία δὲ συζυγῆς αὐτῇ ἡ διὰ τοῦ κέντρου τῇ  $\Gamma\Delta$   
παράλληλος ἀγομένη. εἰλήφθω τὸ κέντρον τὸ  $X$ , καὶ

4. ἡ  $HE$ ] om. V; corr. p. 7. οὐκ ἄρα ἄνισός] addidi;  
om. V. 14. ἐφάπτονται V; corr. pc. 24. ἐφάπτονται V;  
infra  $\omega$  macula est (o?); corr. p.

sint  $A, B$  sectiones oppositae, sectionesque  $A, B$  contingentes duae rectae ducantur  $\Gamma E, E\Delta$ , ducaturque  $\Gamma\Delta$ , et diameter ducatur  $EZ$ . dico, esse  $\Gamma Z = Z\Delta$ .



nam si minus,  $\Gamma\Delta$  in  $H$  in duas partes aequales secetur, ducaturque  $HE$ ;  $HE$  igitur diameter est [prop. XXXVIII]. uerum etiam  $EZ$

diameter est; centrum igitur est  $E$ . itaque concursus contingentium in centro est sectionum; quod absurdum est [prop. XXXII]. itaque  $\Gamma Z, Z\Delta$  inaequales non sunt. ergo  $\Gamma Z = Z\Delta$ .

XL.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et per punctum concursus recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela cum sectionibus concurrens, rectae a punctis concursus ad mediam rectam puncta contactus coniungentem ductae sectiones contingunt.

sint  $A, B$  sectiones oppositae, ducanturque duae rectae sectiones  $A, B$  contingentes  $\Gamma E, E\Delta$ , et ducatur  $\Gamma\Delta$ , per  $E$  autem rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $ZEH$ , et  $\Gamma\Delta$  in  $\Theta$  in duas partes aequales secetur, ducanturque  $Z\Theta, \Theta H$ . dico, rectas  $Z\Theta, \Theta H$  sectiones contingere.

ducatur  $E\Theta$ ;  $E\Theta$  igitur diameter est recta, transversa autem cum ea coniugata recta est per centrum rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducta [prop. XXXVIII]. sumatur centrum  $X$ , et rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $AXB$ . itaque  $\Theta E$ ,

τῆ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $AXB$ . αἱ  $\Theta E$ ,  $AB$  ἄρα  
 συζυγεῖς εἰσι διάμετροι. καὶ τεταγμένως ἤκται ἡ  $\Gamma\Theta$   
 ἐπὶ τὴν δευτέραν διάμετρον, ἐφαπτομένη δὲ τῆς τομῆς  
 ἡ  $\Gamma E$  συμπίπτουσα τῆ δευτέρᾳ διαμέτρῳ. τὸ ἄρα  
 5 ὑπὸ  $EX\Theta$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς δευτέρας  
 διαμέτρου, τουτέστι τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ παρὰ τὴν  
 $AB$  εἴδους. καὶ ἐπεὶ τεταγμένως μὲν ἤκται ἡ  $ZE$ ,  
 ἐπέξενυται δὲ ἡ  $Z\Theta$ , διὰ τουτο ἐφάπτεται ἡ  $Z\Theta$  τῆς  
 $A$  τομῆς. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ  $H\Theta$  ἐφάπτεται τῆς  $B$   
 10 τομῆς. αἱ  $Z\Theta$ ,  $\Theta H$  ἄρα ἐφάπτονται τῶν  $A$ ,  $B$  τομῶν.

μα'.

Ἐὰν ἐν ταῖς ἀντικειμέναις δύο εὐθείαι τέμνωσιν  
 ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου, οὐ τέμνουσιν ἀλλή-  
 λας δίχα.

15 ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A$ ,  $B$ , καὶ ἐν ταῖς  
 $A$ ,  $B$  δύο εὐθείαι τεμνέτωσαν ἀλλήλας αἱ  $\Gamma B$ ,  $A\Delta$   
 κατὰ τὸ  $E$  μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι. λέγω, ὅτι οὐ  
 τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτωσαν, καὶ τὸ κέντρον τῶν  
 20 τομῶν ἔστω τὸ  $X$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $EX$ : διάμετρος ἄρα  
 ἐστὶν ἡ  $EX$ . ἤχθω διὰ τοῦ  $X$  τῆ  $B\Gamma$  παράλληλος ἡ  $XZ$ .  
 ἡ  $XZ$  ἄρα διάμετρος ἐστὶ καὶ συζυγῆς τῆ  $EX$ . ἡ ἄρα  
 κατὰ τὸ  $Z$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστὶ τῆ  $EX$ . κατὰ  
 τὰ αὐτὰ δὲ παραλλήλου ἀχθείσης τῆς  $\Theta K$  τῆ  $A\Delta$  ἡ κατὰ  
 25 τὸ  $\Theta$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστὶ τῆ  $EX$ . ὥστε καὶ ἡ  
 κατὰ τὸ  $Z$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστὶ τῆ κατὰ τὸ  
 $\Theta$  ἐφαπτομένη· ὅπερ ἄτοπον· ἐδείχθη γὰρ καὶ συμ-

1.  $AXB$ ]  $XAB$  V; corr. p.  
 ἀλλήλαις V; corr. p.

7. ἐπεὶ] p, ἐπί V.

16.

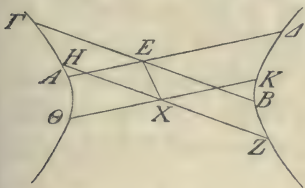
$AB$  diametri sunt coniugatae. et  $\Gamma\Theta$  ad diametrum secundam ordinate ducta est, sectionem contingens autem  $\Gamma E$  cum secunda diametro concurrens; itaque [I, 38] rectangulum  $EX \times X\Theta$  aequale est quadrato dimidiae secundae diametri, hoc est quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae [I def. alt. 3]. et quoniam  $ZE$  ordinate ducta est, et ducta est  $Z\Theta$ , propterea  $Z\Theta$  sectionem  $A$  contingit [I, 38]. eadem de causa etiam  $H\Theta$  sectionem  $B$  contingit. ergo  $Z\Theta$ ,  $\Theta H$  sectiones  $A$ ,  $B$  contingunt.

XLI.

Si in oppositis duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in binas partes aequales inter se non secant.

sint  $A$ ,  $B$  sectiones oppositae, et in  $A$ ,  $B$  duae rectae  $\Gamma B$ ,  $A\Delta$  non per centrum ductae in  $E$  inter se secant. dico, eas in binas partes aequales inter se non secare.

nam si fieri potest, secant, centrum autem sectionum sit  $X$ , et ducatur  $EX$ ;  $EX$  igitur diameter est [prop. XXXVII]. ducatur per  $X$  rectae  $B\Gamma$  parallela  $XZ$ ;  $XZ$  igitur diameter est et cum  $EX$  coniugata [ibid.]. itaque



recta in  $Z$  contingens rectae  $EX$  parallela est [I def. 6]. iam eadem de causa ducta  $\Theta K$  rectae  $A\Delta$  parallela recta in  $\Theta$  contingens rectae  $EX$  parallela est; quare etiam recta in  $Z$  contingens rectae in  $\Theta$  contingenti parallela est [Eucl. I, 30];

$EX$  parallela est [I def. 6]. iam eadem de causa ducta  $\Theta K$  rectae  $A\Delta$  parallela recta in  $\Theta$  contingens rectae  $EX$  parallela est; quare etiam recta in  $Z$  contingens rectae in  $\Theta$  contingenti parallela est [Eucl. I, 30];



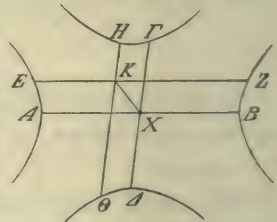
πίπτουσα. οὐκ ἄρα αἱ  $\Gamma B$ ,  $A\Delta$  μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι τέμνουσι ἀλλήλας δίχα.

μβ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις δύο εὐ-  
5 θεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  
 $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , καὶ ἐν ταῖς  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  τομαῖς δύο εὐ-  
θεῖαι τεμνέτωσαν ἀλλήλας αἱ  
10  $EZ$ ,  $H\Theta$  κατὰ τὸ  $K$  μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι. λέγω, ὅτι οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτωσαν, καὶ το κέντρον τῶν τομῶν ἔστω  
15 τὸ  $X$ , καὶ τῇ μὲν  $EZ$  ἤχθω παράλληλος ἡ  $AB$ , τῇ δὲ  $\Theta H$  ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $KX$ . αἱ  $KX$ ,  $AB$  ἄρα συζυγεῖς εἰσι διάμετροι. ὁμοίως καὶ αἱ  $XK$ ,  $\Gamma\Delta$  συζυγεῖς εἰσι διάμετροι. ὥστε καὶ ἡ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη τῇ  
20 κατὰ τὸ  $\Gamma$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστιν· ὅπερ ἀδύνατον· συμπίπτει γάρ, ἐπειδὴ ἡ μὲν κατὰ τὸ  $\Gamma$  ἐφαπτομένη τέμνει τὰς  $A$ ,  $B$  τομάς, ἡ δὲ κατὰ τὸ  $A$  τὰς  $\Delta$ ,  $\Gamma$ , καὶ φανερόν, ὅτι ἡ σύμπτωσης αὐτῶν ἐν τῷ ὑπὸ τὴν  $AX\Gamma$  γωνίαν τόπως ἐστίν. οὐκ ἄρα αἱ  $EZ$ ,  
25  $H\Theta$  μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.



μγ'.

Ἐὰν μίαν τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων εὐθεῖα τέμνη κατὰ δύο σημεῖα, διὰ δὲ τοῦ κέντρου ἡ μὲν

quod absurdum est; nam demonstrauius [prop. XXXI], eisdem concurrere. ergo  $\Gamma B$ ,  $A\Delta$  per centrum non ductae in binas partes aequales inter se non secant.

## XLII.

Si in oppositis coniugatis duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in binas partes aequales inter se non secant.

sint  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  sectiones oppositae coniugatae, et in sectionibus  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  duae rectae  $EZ$ ,  $H\Theta$  non per centrum ductae in  $K$  inter se secant. dico, eas in binas partes aequales inter se non secare.

nam si fieri potest, secant, centrum autem sectionum sit  $X$ , et ducatur rectae  $EZ$  parallela  $AB$ , rectae  $\Theta H$  autem parallela  $\Gamma\Delta$ , ducaturque  $KX$ ;  $KX$  et  $AB$  igitur diametri sunt coniugatae [prop. XXXVII]. eadem de causa etiam  $XK$  et  $\Gamma\Delta$  diametri sunt coniugatae. quare etiam recta in  $A$  contingens rectae in  $\Gamma$  contingenti parallela est [I def. 6; Eucl. I, 30]; quod fieri non potest; concurrunt enim, quoniam recta in  $\Gamma$  contingens sectiones  $A$ ,  $B$  secat, recta autem in  $A$  contingens sectiones  $\Delta$ ,  $\Gamma$  [prop. XIX], et manifestum est, punctum concursus earum in spatio sub angulo  $AX\Gamma$  posito esse [prop. XXI]. ergo  $EZ$ ,  $H\Theta$  non per centrum ductae in binas partes aequales inter se non secant.

## XLIII.

Si recta unam oppositarum coniugarum in duobus punctis secat, per centrum autem recta ad mediam secantem ducitur, alia autem secanti parallela, hae diametri coniugatae oppositarum erunt.



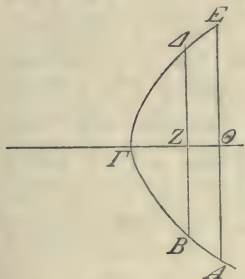
sint  $A, B, \Gamma, \Delta$  sectiones oppositae coniugatae, et recta aliqua sectionem  $A$  in duobus punctis  $E, Z$  secet, seceturque  $EZ$  in  $H$  in duas partes aequales, centrum autem sit  $X$ , et ducatur  $XH$ , rectae autem  $EZ$  parallela ducatur  $\Gamma X$ . dico, rectas  $AX, X\Gamma$  diametros coniugatas esse.

nam quoniam  $AX$  diametrus est et rectam  $EZ$  in duas partes aequales secat, recta in  $A$  contingens rectae  $EZ$  parallela est [prop. V]; quare etiam rectae  $\Gamma X$  [Eucl. I, 30]. quoniam igitur sectiones oppositae sunt, et unam earum  $A$  in  $A$  contingens ducta est recta, a centro autem  $X$  ad punctum contactus ducta est  $XA$ , contingenti autem parallela ducta est  $\Gamma X$ , rectae  $XA, \Gamma X$  diametri coniugatae sunt; hoc enim antea demonstratum est [prop. XX].

XLIV.

Datae conii sectionis diametrum inuenire.

sit data sectio conii, in qua sunt puncta  $A, B, \Gamma, \Delta, E$ . oportet igitur diametrum eius inuenire.



factum sit, sitque  $\Gamma\Theta$ . itaque rectis  $\Delta Z, E\Theta$  ordinate ductis productisque erit

$$\Delta Z = ZB, E\Theta = \Theta A \text{ [I def. 4].}$$

itaque si rectas  $B\Delta, EA$ , quae parallelae sunt, positione fixerimus, data erunt puncta  $\Theta, Z$ . ergo  $\Theta Z\Gamma$  positione data erit.

componetur hoc modo: sit data conii sectio, in qua sunt puncta  $A, B, \Gamma, \Delta, E$ , et parallelae ducantur rectae  $B\Delta, AE$  secenturque



συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου  
τομῆ, ἐφ' ἧς τὰ  $A, B, \Gamma, \Delta, E$  σημεῖα, καὶ ἤχθωσαν  
παράλληλοι αἱ  $B\Delta, AE$  καὶ τετμήσθωσαν δίχα κατὰ  
τὰ  $Z, \Theta$ . καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $Z\Theta$  διάμετρος ἔσται τῆς  
5 τομῆς. τῷ δὲ αὐτῷ τρόπῳ καὶ ἀπείρους εὐρήσομεν  
διαμέτρους.

με'.

Τῆς δοθείσης ἐλλείψεως ἢ ὑπερβολῆς τὸ κέντρον  
εὐρεῖν.

10 τοῦτο δὲ φανερόν· ἐὰν γὰρ διαχθῶσι δύο διά-  
μετροι τῆς τομῆς αἱ  $AB, \Gamma\Delta$ , καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλ-  
λήλας, ἔσται τῆς τομῆς τὸ κέντρον, ὡς ὑπόκειται.

μς'.

Τῆς δοθείσης κώνου τομῆς τὸν ἄξονα εὐρεῖν.

15 ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομῆ πρότερον παραβολή,  
ἐφ' ἧς τὰ  $Z, \Gamma, E$ . δεῖ δὴ αὐτῆς τὸν ἄξονα εὐρεῖν.

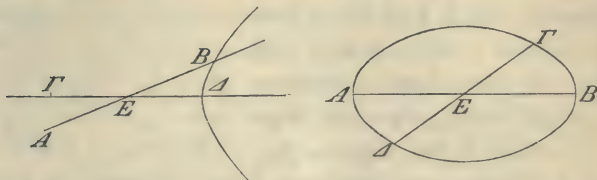
ἤχθω γὰρ αὐτῆς διάμετρος ἡ  $AB$ . εἰ μὲν οὖν ἡ  
 $AB$  ἄξων ἐστί, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· εἰ δὲ  
οὐ, γεγονέτω, καὶ ἔστω ἄξων ὁ  $\Gamma\Delta$ . ὁ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ἄξων  
20 παράλληλός ἐστι τῇ  $AB$  καὶ τὰς ἀγομένας ἐπ' αὐτὴν  
καθέτους δίχα τέμνει. αἱ δὲ ἐπὶ τὴν  $\Gamma\Delta$  κάθετοι  
καὶ ἐπὶ τὴν  $AB$  κάθετοί εἰσιν· ὥστε ἡ  $\Gamma\Delta$  τὰς ἐπὶ  
τὴν  $AB$  κάθετους δίχα τέμνει. ἐὰν οὖν τάξω τὴν  
 $EZ$  κάθετον ἐπὶ τὴν  $AB$ , ἔσται θέσει, καὶ διὰ τοῦτο  
25 ἴση ἐστὶν ἡ  $E\Delta$  τῇ  $\Delta Z$ . δοθέν ἄρα ἐστὶ τὸ  $\Delta$ . διὰ  
δεδομένου ἄρα τοῦ  $\Delta$  παρὰ θέσει τὴν  $AB$  ἦνται ἡ  
 $\Gamma\Delta$ . θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Gamma\Delta$ .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα παρα-

in binas partes aequales in  $Z$ ,  $\Theta$ . et ducta  $Z\Theta$  diametrus sectionis erit [I def. 4]. eodem autem modo etiam innumerabiles diametros inueniemus.

XLV.

Datae ellipsis uel hyperbolae centrum inuenire. hoc autem manifestum est. nam si duae diametri



sectionis ducuntur  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  [prop. XLIV], ubi inter se secant, centrum erit sectionis, ut infra descriptum est.

XLVI.

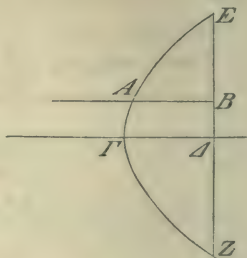
Datae conic sectionis axem inuenire.

sit data conic sectio prius parabola, in qua sunt  $Z$ ,  $\Gamma$ ,  $E$ . oportet igitur axem eius inuenire.

ducatur enim diametrus eius  $AB$  [prop. XLIV]. iam si  $AB$  axis est, factum erit propositum; sin minus, factum sit, et axis sit  $\Gamma\Delta$ ; axis igitur  $\Gamma\Delta$  rectae  $AB$  parallela est [I, 51 coroll.] et rectas ad eam perpendiculares ductas in binas partes aequales secat [I def. 7]. rectae autem ad  $\Gamma\Delta$  perpendiculares etiam ad  $AB$  perpendiculares sunt; quare  $\Gamma\Delta$  rectas ad  $AB$  perpendiculares in binas partes aequales secat. iam si fixero  $EZ$  ad  $AB$  perpendicularem, positione data

Figuras prop. XLV in prop. XLIV habet V; in prop. XLV mg. ἐγράφη τὸ σχῆμα ἄνω m. 1.

βολή, ἐφ' ἧς τὰ  $Z, E, A$ , καὶ ἤχθω αὐτῆς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ ἐπ' αὐτήν κάθετος ἤχθω ἡ  $BE$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $Z$ . εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $EB$  τῇ  $BZ$ , φανερόν, ὅτι ἡ  $AB$  ἄξων  
 5 ἐστίν· εἰ δὲ οὐ, τετμησθω ἡ  $EZ$  δίχα τῷ  $\Delta$ , καὶ τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Gamma\Delta$ . φανερόν δὲ, ὅτι ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄξων ἐστὶ τῆς τομῆς· παράλληλος γὰρ  
 10 οὖσα τῇ διαμέτρῳ, τουτέστι διάμετρος οὖσα, τὴν  $EZ$  δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. τῆς ἄρα δοθείσης παραβολῆς ὁ ἄξων ἠύρηται ὁ  $\Gamma\Delta$ . καὶ φανερόν, ὅτι εἷς ἄξων ἐστὶ τῆς παραβολῆς. εἰ  
 15 γὰρ ἄλλος ἔσται ὡς ὁ  $AB$ , ἔσται τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος. καὶ τὴν  $EZ$  τέμνει· ὥστε καὶ δίχα. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $BE$  τῇ  $BZ$ · ὅπερ ἄτοπον.



μζ'.

Τῆς δοθείσης ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως τὸν ἄξωνα  
 20 εὕρειν.

ἔστω ὑπερβολή ἢ ἐλλείψις ἡ  $AB\Gamma$ . δεῖ δὲ αὐτῆς τὸν ἄξωνα εὕρειν.

εὕρησθω καὶ ἔστω ὁ  $K\Delta$ , κέντρον δὲ τῆς τομῆς τὸ  $K$ . ἡ ἄρα  $K\Delta$  τὰς ἐπ' αὐτήν τεταγμένως κατα-  
 25 γομένας δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει.

ἤχθω κάθετος ἡ  $\Gamma\Delta A$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $KA, K\Gamma$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $\Delta A$ , ἴση ἄρα ἡ  $\Gamma K$  τῇ  $KA$ .

3. ἐπί] om. V; corr. p. 13. εὕρηται cp. 21. ἐλλείψις] c, ἐλλειψις, supra scr. l m. 1, V. 23.  $K\Delta$ ]  $A\Delta$  V; corr. p. 26.  $KA$ ]  $K\Delta$  V; corr. p.

erit [Eucl. dat. 30], et ob causam, quam indicauimus, erit  $EA = AZ$ . quare  $\Delta$  datum est. per datum igitur punctum  $\Delta$  rectae  $AB$  positione datae parallela ducta est  $\Gamma\Delta$ ; ergo  $\Gamma\Delta$  positione data est [Eucl. dat. 28].

componetur hoc modo: sit data parabola, in qua sunt puncta  $Z, E, A$ , et eius diametrus ducatur  $AB$  [prop. XLIV], ad eamque perpendicularis ducatur  $BE$  et ad  $Z$  producat. iam si  $EB = BZ$ , manifestum est,  $AB$  axem esse [I def. 7]; sin minus,  $EZ$  in  $\Delta$  in duas partes aequales secetur, et rectae  $AB$  parallela ducatur  $\Gamma\Delta$ . manifestum igitur,  $\Gamma\Delta$  axem esse sectionis. nam diametro parallela ducta, h. e. ipsa diametrus [I, 51 coroll.], rectam  $EZ$  et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat [I def. 7]. ergo datae parabolae axis inuentus est  $\Gamma\Delta$ .

et manifestum est, unum solum axem esse parabolae. nam si alius quoque erit ut  $AB$ , rectae  $\Gamma\Delta$  parallela erit [I, 51 coroll.]. et rectam  $EZ$  secat; quare etiam in duas partes aequales eam secat [I def. 4]. itaque  $BE = BZ$ ; quod absurdum est.

#### XLVII.

Datae hyperbolae uel ellipsis axem inuenire.

sit  $AB\Gamma$  hyperbola uel ellipsis. oportet igitur axem eius inuenire.

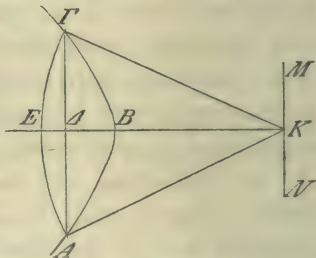
inuentus sit et sit  $K\Delta$ , centrum autem sectionis sit  $K$ ; itaque  $K\Delta$  rectas ad eam ordinate ductas in binas partes aequales et ad angulos rectos secat [I def. 7].

ducatur perpendicularis  $\Gamma\Delta A$ , ducanturque  $KA, K\Gamma$ . iam quoniam est  $\Gamma\Delta = \Delta A$ , erit etiam  $\Gamma K = KA$



ἐὰν οὖν τάξωμεν δοθέν τὸ  $\Gamma$ , ἔσται δοθεῖσα ἡ  $\Gamma\text{Κ}$ .  
 ὥστε ὁ κέντρον τῷ  $\text{Κ}$ , διαστήματι δὲ τῷ  $\text{Κ}\Gamma$  κύκλος  
 γραφόμενος ἤξει καὶ διὰ τοῦ  $\text{Α}$  καὶ ἔσται θέσει δε-  
 δομένος. ἔστι δὲ καὶ ἡ  $\text{ΑΒ}\Gamma$  τομὴ δοθεῖσα θέσει.  
 5 δοθέν ἄρα τὸ  $\text{Α}$ . ἔστι δὲ καὶ τὸ  $\Gamma$  δοθέν. θέσει  
 ἄρα ἡ  $\Gamma\text{Α}$ . καὶ ἔστιν ἴση ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $\Delta\text{Α}$ . δοθέν  
 ἄρα τὸ  $\Delta$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $\text{Κ}$  δοθέν. δοθεῖσα ἄρα τῇ  
 θέσει ἡ  $\Delta\text{Κ}$ .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα ὑπερ-  
 10 βολὴ ἢ ἔλλειψις ἡ  $\text{ΑΒ}\Gamma$ , καὶ εἰλήφθω αὐτῆς κέντρον  
 τὸ  $\text{Κ}$ . εἰλήφθω δὲ ἐπὶ τῆς τομῆς τυχὸν σημεῖον τὸ  
 $\Gamma$ , καὶ κέντρον τῷ  $\text{Κ}$ , δια-  
 στήματι δὲ τῷ  $\text{Κ}\Gamma$  κύκλος  
 γεγράφθω ὁ  $\text{ΓΕΑ}$ , καὶ  
 15 ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma\text{Α}$  καὶ δίχα  
 τετμήσθω κατὰ τὸ  $\Delta$ , καὶ  
 ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $\text{Κ}\Gamma$ ,  $\text{Κ}\Delta$ ,  
 $\text{ΚΑ}$ , καὶ διήχθω ἡ  $\text{Κ}\Delta$   
 ἐπὶ τὸ  $\text{Β}$ .



20 ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν ἡ  $\text{Α}\Delta$  τῇ  $\Delta\Gamma$ , κοινὴ δὲ ἡ  
 $\Delta\text{Κ}$ , δύο ἄρα αἱ  $\Gamma\Delta\text{Κ}$  δύο ταῖς  $\text{Α}\Delta\text{Κ}$  ἴσαι εἰσὶ, καὶ  
 βάσις ἡ  $\text{ΚΑ}$  τῇ  $\text{Κ}\Gamma$  ἴση. ἡ ἄρα  $\text{ΚΒ}\Delta$  τὴν  $\text{Α}\Delta\Gamma$   
 δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. ἄξων ἄρα ἔστιν ἡ  $\text{Κ}\Delta$ .  
 ἤχθω διὰ τοῦ  $\text{Κ}$  τῇ  $\Gamma\text{Α}$  παράλληλος ἡ  $\text{ΜΚΝ}$ . ἡ  
 25 ἄρα  $\text{ΜΝ}$  ἄξων ἐστὶ τῆς τομῆς συζυγῆς τῇ  $\text{ΒΚ}$ .

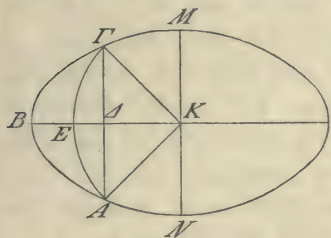
μη'.

Δεδειγμένων δὴ τούτων ἐξῆς ἔστω δεῖξαι, ὅτι ἄλ-  
 λοι ἄξουες τῶν αὐτῶν τομῶν οὐκ εἰσὶν.

7. δοθεῖσα] om. V; corr. p (δοθέν om.). 9. δὴ] p, δέ V.  
 17.  $\text{Κ}\Delta$ ] καὶ V; corr. p; del. Halley.

[Eucl. I, 4]. iam si  $\Gamma$  punctum datum fixerimus, data erit  $\Gamma K$  [Eucl. dat. 26]. quare circulus centro  $K$ , radio autem  $K\Gamma$  descriptus etiam per  $A$  ueniet et positione datus erit [dat. def. 6]. uerum etiam sectio  $AB\Gamma$  positione data est. itaque  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $\Gamma$  datum est; itaque  $\Gamma A$  positione data est [dat. 26]. et  $\Gamma\Delta = \Delta A$ ; itaque  $\Delta$  datum est [dat. 7]. uerum etiam  $K$  datum est. ergo  $\Delta K$  positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: sit data hyperbola uel ellipsis  $AB\Gamma$ , et sumatur centrum eius  $K$  [prop.



XLV]; sumatur autem in sectione punctum aliquod  $\Gamma$ , et centro  $K$ , radio autem  $K\Gamma$  circulus describatur  $\Gamma EA$ , ducaturque  $\Gamma A$  et in  $\Delta$  in duas partes aequales secetur, ducanturque  $K\Gamma$ ,

$K\Delta$ ,  $KA$ , et  $K\Delta$  ad  $B$  producat.

iam quoniam est  $A\Delta = \Delta\Gamma$ , et communis  $\Delta K$ , erunt duae rectae  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta K$  duabus  $A\Delta$ ,  $\Delta K$  aequales, et basis  $KA$  basi  $K\Gamma$  aequalis [Eucl. I, 4]. itaque  $KB\Delta$  rectam  $A\Delta\Gamma$  et in duas partes aequales et ad rectos angulos secat. ergo  $K\Delta$  axis est [I def. 7].

ducatur per  $K$  rectae  $\Gamma A$  parallela  $MKN$ ; itaque  $MN$  axis sectionis est cum  $BK$  coniugatus [I def. 8].

### XLVIII.

Iam his demonstratis deinde sit demonstrandum, alios axes earundem sectionum non esse.

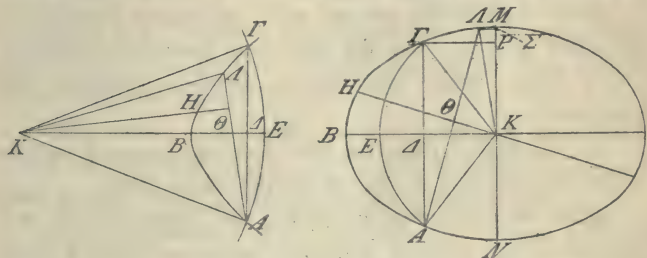
εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω καὶ ἕτερος ἄξων ὁ ΚΗ.  
κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ τοῖς ἔμπροσθεν ἀχθείσης καθέτου  
τῆς ΑΘ ἴση ἔσται ἢ ΑΘ τῇ ΘΑ· ὥστε καὶ ἢ ΑΚ  
τῇ ΚΑ. ἀλλὰ καὶ τῇ ΚΓ· ἴση ἄρα ἢ ΚΑ τῇ ΚΓ.  
5 ὅπερ ἄτοπον.

ὅτι μὲν οὖν καὶ ὁ ΑΕΓ κύκλος κατ' ἄλλο σημεῖον  
μεταξὺ τῶν Α, Β, Γ οὐ συμβάλλει τῇ τομῇ, ἐπὶ μὲν  
τῆς ὑπερβολῆς φανερόν· ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως κάθε-  
τοι ἤχθωσαν αἱ ΓΡ, ΑΣ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν ἢ ΚΓ  
10 τῇ ΚΑ· ἐκ κέντρου γάρ· ἴσον ἔστι καὶ τὸ ἀπὸ ΓΚ  
τῷ ἀπὸ ΚΑ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ ΓΚ ἴσα ἔστι τὰ ἀπὸ  
ΓΡ, ΡΚ, τῷ δὲ ἀπὸ ΑΚ ἴσα τὰ ἀπὸ ΚΣ, ΣΑ· τὰ  
ἄρα ἀπὸ ΓΡ, ΡΚ τοῖς ἀπὸ ΑΣ, ΣΚ ἔστιν ἴσα. ᾧ  
ἄρα διαφέρει τὸ ἀπὸ ΓΡ τοῦ ἀπὸ ΑΣ, τούτῳ δια-  
15 φέρει τὸ ἀπὸ ΣΚ τοῦ ἀπὸ ΚΡ. πάλιν ἐπειδὴ τὸ  
ὑπὸ ΜΡΝ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΡΚ ἴσον ἔστι τῷ ἀπὸ ΚΜ,  
ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΜΣΝ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΣΚ ἴσον  
τῷ ἀπὸ ΚΜ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΜΡΝ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΡΚ  
ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ ΜΣΝ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΣΚ. ᾧ ἄρα  
20 διαφέρει τὸ ἀπὸ ΣΚ τοῦ ἀπὸ ΚΡ, τούτῳ διαφέρει  
τὸ ὑπὸ ΜΡΝ τοῦ ὑπὸ ΜΣΝ. ἐδείχθη δέ, ὅτι, ᾧ  
διαφέρει τὸ ἀπὸ ΣΚ τοῦ ἀπὸ ΚΡ, τούτῳ διαφέρει  
τὸ ἀπὸ ΓΡ τοῦ ἀπὸ ΑΣ· ᾧ ἄρα διαφέρει τὸ ἀπὸ  
ΓΡ τοῦ ἀπὸ ΣΑ, τούτῳ διαφέρει τὸ ὑπὸ ΜΡΝ τοῦ  
25 ὑπὸ ΜΣΝ. καὶ ἐπεὶ κατηγμέναι εἰσὶν αἱ ΓΡ, ΑΣ,  
ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΓΡ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΡΝ, τὸ ἀπὸ ΑΣ  
πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΣΝ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐν ἀμφοτέροις  
ἢ αὐτῇ ὑπεροχῇ· ἴσον ἄρα τὸ μὲν ἀπὸ ΓΡ τῷ ὑπὸ

2. τά] bis V; corr. cvp. 10. καί] pv, om. c, supra scr.  
m. 1 V. 11. τῷ] (alt.) pc, corr. ex τό m. 1 V. 18. τῷ] pc,  
corr. ex τό m. 1 V.

nam si fieri potest, etiam alius axis sit  $KH$ . eodem igitur modo, quo antea, ducta perpendiculari  $A\Theta$  erit  $A\Theta = \Theta A$  [I def. 4]; quare etiam  $AK = KA$  [Eucl. I, 4]. uerum etiam  $AK = K\Gamma$  [ibid.]. itaque etiam  $KA = K\Gamma$ ; quod absurdum est.

iam circulum  $AEG\Gamma$  in alio puncto inter  $A, B, \Gamma$  cum sectione non concurrere, in hyperbola manifestum



est; in ellipsi autem perpendiculares ducantur  $\Gamma P$ ,  $A\Sigma$ . quoniam igitur est  $K\Gamma = KA$  (nam radii sunt), est etiam  $\Gamma K^2 = KA^2$ . est autem

$$\Gamma P^2 + PK^2 = \Gamma K^2$$

et  $K\Sigma^2 + \Sigma A^2 = AK^2$  [Eucl. I, 47]. itaque

$$\Gamma P^2 + PK^2 = A\Sigma^2 + \Sigma K^2.$$

quare  $\Gamma P^2 \div A\Sigma^2 = \Sigma K^2 \div KP^2$ . rursus quoniam est  $MP \times PN + PK^2 = KM^2$  [Eucl. II, 5], et etiam  $M\Sigma \times \Sigma N + \Sigma K^2 = KM^2$  [ibid.], erit

$$MP \times PN + PK^2 = M\Sigma \times \Sigma N + \Sigma K^2.$$

itaque  $\Sigma K^2 \div KP^2 = MP \times PN \div M\Sigma \times \Sigma N$ . demonstrauius autem, esse

$$\Sigma K^2 \div KP^2 = \Gamma P^2 \div A\Sigma^2;$$

itaque  $\Gamma P^2 \div A\Sigma^2 = MP \times PN \div M\Sigma \times \Sigma N$ . et quoniam  $\Gamma P$ ,  $A\Sigma$  ordinate ductae sunt, erit

$$\Gamma P^2 : MP \times PN = A\Sigma^2 : M\Sigma \times \Sigma N$$
 [I, 21];



$MPN$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $ΛΣ$  τῷ ὑπὸ  $ΜΣΝ$ . κύκλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΛΓΜ$  γραμμὴ· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἔλλειψις.

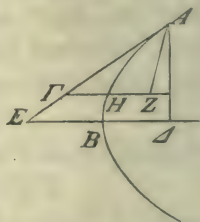
μθ'.

- 5 Κώνου τομῆς δοθείσης καὶ σημείου μὴ ἐντὸς τῆς τομῆς ἀγαγεῖν ἀπὸ τοῦ σημείου εὐθεΐαν καθ' ἓν ἐπιψαύουσαν τῆς τομῆς.

ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομὴ πρότερον παραβολή, ἧς ἄξων ὁ  $ΒΔ$ . δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, 10 ὃ μὴ ἐστὶν ἐντὸς τῆς τομῆς, ἀγαγεῖν εὐθεΐαν, ὡς πρόκειται.

το δὴ δοθὲν σημεῖον ἦτοι ἐπὶ τῆς γραμμῆς ἐστὶν ἢ ἐπὶ τοῦ ἄξωνος ἢ ἐν τῷ λοιπῷ ἐκτὸς τόπῳ.

ἔστω οὖν ἐπὶ τῆς γραμμῆς, καὶ ἔστω τὸ  $Α$ , καὶ 15 γερονέτω, καὶ ἔστω ἡ  $ΑΕ$ , καὶ κάθετος ἤχθῳ ἡ  $ΑΔ$ · ἔσται δὴ θέσει. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ  $ΒΕ$  τῇ  $ΒΔ$ · καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ  $ΒΔ$ · δοθεῖσα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ  $ΒΕ$ . καὶ ἐστὶ τὸ  $Β$  δοθὲν· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ  $Ε$ . 20 ἀλλὰ καὶ τὸ  $Α$ · θέσει ἄρα ἡ  $ΑΕ$ .



συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἤχθῳ ἀπὸ τοῦ  $Α$  κάθετος ἡ  $ΑΔ$ , καὶ κείσθῳ τῇ  $ΒΔ$  ἴση ἡ  $ΒΕ$ , καὶ ἐπεζεύχθῳ ἡ  $ΑΕ$ . φανερὸν δὴ, ὅτι ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

25 ἔστω πάλιν τὸ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ τοῦ ἄξωνος τὸ  $Ε$ , καὶ γερονέτω, καὶ ἤχθῳ ἐφαπτομένη ἡ  $ΑΕ$ , καὶ κάθετος ἤχθῳ ἡ  $ΑΔ$ · ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΒΕ$  τῇ  $ΒΔ$ . καὶ δοθεῖσα ἡ  $ΒΕ$ · δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ  $ΒΔ$ . καὶ ἐστὶ δοθὲν τὸ  $Β$ · δοθὲν ἄρα καὶ τὸ  $Δ$ . καὶ ἐστὶν ὀρθῇ

17.  $BΔ$ ] (alt.) p, corr. ex  $ΓΔ$  m. 2 V;  $ΓΔ$  cv.

demonstrauimus autem, in utrisque etiam eandem differentiam esse; itaque erit [Eucl. V, 16, 17, 9]  $\Gamma P^2 = MP \times PN$ ,  $\Lambda \Sigma^2 = M \Sigma \times \Sigma N$ . itaque linea  $\Lambda \Gamma M$  circulus est [Eutocius ad I, 5]; quod absurdum est; supposuimus enim, ellipsim eam esse.

## XLIX.

Data coni sectione et puncto non intra sectionem posito ab hoc puncto rectam ducere in uno puncto sectionem contingentem.

data sectio coni primum parabola sit, cuius axis sit  $B \Delta$ . oportet igitur a dato puncto intra sectionem non posito rectam ducere, ut propositum est.

punctum datum igitur aut in ipsa linea est aut in axe aut in reliquo spatio extra posito.

sit positum in linea ipsa sitque  $A$ , et factum sit, sitque  $AE$ , et ducatur perpendicularis  $A \Delta$ ; positione igitur data erit [Eucl. dat. 30]. est autem  $BE = B \Delta$  [I, 35]; et  $B \Delta$  data est; itaque etiam  $BE$  data est. et  $B$  datum est; itaque etiam  $E$  datum est [dat. 27]. uerum etiam  $A$  datum est; itaque  $AE$  positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: ab  $A$  perpendicularis ducatur  $A \Delta$ , et ponatur  $BE = B \Delta$ , ducaturque  $AE$ . manifestum igitur, eam sectionem contingere [I, 35].

rursus datum punctum in axe sit  $E$ , et factum sit, et  $AE$  contingens ducta sit, et perpendicularis ducatur  $A \Delta$ . itaque  $BE = B \Delta$  [I, 35]. et data est  $BE$  [dat. 26]; itaque etiam  $B \Delta$  data est. et  $B$  datum est; itaque etiam  $\Delta$  datum est [dat. 27]. et  $\Delta A$  perpendicularis est; itaque  $\Delta A$  positione data est

ἢ  $\triangle A$ · θέσει ἄρα ἢ  $\triangle A$ . δοθὲν ἄρα τὸ  $A$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $E$ · θέσει ἄρα ἢ  $AE$ .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· κείσθω τῇ  $BE$  ἴση ἢ  $B\Delta$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Delta$  τῇ  $E\Delta$  ὀρθὴ ἢ  $\triangle A$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $AE$ .  
5  $AE$ . φανερὸν δὴ, ὅτι ἐφάπτεται ἢ  $AE$ .

φανερὸν δέ, ὅτι καὶ ἐὰν τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ αὐτὸ ἢ τῷ  $B$ , ὅτι ἢ ἀπὸ τοῦ  $B$  ὀρθὴ ἀγομένη ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

ἔστω δὴ τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ  $\Gamma$ , καὶ γεγυμένω,  
10 καὶ ἔστω ἢ  $GA$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῷ ἄξονι, τουτέστι τῇ  $B\Delta$ , παράλληλος ἤχθω ἢ  $GZ$ · θέσει ἄρα ἐστὶν ἢ  $GZ$ . καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὴν  $GZ$  τεταγμένως ἤχθω ἢ  $AZ$ · ἔσται δὴ ἴση ἢ  $\Gamma H$  τῇ  $ZH$ . καὶ ἐστὶ δοθὲν τὸ  $H$ · δοθὲν ἄρα καὶ τὸ  $Z$ . καὶ ἀνήκται ἢ  $ZA$   
15 τεταγμένως, τουτέστι παράλληλος τῇ κατὰ τὸ  $H$  ἐφαπτομένη· θέσει ἄρα ἐστὶν ἢ  $ZA$ . δοθὲν ἄρα καὶ τὸ  $A$ · ἀλλὰ καὶ τὸ  $\Gamma$ . θέσει ἄρα ἐστὶν ἢ  $GA$ .

συντεθήσεται οὕτως· ἤχθω διὰ τοῦ  $\Gamma$  παράλληλος τῇ  $B\Delta$  ἢ  $GZ$ , καὶ κείσθω τῇ  $\Gamma H$  ἢ  $ZH$  ἴση, καὶ τῇ  
20 κατὰ τὸ  $H$  ἐφαπτομένη παράλληλος ἤχθω ἢ  $ZA$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $AG$ . φανερὸν δὴ, ὅτι ποιήσει τὸ πρόβλημα.

Ἔστω πάλιν ὑπερβολή, ἣς ἄξων ὁ  $\triangle B\Gamma$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Theta$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ  $\Theta E$ ,  $\Theta Z$ . τὸ δὴ διδόμενον σημεῖον ἦτοι ἐπὶ τῆς τομῆς δοθήσεται ἢ ἐπὶ τοῦ ἄξονος  
25 ἢ ἐντὸς τῆς ὑπὸ τῶν  $E\Theta Z$  γωνίας ἢ ἐν τῷ ἐφεξῆς τόπῳ ἢ ἐπὶ μιᾶς τῶν ἀσυμπτῶτων τῶν περιεχουσῶν τὴν τομὴν ἢ ἐν τῷ μεταξὺ τῶν περιεχουσῶν τὴν κατὰ κορυφὴν τῆς ὑπὸ  $Z\Theta E$  γωνίας.

6. ὅτι] del. Halley. τό] (pr.) addidi; om. V. 10. ἢ] p.c., corr. ex \* m. 1 V. 22.  $\triangle B\Gamma$ ]  $B\Delta\Gamma$  V; corr. p. 23. δὴ] scripsi; δέ Vp.

[dat. 29]. quare  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $E$  datum est. ergo  $AE$  positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: ponatur  $BA = BE$ , et a  $A$  ad  $EA$  perpendicularis erigatur  $AA$ , ducaturque  $AE$ . manifestum igitur,  $AE$  contingere [I, 35].

et manifestum est, etiam si datum punctum idem sit ac  $B$ , rectam a  $B$  perpendicularem ductam sectionem contingere [I, 17].

iam sit  $\Gamma$  punctum datum, et factum sit, sitque  $\Gamma A$ , per  $\Gamma$  autem axi, hoc est rectae  $BA$ , parallela ducatur  $\Gamma Z$ ; itaque  $\Gamma Z$  positione data est [dat. 28]. et ab  $A$  ad  $\Gamma Z$  ordinate ducatur  $AZ$ ; itaque erit [I, 35]  $\Gamma H = ZH$ . et  $H$  datum est [dat. 25]; itaque etiam  $Z$  datum est [dat. 27]. et  $ZA$  ordinate erecta est, hoc est rectae in  $H$  contingenti parallela; itaque  $ZA$  positione data est [dat. 28]. quare  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $\Gamma$  datum est. ergo  $\Gamma A$  positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: per  $\Gamma$  rectae  $BA$  parallela ducatur  $\Gamma Z$ , et ponatur  $ZH = \Gamma H$ , rectaeque in  $H$  contingenti parallela ducatur  $ZA$ , ducaturque  $A\Gamma$ . manifestum igitur [I, 35], hanc problema effecturam esse.

Rursus sit hyperbola, cuius axis sit  $AB\Gamma$ , centrum autem  $\Theta$ , asymptotae autem  $\Theta E$ ,  $\Theta Z$ . datum igitur punctum aut in sectione dabitur aut in axe aut intra angulum  $E\Theta Z$  aut in spatio deinceps posito aut in altera asymptotarum sectionem continentium aut in spatio inter rectas posito, quae angulum angulo  $Z\Theta E$  ad uerticem positum continent.





primum in sectione sit ut  $A$ , et factum sit, sitque contingens  $AH$ , et perpendicularis ducatur  $A\Delta$ , transversum autem figurae latus sit  $B\Gamma$ . erit igitur [I, 36]  $\Gamma\Delta : \Delta B = \Gamma H : HB$ . uerum ratio  $\Gamma\Delta : \Delta B$  data est [dat. 1]; nam utraque data est; itaque etiam ratio  $\Gamma H : HB$  data est. et  $B\Gamma$  data est; itaque  $H$  datum est [dat. 7]. uerum etiam  $A$  datum est; ergo  $AH$  positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: ab  $A$  perpendicularis ducatur  $A\Delta$ , sitque  $\Gamma H : HB = \Gamma\Delta : \Delta B$ , et ducatur  $AH$ . manifestum igitur [I, 34], rectam  $AH$  sectionem contingere.

iam rursus in axe sit datum punctum  $H$ , et factum sit, et  $AH$  contingens ducta sit, ducaturque perpendicularis  $A\Delta$ . eadem igitur de causa [I, 36] erit  $\Gamma H : HB = \Gamma\Delta : \Delta B$ . et  $B\Gamma$  data est; itaque  $\Delta$  datum est [dat. 7]. et  $\Delta A$  perpendicularis erecta est; itaque  $\Delta A$  positione data est [dat. 29]. uerum etiam sectio positione data est; itaque  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $H$ ; ergo  $AH$  positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: supponantur cetera eadem, et fiat  $\Gamma\Delta : \Delta B = \Gamma H : HB$ , perpendicularisque erigatur  $\Delta A$ , et ducatur  $AH$ . manifestum igitur, rectam  $AH$  problema efficere [I, 34], et ab  $H$  aliam rectam sectionem contingentem ad alteram partem duci posse.

iisdem suppositis datum punctum  $K$  in spatio intra angulum  $E\Theta Z$  posito sit, et oporteat a  $K$  rectam ducere sectionem contingentem. factum sit, sitque  $KA$ , et ducta  $K\Theta$  producatur, ponatur-

τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω τὸ δοθὲν σημεῖον  
 ἐν τῷ ἐντός τῆς ὑπὸ τῶν  $E\Theta Z$  γωνίας τόπων τὸ  $K$ ,  
 καὶ δεῖον ἔστω ἀπὸ τοῦ  $K$  ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην τῆς  
 τομῆς. γερονέτω, καὶ ἔστω ἡ  $KA$ , καὶ ἐπιξευχθεῖσα  
 5 ἡ  $K\Theta$  ἐκβεβλήσθω, καὶ κείσθω τῇ  $\Lambda\Theta$  ἴση ἡ  $\Theta N$ .  
 πάντα ἄρα δοθέντα. ἔσται δὴ καὶ ἡ  $\Lambda N$  δοθεῖσα.  
 ἦχθω δὴ τεταγμένως ἡ  $AM$  ἐπὶ τὴν  $MN$ . ἔσται δὴ  
 καί, ὡς ἡ  $NK$  πρὸς  $KA$ , οὕτως ἡ  $MN$  πρὸς  $MA$ .  
 λόγος δὲ τῆς  $NK$  πρὸς  $KA$  δοθείς· λόγος ἄρα καὶ  
 10 τῆς  $NM$  πρὸς  $MA$  δοθείς. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ  $\Lambda$ .  
 δοθὲν ἄρα καὶ τὸ  $M$ . καὶ [παρατεταγμένως] ἀνῆκται  
 ἡ  $MA$  τῇ κατὰ τὸ  $\Lambda$  ἐφαπτομένη παράλληλος· θέσει  
 ἄρα ἔστιν ἡ  $MA$ . θέσει δὲ καὶ ἡ  $LAB$  τομῆ· δοθὲν  
 ἄρα τὸ  $A$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $K$  δοθὲν· δοθεῖσα ἄρα ἡ  $AK$ .  
 15 συντεθήσεται δὴ οὕτως· ὑποκείσθω τὰ μὲν ἄλλα  
 τὰ αὐτὰ καὶ τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ  $K$ , καὶ ἐπιξευχθεῖσα  
 ἡ  $K\Theta$  ἐκβεβλήσθω, καὶ τῇ  $\Theta\Lambda$  ἴση κείσθω ἡ  $\Theta N$ ,  
 καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ  $NK$  πρὸς  $KA$ , οὕτως ἡ  $NM$   
 πρὸς  $MA$ , καὶ τῇ κατὰ τὸ  $\Lambda$  ἐφαπτομένη παράλληλος  
 20 ἦχθω ἡ  $MA$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $KA$ . ἡ  $KA$  ἄρα ἐφάπ-  
 τεται τῆς τομῆς.

καὶ φανερόν, ὅτι καὶ ἑτέρα ἀχθήσεται ἀπὸ τοῦ  $K$   
 ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη.

τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω τὸ δοθὲν σημεῖον  
 25 ἐπὶ μιᾷ τῶν ἀσυμπτῶτων τῶν περιεχουσῶν τὴν τομὴν  
 τὸ  $Z$ , καὶ δεῖον ἔστω ἀγαγεῖν ἀπὸ τοῦ  $Z$  ἐφαπτομένην  
 τῆς τομῆς. καὶ γερονέτω, καὶ ἔστω ἡ  $ZAE$ , καὶ διὰ

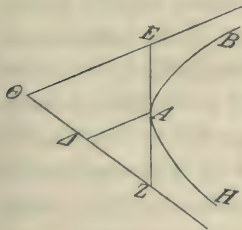
2. ἐν τῷ] om. V; corr. p (ἐντός om.). 9. καὶ τῆς] bis V  
 (in extr. et init. uers.); corr. pvc. 10.  $MA$ ]  $MA$  V; corr. p.  
 11. παρατεταγμένως] deleo. 15. δὴ] p, δέ V, Halley. 17.  
 καὶ — κείσθω] om. V; ego addidi praeuentibus Memo et Halleio.

que  $\Theta N = \Lambda \Theta$ ; itaque omnia data erunt. quare etiam  $\Lambda N$  data erit. iam ordinate ducatur  $AM$  ad  $MN$ ; erit igitur etiam  $NK : KA = MN : MA$  [I, 36]. uerum ratio  $NK : KA$  data est [dat. 1]; itaque etiam ratio  $NM : MA$  data est. et  $\Lambda$  datum est [dat. 25]; itaque etiam  $M$  datum est [dat. 27]. et  $MA$  rectae in  $\Lambda$  contingenti parallela ducta est; itaque positione data est  $MA$  [dat. 28]. uerum etiam sectio  $AA B$  positione data est; itaque  $\Lambda$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $K$  datum est; ergo  $AK$  data est [dat. 26].

componetur hoc modo: supponantur cetera eadem et datum punctum  $K$ , et ducta  $K\Theta$  producatur, ponaturque  $\Theta N = \Theta \Lambda$ , et fiat  $NK : KA = NM : MA$ , rectaeque in  $\Lambda$  contingenti parallela ducatur  $MA$ , ducaturque  $KA$ . ergo  $KA$  sectionem contingit [I, 34].

et manifestum est, etiam aliam rectam a  $K$  sectionem contingentem ad alteram partem duci posse.

iisdem suppositis datum punctum  $Z$  in altera asymptotarum sit, quae sectionem continent, et oporteat



a  $Z$  rectam sectionem contingentem ducere. et sit factum, sitque  $ZAE$ , et per  $A$  rectae  $EO$  parallela ducatur  $AA$ . erit igitur  $\Delta \Theta = \Delta Z$  [Eucl. VI, 2], quoniam etiam

$$ZA = AE \text{ [prop. III].}$$

et  $Z\Theta$  data est; itaque  $\Delta$  datum est [dat. 7]. et per datum punctum  $\Delta$  rectae  $EO$  positione datae parallela ducta est  $\Delta A$ ; itaque  $\Delta A$  positione data est [dat. 28]. uerum etiam sectio



τοῦ  $A$  τῆ  $E^{\Theta}$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $AA'$ . ἔσται δὴ ἴση ἡ  $\Delta^{\Theta}$  τῆ  $\Delta Z$ , ἐπεὶ καὶ ἡ  $ZA$  τῆ  $AE$  ἴση ἐστί. καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ  $Z^{\Theta}$ . δοθὲν ἄρα τὸ  $\Delta$ . καὶ διὰ δεδομένου τοῦ  $\Delta$  παρὰ θέσει τὴν  $E^{\Theta}$  παράλληλος  
 5 ἤκται ἡ  $\Delta A'$ . θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Delta A$ . θέσει δὲ καὶ ἡ τομῆ· δοθὲν ἄρα τὸ  $A$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $Z$ . θέσει ἄρα ἡ  $ZAE$ .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ τομῆ ἡ  $AB$ , καὶ αἱ  $E^{\Theta}$ ,  $\Theta Z$  ἀσύμπτωτοι, καὶ τὸ δοθὲν σημείου ἐπὶ  
 10 μιᾶς τῶν ἀσύμπτωτων τῶν περιεχουσῶν τὴν τομὴν τὸ  $Z$ , καὶ τετμήσθω ἡ  $Z^{\Theta}$  δίχα κατὰ τὸ  $\Delta$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Delta$  τῆ  $\Theta E$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Delta A$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $ZA$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ  $Z\Delta$  τῆ  $\Delta^{\Theta}$ , ἴση ἄρα καὶ ἡ  $ZA$  τῆ  $AE$ . ὥστε διὰ τὰ προοδεδειγμένα ἡ  $ZAE$   
 15 ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

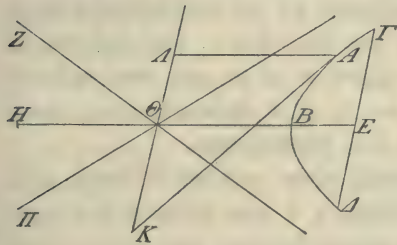
τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω τὸ δοθὲν σημείου ἐν τῷ ὑπὸ τὴν γωνίαν τὴν ἐξῆς τόπῳ τῶν περιεχουσῶν τὴν τομὴν, καὶ ἔστω τὸ  $K$ . δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ  $K$  ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην τῆς τομῆς. καὶ γερονέτω, καὶ  
 20 ἔστω ἡ  $KA$ , καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ  $K^{\Theta}$  ἐκβεβλήσθω· ἔσται δὴ θέσει. εἰάν δὴ ἐπὶ τῆς τομῆς ληφθῆ δοθὲν σημείου τὸ  $\Gamma$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῆ  $K^{\Theta}$  παράλληλος ἀχθῆ ἡ  $\Gamma\Delta$ , ἔσται θέσει. καὶ εἰάν τμηθῆ ἡ  $\Gamma\Delta$  δίχα κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ  $\Theta E$  ἐκβληθῆ, ἔσται  
 25 θέσει διάμετρος οὗσα συζυγῆς τῆ  $K^{\Theta}$ . κείσθω δὴ τῆ  $B^{\Theta}$  ἴση ἡ  $\Theta H$ , καὶ διὰ τοῦ  $A$  τῆ  $B^{\Theta}$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $AA'$ . ἔσται δὴ διὰ τὸ εἶναι τὰς  $KA$ ,  $BH$  συζυγεῖς διαμέτρους καὶ ἐφαπτομένην τὴν  $AK$  καὶ τὴν  $AA'$  ἀχθεῖσαν παρὰ τὴν  $BH$  τὸ ὑπὸ τῶν  $K^{\Theta}A$

8. δῆ] p, δέ V. 10. τῶν] (alt.) καὶ Vp; corr. Comm. 14. ZAE] scripsi, ZA Vp. 24.  $\Theta E$ ]  $\Theta EA$  V; corr. Memus;  $\Theta EB$  c,  $EB^{\Theta}$  p.

positione data est; quare  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $Z$  datum est; ergo positione data est  $ZAE$  [dat. 26].

componetur hoc modo: sit  $AB$  sectio, et  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  asymptotae, et datum punctum  $Z$  in altera asymptotarum sectionem continentium positum, seceturque in  $\Delta$  in duas partes aequales  $Z\Theta$ , et per  $\Delta$  rectae  $\Theta E$  parallela ducatur  $\Delta A$ , ducaturque  $ZA$ . et quoniam est  $Z\Delta = \Delta\Theta$ , erit etiam  $ZA = AE$  [Eucl. VI, 2]. ergo propter ea, quae supra demonstraui[m]us [prop. IX],  $ZAE$  sectionem contingit.

iisdem suppositis datum punctum in spatio sub angulo posito, qui deinceps est rectis sectionem continentibus, positum sit, et sit  $K$ . oportet igitur a  $K$



rectam sectionem contingentem ducere. et factum sit, sitque  $KA$ , et ducta  $K\Theta$  producat[ur]; itaque positione data erit [dat. 26]. si igitur in sectione

datum punctum  $\Gamma$  sumitur, et per  $\Gamma$  rectae  $K\Theta$  parallela ducitur  $\Gamma\Delta$ , positione data erit [dat. 28]. et si  $\Gamma\Delta$  in  $E$  in duas partes aequales secatur, ductaque  $\Theta E$  producit[ur], positione data erit [dat. 7, 26], et diameter erit cum  $K\Theta$  coniugata [I def. 6]. ponatur igitur  $\Theta H = B\Theta$ , et per  $A$  rectae  $B\Theta$  parallela ducatur  $AA$ . itaque quoniam  $KA$ ,  $BH$  diametri coniugatae sunt, et  $AK$  contingens,  $AA$  autem rectae  $BH$  parallela, erit [I, 38; deff. alt. 3]  $K\Theta \times \Theta A$

ἴσον τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ πρὸς τῇ  $BH$  εἶδους. δοθὲν ἄρα τὸ ὑπὸ  $K\Theta A$ . καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ  $K\Theta$ . δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ  $\Theta A$ . ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει· καὶ ἐστὶ δοθὲν τὸ  $\Theta$ . δοθὲν ἄρα καὶ τὸ  $A$ . καὶ διὰ τοῦ  $A$  παρὰ  
 5 θέσει τὴν  $BH$  ἤκται ἡ  $AA$ . θέσει ἄρα ἡ  $AA$ . θέσει δὲ καὶ ἡ τομὴ· δοθὲν ἄρα τὸ  $A$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $K$ . θέσει ἄρα ἡ  $AK$ .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ὑποκείσθω τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτά, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον τὸ  $K$  ἐν τῷ προειρη-  
 10 μένῳ τόπῳ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $K\Theta$  ἐκβεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ  $\Gamma$ , καὶ τῇ  $K\Theta$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Gamma A$ , καὶ τετμήσθω ἡ  $\Gamma A$  δίχα τῷ  $E$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $E\Theta$  ἐκβεβλήσθω, καὶ τῇ  $B\Theta$  ἴση κείσθω ἡ  $\Theta H$ . ἡ ἄρα  $HB$  πλαγία διάμετρος ἐστὶ  
 15 συζυγῆς τῇ  $K\Theta A$ . κείσθω δὴ τῷ τετάρτῳ τοῦ παρὰ τὴν  $BH$  εἶδους ἴσον τὸ ὑπὸ  $K\Theta A$ , καὶ διὰ τοῦ  $A$  τῇ  $BH$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $AA$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $KA$ . φανερὸν δὴ, ὅτι ἡ  $KA$  ἐφάπτεται τῆς τομῆς διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ θεωρήματος.

20 ἂν δὲ ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν  $Z\Theta\Pi$  δοθῇ, ἀδύνατον ἔσται τὸ πρόβλημα. ἡ γὰρ ἐφαπτομένη τεμεῖ τὴν  $H\Theta$ . ὥστε συμπεσεῖται ἑκατέρω τῶν  $Z\Theta\Pi$ . ὅπερ ἀδύνατον διὰ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ λα' τοῦ πρώτου καὶ ἐν τῷ τρίτῳ τούτου τοῦ βιβλίου.

25 Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω ἡ τομὴ ἔλλειψις, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $A$ , καὶ δεόν ἔστω ἀπὸ τοῦ  $A$  ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην τῆς τομῆς. γεγονέτω, καὶ ἔστω ἡ  $AH$ , καὶ τεταγμένως ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸν  $B\Gamma$  ἄξονα ἤχθω ἡ  $A\Delta$ . ἔσται δὴ δοθὲν τὸ  $\Delta$ , καὶ

8. δὴ] δέ Halley. 19. ἀναστροφὴν V p; corr. Halley. τοῦ 2η' θεωρήματος τοῦ πρώτου βιβλίου Halley cum Commandino.

quartae parti figurae ad  $BH$  adplicatae aequale. itaque  $K\Theta \times \Theta A$  datum est. et  $K\Theta$  data est [dat. 26]; itaque etiam  $\Theta A$  data est [dat. 57]. uerum etiam positione data est; et  $\Theta$  datum est; itaque etiam  $A$  datum est [dat. 27]. et per  $A$  rectae  $BH$  positione datae parallela ducta est  $AA$ ; itaque  $AA$  positione data est [dat. 28]. uerum etiam sectio positione data est; itaque  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $K$  datum est; ergo  $AK$  positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: cetera eadem supponantur, datum autem punctum  $K$  in spatio positum, quod significauimus, et ducta  $K\Theta$  producat, sumaturque punctum aliquod  $\Gamma$ , et rectae  $K\Theta$  parallela ducatur  $\Gamma A$ , seceturque in  $E$  in duas partes aequales  $\Gamma A$ , et ducta  $E\Theta$  producat, ponaturque  $\Theta H = B\Theta$ ; itaque  $HB$  diametrus transuersa est cum  $K\Theta A$  coniugata [I def. 6]. ponatur igitur  $K\Theta \times \Theta A$  quartae parti figurae ad  $BH$  adplicatae aequale, et per  $A$  rectae  $BH$  parallela ducatur  $AA$ , ducaturque  $KA$ . manifestum igitur propter conuersionem theorematis supra citati [I, 38], rectam  $KA$  sectionem contingere.

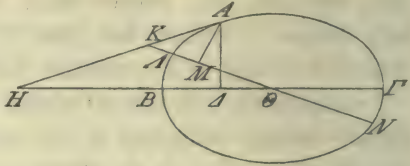
sin punctum in spatio inter  $Z\Theta$ ,  $\Theta\Pi$  posito datum erit, problema effici non poterit. nam recta contingens rectam  $H\Theta$  secabit; quare cum utraque  $Z\Theta$ ,  $\Theta\Pi$  concidet; quod fieri non potest propter ea, quae demonstraui in prop. XXXI libri primi et in tertia huius libri.

Iisdem suppositis sectio ellipsis sit datumque punctum  $A$  in sectione positum, et oporteat ab  $A$  rectam sectionem contingentem ducere. factum sit, sitque  $AH$ , et ab  $A$  ad axem  $B\Gamma$  ordinate ducatur



ἔσται, ὡς ἡ  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $\Delta B$ , οὕτως ἡ  $\Gamma H$  πρὸς  $H B$ .  
καὶ ἔστι λόγος τῆς  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $\Delta B$  δοθείς· λόγος ἄρα  
καὶ τῆς  $\Gamma H$  πρὸς  $H B$  δοθείς. δοθὲν ἄρα τὸ  $H$ . ἀλλὰ  
καὶ τὸ  $A$ · θέσει ἄρα ἔστιν ἡ  $AH$ .

- 5 συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἤχθω κάθετος ἡ  $A\Delta$ ,  
καὶ τῷ τῆς  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $\Delta B$  λόγῳ ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς  
 $\Gamma H$  πρὸς  $H B$ , καὶ  
ἐπεζεύχθω ἡ  $AH$ .  
φανερὸν δὴ, ὅτι  
10 ἡ  $AH$  ἐφάπτεται,  
ὥσπερ καὶ ἐπὶ τῆς  
ὑπερβολῆς.



- ἔστω δὴ πάλιν τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ  $K$ , καὶ δεῖν  
ἔστω ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην. γεγονέτω, καὶ ἔστω ἡ  
15  $KA$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $KA\Theta$  ἐπὶ τὸ  $\Theta$  κέντρον ἐκ-  
βεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $N$ · ἔσται δὴ θέσει. καὶ ἐὰν ἀχθῇ  
ἡ  $AM$  τεταγμένως, ἔσται ὡς ἡ  $NK$  πρὸς  $KA$ , οὕτως  
ἡ  $NM$  πρὸς  $MA$ . λόγος δὲ τῆς  $KN$  πρὸς  $KA$   
δοθείς· λόγος ἄρα καὶ τῆς  $MN$  πρὸς  $AM$  δοθείς.  
20 δοθὲν ἄρα τὸ  $M$ . καὶ ἀνῆκται ἡ  $MA$ · παράλλη-  
λος γάρ ἐστι τῇ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένῃ· θέσει ἄρα  
ἡ  $MA$ . δοθὲν ἄρα τὸ  $A$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $K$ · θέσει  
ἄρα ἡ  $KA$ .

ἡ δὲ σύνθεσις ἡ αὐτὴ τῇ πρὸ αὐτοῦ.

25

ν'.

Τῆς δοθείσης κώνου τομῆς ἐφαπτομένην ἀγαγεῖν,  
ἥτις πρὸς τῷ ἄξονι γωνίαν ποιήσει ἐπὶ ταῦτά τῇ τομῇ  
ἴσην τῇ δοθείσῃ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

$A\Delta$ ; itaque  $\Delta$  datum est [dat. 28, 25], eritque [I, 36]  $\Gamma\Delta : \Delta B = \Gamma H : HB$ . et ratio  $\Gamma\Delta : \Delta B$  data est [dat. 1]; itaque etiam ratio  $\Gamma H : HB$  data est. quare  $H$  datum est. uerum etiam  $A$  datum est. ergo positione data est  $AH$  [dat. 26].

componetur hoc modo: ducatur perpendicularis  $A\Delta$ , sitque  $\Gamma H : HB = \Gamma\Delta : \Delta B$ , et ducatur  $AH$ . manifestum igitur, ut in hyperbola, rectam  $AH$  contingere [I, 34].<sup>1</sup>

iam rursus datum punctum sit  $K$ , et oporteat contingentem ducere. factum sit, sitque  $KA$ , et ducta ad centrum  $\Theta$  recta  $K\Delta$   $\Theta$  ad  $N$  producat; positione igitur data erit [dat. 26]. et si  $AM$  ordinate ducitur, erit  $NM : MA = NK : KA$  [I, 36]. uerum ratio  $KN : KA$  data est [dat. 1]; quare etiam ratio  $MN : AM$  data est. itaque  $M$  datum est [dat. 7]. et erecta<sup>1</sup>) est  $MA$ ; rectae enim in  $A$  contingenti parallela est. itaque  $MA$  positione data est [dat. 29]. quare  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $K$  datum est. ergo  $KA$  positione data est [dat. 26].

compositio autem eadem est ac in praecedenti [I, 34].

### L.

Datam conicam sectionem contingentem ducere rectam, quae ad axem ad easdem partes, in quibus est sectio, angulum efficiat dato angulo acuto aequalem.

conicam sectio prius sit parabola, cuius axis sit  $AB$ . oportet igitur sectionem contingentem rectam ducere, quae ad axem  $AB$  ad easdem partes, in quibus est sectio, angulum efficiat dato angulo acuto aequalem.

1) Sc. in dato angulo.

ἔστω κώνου τομὴ πρότερον παραβολή, ἧς ἄξων ὁ  $AB$ . δεῖ δὴ ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην τῆς τομῆς, ἣτις πρὸς τῷ  $AB$  ἄξονι γωνίαν ποιήσει ἐπὶ τὰ ἀντὰ τῇ τομῇ ἴσην τῇ δοθείσῃ ὀξεΐα.

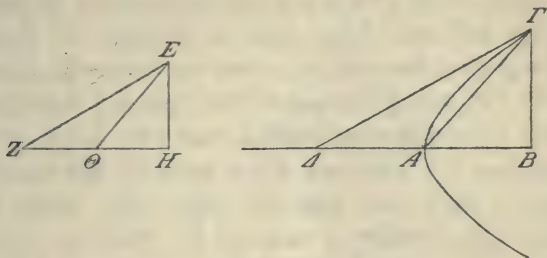
5 γεγυνητόν, καὶ ἔστω ἡ  $ΓΔ$ . δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $BΔΓ$  γωνία. ἤχθω κάθετος ἡ  $BΓ$ . ἔστι δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ  $B$  δοθεῖσα. λόγος ἄρα τῆς  $ΔB$  πρὸς  $BΓ$  δοθείς. τῆς δὲ  $BΔ$  πρὸς  $BA$  λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τῆς  $AB$  ἄρα πρὸς  $BΓ$  λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἐστὶ  
10 δοθεῖσα ἡ πρὸς τῷ  $B$  γωνία. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ  $BAG$ . καὶ ἐστὶ πρὸς θέσει τῇ  $BA$  καὶ δοθέντι τῷ  $A$ . θέσει ἄρα ἡ  $ΓA$ . θέσει δὲ καὶ ἡ τομὴ. δοθέν ἄρα τὸ  $Γ$ . καὶ ἐφάπτεται ἡ  $ΓΔ$ . θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΓΔ$ .

15 συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομὴ πρότερον παραβολή, ἧς ἄξων ὁ  $AB$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ὀξεΐα ἡ ὑπὸ  $EZH$ , καὶ εἰλήφθω σημεῖον ἐπὶ τῆς  $EZ$  τὸ  $E$ , καὶ κάθετος ἤχθω ἡ  $EH$ , καὶ τετμήσθω δίχα ἡ  $ZH$  τῷ  $Θ$ , καὶ ἐπεξεύχθω  
20 ἡ  $ΘE$ , καὶ τῇ ὑπὸ τῶν  $HΘE$  γωνία ἴση συνεστάτω ἡ ὑπὸ τῶν  $BAG$ , καὶ ἤχθω κάθετος ἡ  $BΓ$ , καὶ τῇ  $BA$  ἴση κείσθω ἡ  $AD$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $ΓΔ$ . ἐφαπτομένη ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΓΔ$  τῆς τομῆς.

λέγω δὴ, ὅτι ἡ ὑπὸ τῶν  $ΓΔB$  τῇ ὑπὸ τῶν  $EZH$   
25 ἐστὶν ἴση.

ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν, ὡς ἡ  $ZH$  πρὸς  $HΘ$ , οὕτως ἡ  $ΔB$  πρὸς  $BA$ , ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ  $ΘH$  πρὸς  $HE$ , οὕτως ἡ  $AB$  πρὸς  $BΓ$ , δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν, ὡς ἡ  $ZH$  πρὸς  $HE$ , οὕτως ἡ  $ΔB$  πρὸς τὴν  $BΓ$ . καὶ εἰσιν ὀρθαὶ αἱ

factum sit, sitque  $\Gamma\Delta$ ; itaque  $\angle B\Delta\Gamma$  datus est. perpendicularis ducatur  $B\Gamma$ ; itaque etiam angulus ad  $B$  positus datus est. quare ratio  $\Delta B : B\Gamma$  data est [dat. 40]. uerum ratio  $B\Delta : B A$  data est [dat. 1].



itaque etiam ratio  $AB : B\Gamma$  data est [dat. 8]. et angulus ad  $B$  positus datus est; quare etiam  $\angle B A \Gamma$  datus est [dat. 41]. et ad rectam  $B A$  positione datam punctumque datum  $A$  positus est; itaque  $\Gamma A$  positione data est [dat. 29]. uerum etiam sectio positione data est; itaque  $\Gamma$  datum est [dat. 25]. et  $\Gamma\Delta$  contingit; ergo  $\Gamma\Delta$  positione data est.

componetur problema hoc modo: sit data conic sectio prius parabola, cuius axis sit  $AB$ , angulus autem acutus datus sit  $EZH$ , sumaturque in  $EZ$  punctum  $E$ , et perpendicularis ducatur  $EH$ , seceturque  $ZH$  in  $\Theta$  in duas partes aequales, et ducatur  $\Theta E$ , construatur autem  $\angle B A \Gamma = H\Theta E$ , et perpendicularis ducatur  $B\Gamma$ , ponaturque  $A\Delta = B A$ , et ducatur  $\Gamma\Delta$ . itaque  $\Gamma\Delta$  sectionem contingit [I, 35].

iam dico, esse  $\angle \Gamma\Delta B = EZH$ .

nam quoniam est  $ZH : H\Theta = \Delta B : B A$ , et [Eucl. VI, 2] etiam  $\Theta H : H E = A B : B\Gamma$ , ex aequo



πρὸς τοῖς  $H$ ,  $B$  γωνία· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $Z$  γωνία τῆς  $\Delta$  γωνία.

- Ἔστω ἡ τομὴ ὑπερβολή, καὶ γεγονέτω, καὶ ἔστω ἐφαπτομένη ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τῆς τομῆς  
 5 τὸ  $X$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $\Gamma X$  καὶ κάθετος ἡ  $\Gamma E$ . λόγος ἄρα τοῦ ὑπὸ τῶν  $X E \Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $E \Gamma$  δοθείς· ὁ αὐτὸς γὰρ ἐστὶ τῷ τῆς πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν. τοῦ δὲ ἀπὸ τῆς  $\Gamma E$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $E \Delta$  λόγος ἐστὶ δοθείς· δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ  $\Gamma \Delta E$ ,  $\Delta E \Gamma$ .  
 10 λόγος ἄρα καὶ τοῦ ὑπὸ  $X E \Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $E \Delta$  δοθείς· ὥστε καὶ τῆς  $X E$  πρὸς  $E \Delta$  λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ δοθεῖσα ἡ πρὸς τῷ  $E$ . δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ πρὸς τῷ  $X$ . πρὸς δὴ θέσει εὐθείᾳ τῆς  $X E$  καὶ δοθέντι τῷ  $X$  διῆκται τις ἡ  $\Gamma X$  ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ.  
 15 θέσει ἄρα ἡ  $\Gamma X$ . θέσει δὲ καὶ ἡ τομὴ· δοθὲν ἄρα τὸ  $\Gamma$ . καὶ διῆκται ἐφαπτομένη ἡ  $\Gamma \Delta$ . θέσει ἄρα ἡ  $\Gamma \Delta$ .

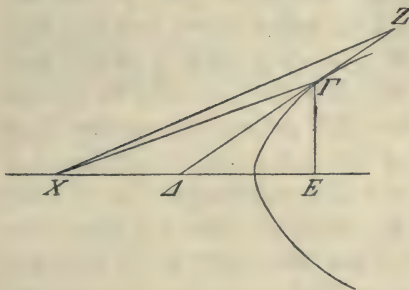
- ἤχθω ἀσύμπτωτος τῆς τομῆς ἡ  $Z X$ . ἡ  $\Gamma \Delta$  ἄρα ἐκβληθεῖσα συμπεσεῖται τῇ ἀσύμπτωτῷ. συμπιπτέτω  
 20 κατὰ το  $Z$ . μείζων ἄρα ἔσται ἡ ὑπὸ  $Z \Delta E$  γωνία τῆς ὑπὸ  $Z X \Delta$ . δεήσει ἄρα εἰς τὴν σύνθεσιν τὴν δεδομένην ὀξεῖαν γωνίαν μείζονα εἶναι τῆς ἡμισείας τῆς περιεχομένης ὑπὸ τῶν ἀσύμπτωτων.

- συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ἡ μὲν  
 25 δοθεῖσα ὑπερβολή, ἧς ἄξων ὁ  $AB$ , ἀσύμπτωτος δὲ ἡ  $XZ$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ὀξεῖα μείζων οὔσα τῆς ὑπὸ τῶν  $AXZ$  ἡ ὑπὸ  $K \Theta H$ , καὶ ἔστω τῆς ὑπὸ τῶν  $AXZ$  ἴση ἡ ὑπὸ  $K \Theta \Lambda$ , καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $A$  τῆς  $AB$  πρὸς ὀρθᾶς ἡ  $AZ$ , εἰλήφθω δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $H \Theta$  τὸ

1. ἴση] εἴση V; corr. evp.

est [Eucl. V, 20]  $ZH : HE = \angle B : B\Gamma$ . et anguli ad  $H, B$  positi recti sunt; ergo  $\angle Z = \angle \Delta$  [Eucl. VI, 6].

Iam sit data sectio hyperbola, et sit factum, contingatque  $\Gamma\Delta$ , et sumatur  $X$  centrum sectionis, ducaturque  $\Gamma X$  et perpendicularis  $\Gamma E$ ; itaque ratio  $XE \times E\Delta : E\Gamma^2$  data est; eadem enim est ac ratio lateris transuersi ad rectum [I, 37]. data autem ratio  $\Gamma E^2 : E\Delta^2$  [dat. 40, 50]; nam uterque angulus  $\Gamma\Delta E$ ,  $\Delta E\Gamma$  datus est. itaque etiam ratio  $XE \times E\Delta : E\Delta^2$  data est [dat. 8]; quare etiam ratio  $XE : E\Delta$  data est [Eucl. VI, 1]. et angulus ad  $E$  positus datus est;



est; itaque etiam angulus ad  $X$  positus [dat. 8, 41]. itaque ad rectam  $XE$  positione datam punctumque datum  $X$  in angulo dato ducta est recta  $\Gamma X$ ;  $\Gamma X$  igitur positione data est [dat. 29].

uerum etiam sectio positione data est; itaque  $\Gamma$  datum est [dat. 25]. et  $\Gamma\Delta$  contingens ducta est; ergo  $\Gamma\Delta$  positione data est.

ducatur asymptota sectionis  $ZX$ ;  $\Gamma\Delta$  igitur producta cum asymptota concurret [prop. III]. concurrat in  $Z$ . itaque erit  $\angle Z\Delta E > ZX\Delta$  [Eucl. I, 16]. ad compositionem igitur necesse erit, angulum acutum datum maiorem esse dimidio angulo ab asymptotis comprehenso.

componetur problema hoc modo: sit data hyper-

Η, καὶ ἤχθω ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὴν ΘΚ κάθετος ἢ ΗΚ.  
 ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἢ ὑπὸ ΖΧΑ τῆ ὑπὸ ΑΘΚ, εἰσὶ  
 δὲ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Α, Κ γωνίαι ὀρθαί, ἔστιν ἄρα,  
 ὡς ἢ ΧΑ πρὸς ΑΖ, ἢ ΘΚ πρὸς ΚΑ. ἢ δὲ ΘΚ πρὸς  
 5 ΚΑ μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ πρὸς τὴν ΗΚ· καὶ ἢ ΧΑ  
 πρὸς ΑΖ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ ἢ ΘΚ πρὸς  
 ΚΗ. ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ΧΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΖ μείζονα  
 λόγον ἔχει ἢπερ τὸ ἀπὸ ΘΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΗ. ὡς  
 δὲ τὸ ἀπὸ ΧΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΖ, ἢ πλαγία πρὸς τὴν  
 10 ὀρθίαν· καὶ ἢ πλαγία ἄρα πρὸς τὴν ὀρθίαν μείζονα  
 λόγον ἔχει ἢπερ τὸ ἀπὸ ΘΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΗ. εἰάν  
 δὴ ποιήσωμεν, ὡς τὸ ἀπὸ ΧΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΖ, οὕτως  
 ἄλλο τι πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΗ, μείζον ἔσται τοῦ ἀπὸ ΘΚ.  
 ἔστω τὸ ὑπὸ ΜΚΘ· καὶ ἐπεξεύχθω ἢ ΗΜ. ἐπεὶ  
 15 οὖν μείζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΜΚ τοῦ ὑπὸ ΜΚΘ, τὸ ἄρα  
 ἀπὸ ΜΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΗ μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ  
 τὸ ὑπὸ ΜΚΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΗ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΧΑ  
 πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΖ. καὶ εἰάν ποιήσωμεν, ὡς τὸ ἀπὸ  
 ΜΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΧΑ πρὸς ἄλλο  
 20 τι, ἔσται πρὸς ἔλαττον τοῦ ἀπὸ ΑΖ· καὶ ἢ ἀπὸ τοῦ  
 Χ ἐπὶ τὸ ληφθὲν σημεῖον ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ὅμοια  
 ποιήσει τὰ τρίγωνα, καὶ διὰ τοῦτο μείζων ἐστὶν ἢ  
 ὑπὸ ΖΧΑ τῆς ὑπὸ ΗΜΚ. κείσθω δὴ τῆ ὑπὸ ΗΜΚ  
 ἴση ἢ ὑπὸ ΑΧΓ· ἢ ἄρα ΧΓ τεμεῖ τὴν τομὴν. τεμ-  
 25 νέτω κατὰ τὸ Γ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἐφαπτομένη τῆς  
 τομῆς ἤχθω ἢ ΓΔ, καὶ κάθετος ἢ ΓΕ· ὅμοιον ἄρα  
 ἐστὶ τὸ ΓΧΕ τρίγωνον τῷ ΗΜΚ. ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ  
 ἀπὸ ΧΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, τὸ ἀπὸ ΜΚ πρὸς τὸ ἀπὸ

15. τοῦ] pc, corr. ex τό m. 1 V. 20. ΑΖ] c, ΑΖ uel ΑΔ  
 (littera Z obscura) V; ΑΔ vp. 26. ὅμοια cv et, ut uidetur,  
 V; corr. p.

bola, cuius axis sit  $AB$ , asymptota autem  $XZ$ , et datus angulus acutus  $K\Theta H > AXZ$ , et sit

$$\angle K\Theta A = AXZ,$$

ducaturque ab  $A$  ad  $AB$  perpendicularis  $AZ$ , in  $H\Theta$  autem punctum aliquod sumatur  $H$ , ducaturque ab eo ad  $\Theta K$  perpendicularis  $HK$ . iam quoniam est

$$\angle ZXA = \angle \Theta K,$$

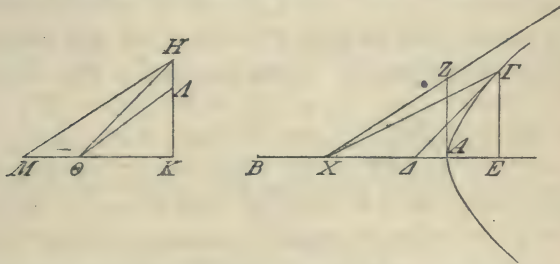
et etiam anguli ad  $A$ ,  $K$  positi recti sunt, erit

$$XA : AZ = \Theta K : KA \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

est autem  $\Theta K : KA > \Theta K : KH$  [Eucl. V, 8]. itaque etiam  $XA : AZ > \Theta K : KH$ . quare etiam

$$XA^2 : AZ^2 > \Theta K^2 : KH^2.$$

est autem, ut  $XA^2 : AZ^2$ , ita latus transuersum ad rectum [prop. I]; quare etiam latus transuersum ad



latus rectum maiorem rationem habet quam  $\Theta K^2 : KH^2$ . itaque si fecerimus, ut  $XA^2 : AZ^2$ , ita aliam magnitudinem ad  $KH^2$ , ea maior erit quam  $\Theta K^2$  [Eucl. V, 8]. sit  $MK \times K\Theta$ , et ducatur  $HM$ . iam quoniam est  $MK^2 > MK \times K\Theta$ , erit [Eucl. V, 8]

$$MK^2 : KH^2 > MK \times K\Theta : KH^2,$$

hoc est  $MK^2 : KH^2 > XA^2 : AZ^2$ . et si fecerimus,

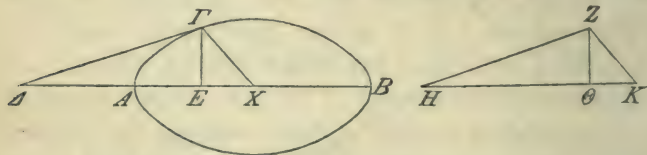
In V<sub>VC</sub> figurae huic adiectae sunt VI rectae totidemque rectangula, quae quid sibi uelint, in praefatione exponam; om. p.



ΚΗ. ἔστι δὲ καί, ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, τό  
 τε ὑπὸ ΧΕΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ καὶ το ὑπὸ ΜΚΘ  
 πρὸς το ἀπὸ ΚΗ. καὶ ἀνάπαλιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΓΕ πρὸς  
 τὸ ὑπο ΧΕΔ, τὸ ἀπὸ ΗΚ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΚΘ· δι'  
 5 ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ ΧΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΧΕΔ, τὸ ἀπὸ  
 ΜΚ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΚΘ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΧΕ πρὸς  
 ΕΔ, ἡ ΜΚ πρὸς ΚΘ. ἦν δὲ καί, ὡς ἡ ΓΕ πρὸς  
 ΕΧ, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΜ· δι' ἴσου ἄρα, ὡς ἡ ΓΕ πρὸς  
 ΕΔ, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. καὶ εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς  
 10 Ε, Κ γωνίαι· ἴση ἄρα ἡ πρὸς τῷ Δ γωνία τῇ  
 ὑπὸ ΗΘΚ.

Ἔστω ἡ τομὴ ἑλλειψις, ἧς ἄξων ὁ ΑΒ. δεῖ δὴ  
 ἐφαπτομένην ἀγαγεῖν τῆς τομῆς, ἣτις πρὸς τῷ ἄξωνι  
 ἐπὶ ταυτὰ τῇ τομῇ ἴσην γωνίαν περιέξει τῇ δοθείσῃ  
 15 ὀξείᾳ γωνίᾳ.

γεγονέτω, καὶ ἔστω ἡ ΓΔ· δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ  
 ὑπὸ τῶν ΓΔΑ γωνία. ἤχθω κάθετος ἡ ΓΕ· λόγος



ἄρα τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ δοθείς. ἔστω  
 κέντρον τῆς τομῆς τὸ Χ, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΓΧ. τοῦ  
 20 δὴ ἀπὸ τῆς ΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕΧ λόγος ἐστὶ  
 δοθείς· ὁ γὰρ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ὀρθίας πρὸς τὴν  
 πλαγίαν· καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕΧ  
 λόγος ἐστὶ δοθείς· καὶ τῆς ΔΕ ἄρα πρὸς ΕΧ λόγος

4. πρὸς] om. V; corr. p. 13. ἦτις] ἡ τῆς V; corr. p. 16.  
 ἡ] (alt.) om. V; corr. p. 20. δὴ] δέ V; corr. Halley.

ut  $MK^2 : KH^2$ , ita  $XA^2$  ad aliam magnitudinem, erit ad magnitudinem minorem quam  $AZ^2$  [Eucl. V, 8]; et recta a  $X$  ad punctum sumptum ducta triangulos similes efficiet [Eucl. VI, 6], et ideo erit

$$\angle ZXA > HMK.^1)$$

ponatur igitur  $\angle AX\Gamma = HMK$ ;  $X\Gamma$  igitur sectionem secabit [prop. II]. secet in  $\Gamma$ , et a  $\Gamma$  sectionem contingens ducatur  $\Gamma\Delta$  [prop. XLIX], et  $\Gamma E$  perpendicularis; itaque triangulus  $\Gamma XE$  triangulo  $HMK$  similis est. quare  $XE^2 : E\Gamma^2 = MK^2 : KH^2$  [Eucl. VI, 4]. est autem etiam, ut latus transuersum ad rectum, ita  $XE \times E\Delta : E\Gamma^2$  [I, 37] et  $MK \times K\Theta : KH^2$ . et e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] erit

$$\Gamma E^2 : XE \times E\Delta = HK^2 : MK \times K\Theta.$$

ex aequo igitur [Eucl. V, 20]

$$XE^2 : XE \times E\Delta = MK^2 : MK \times K\Theta.$$

quare etiam  $XE : E\Delta = MK : K\Theta$ . erat autem etiam  $\Gamma E : EX = HK : KM$ . ex aequo igitur [Eucl. V, 20]  $\Gamma E : E\Delta = HK : K\Theta$ . et anguli ad  $E, K$  positi recti sunt; itaque  $\angle \Delta = H\Theta K$  [Eucl. VI, 6].

Iam sit sectio ellipsis, cuius axis sit  $AB$ . oportet igitur rectam sectionem contingentem ducere, quae ad axem ad easdem partes, in quibus est sectio, angulum comprehendat dato angulo acuto aequalem.

factum sit, sitque  $\Gamma\Delta$ ; itaque  $\angle \Gamma\Delta A$  datus est. perpendicularis ducatur  $\Gamma E$ ; itaque ratio  $\Delta E^2 : E\Gamma^2$  data est [dat. 1]. sit  $X$  centrum sectionis, et ducatur  $\Gamma X$ . itaque ratio  $\Gamma E^2 : \Delta E \times EX$  data est; nam

1) Nam ob similitudinem trianguli  $HMK$  eiusque, quem efficit recta a  $X$  ad sumptum punctum ( $x$ ) ducta, erit  $\angle HMK = AXx$ ; et  $\angle AXx < AXZ$ , quia  $Ax < AZ$ .

ἐστὶ δοθεῖς. τῆς δὲ  $\Delta E$  πρὸς  $E\Gamma$ · καὶ τῆς  $\Gamma E$  ἄρα πρὸς  $E\chi$  λόγος ἐστὶ δοθεῖς. καὶ ἐστὶν ὀρθή ἢ πρὸς τῷ  $E$ · δοθεῖσα ἄρα ἢ πρὸς τῷ  $X$  γωνία. καὶ ἐστὶ πρὸς θέσει καὶ δοθέντι σημείω· δοθέν ἄρα ἐστὶ τὸ  
 5  $\Gamma$  σημεῖον. καὶ ἀπὸ δεδομένου τοῦ  $\Gamma$  ἐφαπτομένη ἢ  $\Gamma\Delta$ · θέσει ἄρα ἢ  $\Gamma\Delta$ .

συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ἢ μὲν δοθεῖσα γωνία ὀξεῖα ἢ ὑπὸ τῶν  $ZH\Theta$ , καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  $ZH$  τὸ  $Z$ , καὶ κάθετος ἤχθω ἢ  $Z\Theta$ , καὶ πε-  
 10 ποιήσθω, ὡς ἢ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $H\Theta K$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $KZ$ , καὶ ἔστω κέντρον τῆς τομῆς τὸ  $X$ , καὶ τῆ ὑπὸ τῶν  $HKZ$  γωνία ἴση συνεστάτω ἢ ὑπὸ τῶν  $AX\Gamma$ , καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἢ  $\Gamma\Delta$ . λέγω, ὅτι ἢ  $\Gamma\Delta$   
 15 ποιεῖ τὸ πρόβλημα, τουτέστιν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἢ ὑπὸ τῶν  $\Gamma\Delta E$  γωνία τῆ ὑπὸ τῶν  $ZH\Theta$ .

ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν, ὡς ἢ  $XE$  πρὸς  $E\Gamma$ , οὕτως ἢ  $K\Theta$  πρὸς  $Z\Theta$ , καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς  $XE$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $E\Gamma$ , οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς  $K\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$ .  
 20 ἐστὶ δὲ καί, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma E$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $\Delta EX$ , οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $K\Theta H$ · ἐκάτερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστὶ τῷ τῆς ὀρθίας πρὸς τὴν πλαγίαν. καὶ δι' ἴσου· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $XE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $XE\Delta$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $K\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $H\Theta K$ .  
 25 καὶ ὡς ἄρα ἢ  $XE$  πρὸς τὴν  $E\Delta$ , οὕτως ἢ  $K\Theta$  πρὸς τὴν  $\Theta H$ . ἐστὶ δὲ καί, ὡς ἢ  $XE$  πρὸς  $\Gamma E$ , ἢ  $K\Theta$  πρὸς  $Z\Theta$ · δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν, ὡς ἢ  $\Delta E$  πρὸς  $E\Gamma$ , οὕτως ἢ  $H\Theta$  πρὸς τὴν  $Z\Theta$ . καὶ περὶ ὀρθᾶς γωνίας

1. Post  $E\Gamma$  add. λόγος ἐστὶ δοθεῖς p.  $\Gamma E$ ]  $XE$  Vp; corr. Memus. 12. ἔστω] τό V; correxi praeunte Halleio (del. καὶ τό). 13.  $HKZ$ ]  $HZ$  V; corr. p ( $HK, KZ$ ). 22. ὁ]

eadem est ac ratio lateris recti ad transuersum [I, 37].  
 quare etiam ratio  $\Delta E^2 : \Delta E \times EX$  data est [dat. 8].  
 itaque etiam ratio  $\Delta E : EX$  data est. uerum ratio  
 $\Delta E : E\Gamma$  data; quare etiam ratio  $\Gamma E : EX$  data est  
 [dat. 8]. et angulus ad  $E$  positus rectus est; itaque  
 angulus ad  $X$  positus datus est [dat. 41]. et ad  
 rectam positione datam punctumque datum positus  
 est; itaque punctum  $\Gamma$  datum est [dat. 29, 25]. et  
 a dato puncto  $\Gamma$  contingens ducta est  $\Gamma\Delta$ ; ergo  $\Gamma\Delta$   
 positione data est.

componetur problema hoc modo: sit  $ZH\Theta$  datus  
 angulus acutus, sumaturque in  $ZH$  punctum  $Z$ , et  
 perpendicularis ducatur  $Z\Theta$ , fiatque, ut latus rectum  
 ad transuersum, ita  $Z\Theta^2$  ad  $H\Theta \times \Theta K$ , ducaturque  
 $KZ$ , centrum autem sectionis sit  $X$ , et construatur  
 $\angle AX\Gamma = \angle HKZ$ , ducaturque sectionem contingens  
 $\Gamma\Delta$  [prop. XLIX]. dico,  $\Gamma\Delta$  problema efficere, hoc  
 est, esse  $\angle \Gamma\Delta E = ZH\Theta$ .

nam quoniam est [Eucl. VI, 4]  $XE : E\Gamma = K\Theta : Z\Theta$ ,  
 erit etiam  $XE^2 : E\Gamma^2 = K\Theta^2 : Z\Theta^2$ . est autem etiam

$$\Gamma E^2 : \Delta E \times EX = Z\Theta^2 : K\Theta \times \Theta H;$$

utraque enim eadem est ac ratio lateris recti ad  
 transuersum [I, 37]. et ex aequo [Eucl. V, 20]; erit  
 igitur  $XE^2 : XE \times E\Delta = K\Theta^2 : H\Theta \times \Theta K$ . quare  
 etiam  $XE : E\Delta = K\Theta : \Theta H$ . est autem etiam

$$XE : \Gamma E = K\Theta : Z\Theta.$$

itaque ex aequo [Eucl. V, 20]  $\Delta E : E\Gamma = H\Theta : Z\Theta$ .

om. V; corr. p. 24. οὐτως] οὐ Vv, οὐτω p.  $K\Theta$ ] p,  
 $K\Theta$  uel  $KO$  V;  $KO$  cv.  $H\Theta K$ ]  $KH\Theta$  Vv, τῶν  $K\Theta$ ,  $\Theta H$  p;  
 corr. Memus.



αὶ πλευραὶ ἀνάλογον· ἡ ἄρα ὑπὸ  $\Gamma\Delta E$  γωνία τῆ  
 ὑπὸ  $ZH\Theta$  γωνία ἐστὶν ἴση. ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ποιεῖ τὸ  
 πρόβλημα.

να'.

5 Τῆς δοθείσης κώνου τομῆς ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην,  
 ἥτις πρὸς τῆ δια τῆς ἀφῆς ἠγμένη διαμέτρῳ ἴσην περι-  
 ἔξει γωνίαν τῆ δοθείσῃ ὀξείᾳ.

ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομὴ πρότερον παραβολή,  
 ἥς ἄξων ὁ  $AB$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἡ  $\Theta$ . δεῖ δὴ  
 10 ἀγαγεῖν τῆς παραβολῆς ἐφαπτομένην, ἥτις μετὰ τῆς  
 ἀπὸ τῆς ἀφῆς διαμέτρου ἴσην περιέξει γωνίαν τῆ  
 πρὸς τῷ  $\Theta$ .

γεγονέτω, καὶ ἦχθῶ ἐφαπτομένη ἡ  $\Gamma\Delta$  ποιούσα  
 πρὸς τῆ δια τῆς ἀφῆς ἠγμένη διαμέτρῳ τῆ  $E\Gamma$  τὴν  
 15 ὑπὸ  $E\Gamma\Delta$  γωνίαν ἴσην τῆ  $\Theta$ , καὶ συμπιπέτω ἡ  $\Gamma\Delta$   
 τῷ ἄξωνι κατὰ τὸ  $\Delta$ . ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστιν ἡ  
 $A\Delta$  τῆ  $E\Gamma$ , ἡ ὑπὸ  $A\Delta\Gamma$  γωνία τῆ ὑπὸ  $E\Gamma\Delta$  ἴση  
 ἐστὶ. δοθεῖσα δὲ ἡ ὑπὸ  $E\Gamma\Delta$  ἴση γάρ ἐστι τῆ  $\Theta$ .  
 δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ  $A\Delta\Gamma$ .

20 συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω παραβολή, ἥς ἄξων  
 ὁ  $AB$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἡ  $\Theta$ . ἦχθῶ ἐφαπτομένη  
 τῆς τομῆς ἡ  $\Gamma\Delta$  ποιούσα πρὸς τῷ ἄξωνι τὴν ὑπὸ τῶν  
 $A\Delta\Gamma$  γωνίαν ἴσην τῆ  $\Theta$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῆ  $AB$  παρ-  
 ἀλληλος ἦχθῶ ἡ  $E\Gamma$ . ἐπεὶ οὖν ἡ  $\Theta$  γωνία ἴση ἐστὶ  
 25 τῆ ὑπὸ  $A\Delta\Gamma$ , ἡ δὲ ὑπὸ  $A\Delta\Gamma$  ἴση τῆ ὑπὸ  $E\Gamma\Delta$ , καὶ  
 ἡ  $\Theta$  ἄρα ἴση ἐστὶ τῆ ὑπὸ  $E\Gamma\Delta$ .

Ἔστω ἡ τομὴ ὑπερβολή, ἥς ἄξων ὁ  $AB$ , κέντρον  
 δὲ τὸ  $E$ , ἀσύμπτωτος δὲ ἡ  $ET$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία

9. ἡ  $\Theta$ ]  $H\Theta V$ ; corr. Memus. 15.  $E\Gamma\Delta$ ]  $E\Gamma A V$ ; corr. p.  
 23.  $A\Delta\Gamma$ ]  $\Delta A\Gamma V$ ; corr. p ( $\Gamma\Delta A$ ).

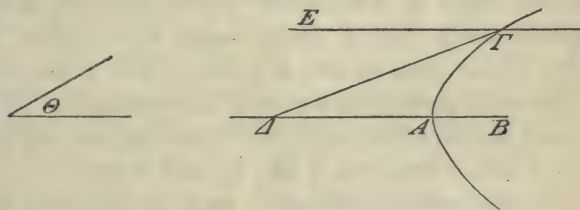
et latera rectos angulos comprehendentia proportionalia sunt; itaque  $\angle \Gamma \Delta E = ZH\Theta$  [Eucl. VI, 6]. ergo  $\Gamma \Delta$  problema efficit.

LI.

Datam conic sectionem contingentem rectam ducere, quae cum diametro per punctum contactus ducta angulum comprehendat dato angulo acuto aequalem.

data conic sectio prius sit parabola, cuius axis sit  $AB$ , datus autem angulus sit  $\Theta$ . oportet igitur parabola contingentem rectam ducere, quae cum diametro a puncto contactus ducta angulum comprehendat angulo  $\Theta$  aequalem.

sit factum, contingensque ducta sit  $\Gamma \Delta$  ad  $EG$  diametrum per punctum contactus ductam angulum  $E\Gamma \Delta$  efficiens angulo  $\Theta$  aequalem, et  $\Gamma \Delta$  cum axe



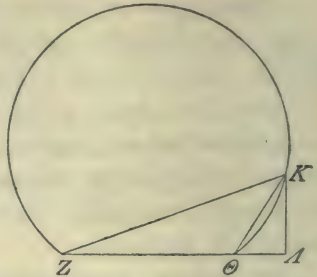
concurrat in  $\Delta$ . iam quoniam  $AD$  rectae  $EG$  parallela est [I, 51 coroll.], erit  $\angle AAD = EGD$  [Eucl. I, 29]. uerum  $\angle EGD$  datus est; est enim  $\angle EGD = \Theta$ ; ergo etiam  $\angle AAD$  datus est.

componetur hoc modo: sit parabola, cuius axis sit  $AB$ , datus autem angulus sit  $\Theta$ . ducatur sectionem contingens  $\Gamma \Delta$  ad axem efficiens angulum  $AAD$

Hic quoque figurae adiecta sunt quattuor rectangula rectaeque in  $Vvc$ ; om. p.

ὀξεῖα ἡ  $\Omega$ , καὶ ἐφαπτομένη ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma\epsilon$  ποιούσα τὸ πρόβλημα, καὶ ἤχθω κάθετος ἡ  $\Gamma\eta$ .  
δοθεὶς ἄρα λόγος ἐστὶ τῆς πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν·  
ὥστε καὶ τοῦ ὑπὸ  $\epsilon\eta\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\eta$ . ἐκκείσθω

5 δὴ τις εὐθεῖα δεδομένη ἡ  $Z\Theta$ , καὶ ἐπ' αὐτῆς γεγράφθω κύκλον τμῆμα δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ  $\Omega$ . ἔσται ἄρα μείζον ἡμικυκλίου. καὶ  
10 ἀπὸ τινος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ  $K$  ἤχθω κάθετος ἡ  $K\Lambda$  ποιούσα τὸν τοῦ ὑπὸ  $Z\Lambda\Theta$



πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$  λόγον τὸν αὐτὸν τῷ τῆς πλαγίας  
15 πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ZK, K\Theta$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ZK\Theta$  γωνία τῇ ὑπὸ  $\epsilon\Gamma\Delta$ , ἀλλὰ καὶ ἐστίν, ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, τότε ὑπὸ  $\epsilon\eta\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\eta\Gamma$  καὶ τὸ ὑπὸ  $Z\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$ , ὅμοιον ἄρα τὸ  $KZ\Lambda$  τρίγωνον τῷ  $\epsilon\Gamma\eta$   
20 τριγώνῳ καὶ τὸ  $Z\Theta K$  τῷ  $\epsilon\Gamma\Delta$ . ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $\Theta ZK$  γωνία [τουτέστιν ἡ  $\Omega$ ] τῇ ὑπὸ  $\Gamma\epsilon\Delta$ .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα ὑπερβολὴ ἡ  $A\Gamma$ , ἀξων δὲ ὁ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $E$ , ἡ δὲ δοθεῖσα ὀξεῖα γωνία ἡ  $\Omega$ , ὁ δὲ δοθεὶς λόγος  
25 τῆς πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν ὁ αὐτὸς τῷ τῆς  $X\psi$  πρὸς  $X\Phi$ , καὶ δίχα τετμήσθω ἡ  $\psi\Phi$  κατὰ τὸ  $\Upsilon$ , καὶ ἐκκείσθω δεδομένη εὐθεῖα ἡ  $Z\Theta$ , καὶ ἐπ' αὐτῆς γε-

14.  $\Lambda K$ ]  $\Lambda K V$ ; corr. p. τῷ] τόν  $V$ ; corr. p. 19.  $\epsilon\Gamma\eta$ ]  $\epsilon\Gamma K V$ ; corr. Comm. 21.  $\Theta ZK$ ]  $Z\Theta K V$ ; corr. Comm. τουτέστιν ἡ  $\Omega$ ] del. Comm.  $\Gamma\epsilon\Delta$ ]  $\epsilon\Gamma\Delta$ ,  $E$  postea inserta m. 1,  $V$ ; corr. Comm. 23.  $A\Gamma$ ]  $p\epsilon$ ,  $A$  e corr. m. 1  $V$ .

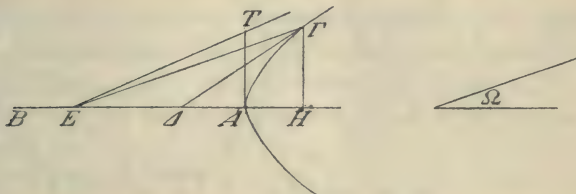
angulo  $\Theta$  aequalem [prop. L], per  $\Gamma$  autem rectae  $AB$  parallela ducatur  $E\Gamma$ . iam quoniam est

$$\angle \Theta = \angle A\Delta\Gamma$$

et  $\angle A\Delta\Gamma = \angle E\Gamma\Delta$  [Eucl. I, 29], erit etiam

$$\angle \Theta = \angle E\Gamma\Delta.$$

Sit sectio hyperbola, cuius axis sit  $AB$ , centrum autem  $E$ , et asymptota  $ET$ , datus autem angulus acutus  $\Omega$ , et contingens  $\Gamma\Delta$ , ducaturque  $\Gamma E$  problema



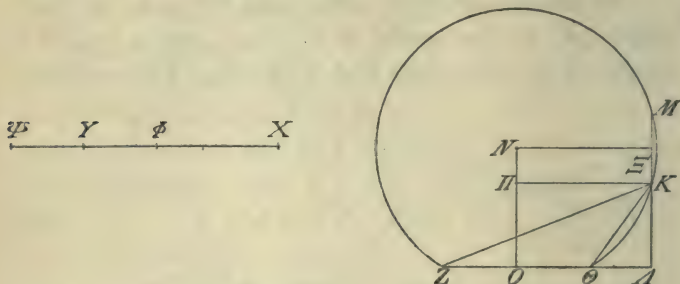
efficiens, et perpendicularis ducatur  $\Gamma H$ . ratio igitur lateris transversi ad rectum data est; quare etiam ratio  $EH \times H\Delta : \Gamma H^2$  data est [I, 37]. sumatur igitur data recta  $Z\Theta$ , in eaque segmentum circuli describatur angulum angulo  $\Omega$  aequalem capiens [Eucl. III, 33]; erit igitur semicirculo maius [Eucl. III, 31]. et a puncto aliquo ambitus  $K$  perpendicularis ducatur  $K\Delta$  rationem  $Z\Delta \times \Delta\Theta : AK^2$  aequalem efficiens rationi lateris transversi ad rectum, ducanturque  $ZK, K\Theta$ . iam quoniam est  $\angle ZK\Theta = \angle E\Gamma\Delta$ , et ut latus transversum ad rectum, ita et  $EH \times H\Delta : H\Gamma^2$  et  $Z\Delta \times \Delta\Theta : AK^2$ , trianguli  $KZ\Delta, E\Gamma H$  et  $Z\Theta K, E\Gamma\Delta$  similes erunt [u. Pappi lemma IX]. ergo

$$\angle \Theta ZK = \angle E\Gamma\Delta.$$

componetur hoc modo: sit data hyperbola  $A\Gamma$ , axis autem  $AB$ , et centrum  $E$ , datus uero angulus acutus sit  $\Omega$ , et data ratio lateris transversi ad



γράφθω τμήμα κύκλου μείζον ἡμικυκλίου δεχόμενον  
γωνίαν τῆ  $\Omega$  ἴσην, καὶ ἔστω τὸ  $ZK\Theta$ , καὶ εἰλήφθω  
τὸ κέντρο τοῦ κύκλου τὸ  $N$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $N$  ἐπὶ τὴν  
 $Z\Theta$  κάθετος ἤχθω ἡ  $NO$ , καὶ τετμήσθω ἡ  $NO$  εἰς  
5 τὸν τῆς  $\Gamma\Phi$  πρὸς  $\Phi X$  λόγον κατὰ τὸ  $\Pi$ , καὶ διὰ τοῦ



$\Pi$  τῆ  $Z\Theta$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Pi K$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $K$   
κάθετος ἤχθω ἡ  $K\Lambda$  ἐπὶ τὴν  $Z\Theta$  ἐκβληθεῖσαν, καὶ  
ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ZK$ ,  $K\Theta$ , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ  $\Lambda K$   
ἐπὶ τὸ  $M$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $N$  ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω  
10 ἡ  $N\Xi$ · παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῆ  $Z\Theta$ . καὶ διὰ τοῦτο  
ἐστίν, ὡς ἡ  $N\Pi$  πρὸς  $\Pi O$ , τουτέστιν ἡ  $\Gamma\Phi$  πρὸς  
 $\Phi X$ , ἡ  $\Xi K$  πρὸς  $K\Lambda$ . καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ δι-  
πλάσια, ὡς ἡ  $\Psi\Phi$  πρὸς  $\Phi X$ , ἡ  $MK$  πρὸς  $K\Lambda$ · συν-  
θέντι, ὡς ἡ  $\Psi X$  πρὸς  $X\Phi$ , ἡ  $M\Lambda$  πρὸς  $\Lambda K$ . ἀλλ'  
15 ὡς ἡ  $M\Lambda$  πρὸς  $\Lambda K$ , τὸ ὑπὸ  $M\Lambda K$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $\Lambda K$ · ὡς ἄρα ἡ  $\Psi X$  πρὸς  $X\Phi$ , τὸ ὑπὸ  $M\Lambda K$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $Z\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$ .  
ἀλλ' ὡς ἡ  $\Psi X$  πρὸς  $X\Phi$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν·

3. τοῦ] (alt.)  $\rho\epsilon$ , e corr. m. 1 V. 4. κάθετος ἤχθω] sine  
causa in mg. repet. m. rec. V. 6. τῆ  $Z\Theta$  et ἤχθω repet. in mg.  
m. rec. V. 7.  $K\Lambda$ ]  $K\Lambda$  V; corr. p. 15.  $M\Lambda K$ ]  $M\Lambda K$  V;  
corr. p (τῶν  $M\Lambda$ ,  $\Lambda K$ ).

rectum aequalis sit rationi  $X\Psi : X\Phi$ , seceturque in  $T$  in duas partes aequales  $\Psi\Phi$ , et sumatur data recta  $Z\Theta$ , in eaque segmentum circuli semicirculo maius describatur angulum angulo  $\Omega$  aequalem capiens [Eucl. III, 33], sitque  $ZK\Theta$ , et sumatur centrum circuli  $N$ , et ab  $N$  ad  $Z\Theta$  perpendicularis ducatur  $NO$ , et  $NO$  in  $\Pi$  secundum rationem  $T\Phi : \Phi X$  secetur, per  $\Pi$  autem rectae  $Z\Theta$  parallela ducatur  $\Pi K$ , et a  $K$  ad  $Z\Theta$  productam perpendicularis ducatur  $KA$ , ducanturque  $ZK$ ,  $K\Theta$ , et  $AK$  ad  $M$  producantur, ab  $N$  autem ad eam perpendicularis ducatur  $N\xi$ ; ea igitur rectae  $Z\Theta$  parallela est [Eucl. I, 27]. qua de causa est

$N\Pi : \Pi O = \xi K : KA$  [Eucl. VI, 2] =  $T\Phi : \Phi X$ .  
 et sumptis duplis antecedentium [Eucl. V, 15] erit  
 $\Psi\Phi : \Phi X = MK : KA$  [Eucl. III, 3]. componendo  
 [Eucl. V, 18]  $\Psi X : X\Phi = MA : AK$ . uerum

$$MA : AK = MA \times AK : AK^2;$$

quare etiam

$\Psi X : X\Phi = MA \times AK : AK^2 = ZA \times A\Theta : AK^2$   
 [Eucl. III, 36]. uerum ut  $\Psi X : X\Phi$ , ita latus  
 transuersum ad rectum; itaque etiam ut

$$ZA \times A\Theta : AK^2,$$

ita latus transuersum ad rectum. iam ab  $A$  ad  $AB$  perpen-

Ad figuras codicis V quod adinet, in hyperbola praeter nostras (omissa tamen priore segmenti descriptione in analysi) duas figuras segmenti habet, alteram ita ut  $\Pi$  in  $N$  cadat addito  $\epsilon\pi\lambda\iota$   $\dot{\iota}$ . . . m. 1, alteram ita ut supra  $N$  cadat adscripto m. 1:  $\delta\tau\alpha\nu\ \eta\ \mu\epsilon\lambda\iota\zeta\omega\nu\ \eta\ \delta\omicron\rho\theta\iota\alpha\ \pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\alpha}$ ; secundam nostram segmenti descriptionem bis habet et praeterea solita illa IV rectangula rectasque. omnia eadem c, in priore figura:  $\epsilon\pi\lambda\iota\ \delta\omicron\sigma\tau\eta\tau\omicron\varsigma\ \delta\upsilon\omicron\ \pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\omega}\nu$ , in altera  $\delta\tau\epsilon\ \eta\ \kappa\tau\lambda$ .

καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $Z\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$ , ἡ πλαγία  
 πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ  $A$  τῆ  $AB$  πρὸς  
 ὀρθᾶς ἡ  $AT$ . ἐπεὶ οὖν ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EA$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $AT$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἔστι δὲ καί,  
 5 ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ ὑπὸ  $Z\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $\Lambda K$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $Z\Lambda$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$  μείζονα  
 λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ  $Z\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$ , καὶ  
 τὸ ἀπὸ  $Z\Lambda$  ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$  μείζονα λόγον ἔχει  
 ἤπερ τὸ ἀπὸ  $EA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AT$ . καὶ εἰσιν αἱ  
 10 πρὸς τοῖς  $A, \Lambda$  γωνίαι ὀρθαί· ἐλάσσων ἄρα ἐστίν ἡ  
 $Z$  γωνία τῆς  $E$ . συνεστᾶτω οὖν τῆ ὑπὸ  $\Lambda ZK$  γωνία  
 ἴση ἡ ὑπὸ  $AE\Gamma$ . συμπεσεῖται ἄρα ἡ  $E\Gamma$  τῆ τομῆ.  
 συμπιπτεύω κατὰ τὸ  $\Gamma$ . ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  ἐφαπ-  
 τομένη ἡ  $\Gamma\Delta$ , κάθετος δὲ ἡ  $\Gamma H$ . ἔσται δὴ, ὡς ἡ  
 15 πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, οὕτως τὸ ὑπὸ  $E H \Delta$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $\Gamma H$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $Z\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $\Lambda K$ , τὸ ὑπὸ  $E H \Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $H\Gamma$ . ὅμοιον ἄρα  
 ἐστὶ τὸ  $KZ\Lambda$  τρίγωνον τῷ  $E\Gamma H$  τριγώνῳ καὶ τὸ  
 $K\Theta\Lambda$  τῷ  $\Gamma H \Delta$  καὶ τὸ  $KZ\Theta$  τῷ  $\Gamma E \Delta$ . ὥστε ἡ ὑπὸ  
 20  $E\Gamma\Delta$  γωνία ἴση ἐστὶ τῆ ὑπὸ  $ZK\Theta$ , τουτέστι τῆ  $\Omega$ .

ἐὰν δὲ ὁ τῆς πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν λόγος ἴσος  
 ἢ πρὸς ἴσον, ἡ  $K\Lambda$  ἐφάπτεται τοῦ  $ZK\Theta$  κύκλου, καὶ  
 ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὸ  $K$  ἐπιξεννυμένη παράλ-  
 ληλος ἔσται τῆ  $Z\Theta$  καὶ αὐτὴ ποιήσει τὸ πρόβλημα.

25

νβ'.

Ἐὰν ἐλλείψεως εὐθεία ἐπιφανῆ, ἣν ποιεῖ γωνίαν  
 πρὸς τῆ διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη διαμέτρῳ, οὐκ ἐλάσσων  
 ἐστὶ τῆς ἐφεξῆς τῆ περιεχομένη ὑπὸ τῶν πρὸς μέσην  
 τὴν τομὴν κλωμένων εὐθειῶν.

1. καὶ ὡς — 2. ὀρθίαν] bis V, sed corr. 8.  $Z\Lambda$ ]  $Z\Delta$  V;  
 corr. p. 15. πρὸς] (alt.) repet. mg. m. rec. V. 16. ὑπὸ

dicularis ducatur  $AT$ . quoniam igitur est, ut  $EA^2 : AT^2$ , ita latus transuersum ad rectum [prop. I], uerum etiam ut latus transuersum ad rectum, ita

$$ZA \times A\Theta : AK^2,$$

et  $ZA^2 : AK^2 > ZA \times A\Theta : AK^2$ , erit etiam

$$ZA^2 : AK^2 > EA^2 : AT^2.$$

et anguli ad  $A$ ,  $A$  positi recti sunt; itaque erit  $\angle Z < E$  [u. Pappi lemma VI]. construatur igitur  $\angle AEF = AZK$ ;  $E\Gamma$  igitur cum sectione concurret [prop. II]. concurrat in  $\Gamma$ . a  $\Gamma$  igitur contingens ducatur  $\Gamma A$  [prop. XLIX], perpendicularis autem  $\Gamma H$ ; erit igitur, ut latus transuersum ad rectum, ita  $EH \times HA : \Gamma H^2$  [I, 37]. quare etiam

$$ZA \times A\Theta : AK^2 = EH \times HA : H\Gamma^2.$$

itaque similes sunt trianguli  $KZA$ ,  $E\Gamma H$  et  $K\Theta A$ ,  $\Gamma HA$  et  $KZ\Theta$ ,  $\Gamma EA$  [u. Pappi lemma IX]. ergo

$$\angle E\Gamma A = \angle K\Theta = \Omega.$$

sin ratio lateris transuersi ad rectum aequalis est ad aequale,  $KA$  circulum  $ZK\Theta$  contingit [Eucl. III, 16], et recta a centro ad  $K$  ducta rectae  $Z\Theta$  parallela erit et ipsa problema efficiet.

## LII.

Si recta ellipsim contingit, angulus, quem ad diametrum per punctum contactus ductam efficit, minor non est eo, qui deinceps est angulo a rectis ad mediam sectionem fractis comprehenso.

sit ellipsis, cuius axes sint  $AB$ ,  $\Gamma A$ , centrum autem  $E$ , et maior axis sit  $AB$ , contingatque sectionem

$ZA\Theta$ ]  $\nu\xi\lambda\theta$  V; corr. Memus.

Comm. 21.  $\dot{\iota}\sigma\sigma\zeta$ ]  $\dot{\iota}\sigma\sigma\nu$  Halley.

20.  $ZK\Theta$ ]  $Z\Theta K$  V; corr.

27.  $\tau\eta$ ]  $\tau\eta\nu$  V; corr. p.



ἔστω ἔλλειψις, ἧς ἄξονες μὲν οἱ  $AB, ΓΔ$ , κέντρον δὲ τὸ  $E$ , μείζων δὲ ἔστω τῶν ἀξόνων ἡ  $AB$ , καὶ ἐφαπτέσθω τῆς τομῆς ἡ  $HZΛ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΑΓ, ΓΒ, ΖΕ$ , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ  $ΒΓ$  ἐπὶ τὸ  $Α$ . λέγω, 5 ὅτι οὐκ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΑΖΕ$  γωνία τῆς ὑπὸ  $ΑΓΑ$ .

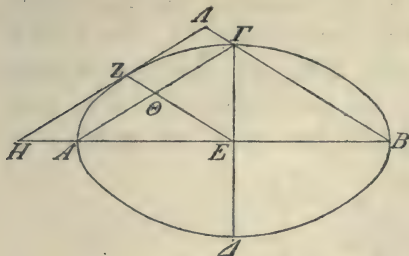
ἡ γὰρ  $ΖΕ$  τῆ  $ΑΒ$  ἦτοι παράλληλός ἐστιν ἢ οὐ. ἔστω πρότερον παράλληλος· καὶ ἐστὶν ἴση ἡ  $ΑΕ$  τῆ  $ΕΒ$ · ἴση ἄρα καὶ ἡ  $ΑΘ$  τῆ  $ΘΓ$ . καὶ ἐστὶ διά- 10 μετρος ἡ  $ΖΕ$ · ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $Ζ$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστὶ τῆ  $ΑΓ$ . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $ΖΕ$  τῆ  $ΑΒ$  παράλληλος· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ΖΘΓΑ$ , καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΑΖΘ$  τῆ ὑπὸ  $ΑΓΘ$ .

καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἑκατέρω τῶν  $ΑΕ, ΕΒ$  τῆς 15  $ΕΓ$ , ἀμβλειᾶ ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΑΓΒ$ · ὀξεῖα ἄρα ἡ ὑπὸ  $ΑΓΑ$ . ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ  $ΑΖΕ$ . καὶ διὰ τοῦτο ἀμβλειᾶ ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΗΖΕ$ .

μὴ ἔστω δὴ ἡ  $ΕΖ$  τῆ  $ΑΒ$  παράλληλος, καὶ ἤχθω κάθετος ἡ  $ΖΚ$ · οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΑΒΕ$  τῆ 20 ὑπὸ  $ΖΕΑ$ . ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ  $Ε$  ὀρθῇ τῆ πρὸς τῷ  $Κ$  ἐστὶν ἴση [οὐκ ἄρα ὁμοίον ἐστὶ τὸ  $ΓΕΒ$  τρίγωνον τῷ  $ΖΕΚ$ ]· οὐκ ἄρα ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΒΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΓ$ , τὸ ἀπὸ  $ΕΚ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΚΖ$ . ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ  $ΒΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΓ$ , τὸ ὑπὸ  $ΑΕΒ$  πρὸς τὸ ἀπὸ 25  $ΕΓ$  καὶ ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν καὶ τὸ ὑπὸ  $ΗΚΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΚΖ$ . οὐκ ἄρα ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΗΚΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΚΖ$ , τὸ ἀπὸ  $ΚΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΚΖ$ . οὐκ

2. μείζων V; corr. p. ἡ] ὁ p. 16. ΑΓΔ] ΑΓΔ, Δ e corr. m. 1, V; corr. p. 17. ΗΖΕ] ΖΗΕ V; corr. p. 18. ΑΒ] c, ΑΑ v, et fort. V, in quo α et β difficulter distinguuntur; ΒΑ p. 23. τὸ ἀπὸ ΕΚ — 24. ΕΓ] om. V; corr. Comm.

$HZA$ , et ducantur  $A\Gamma$ ,  $\Gamma B$ ,  $ZE$ , et  $B\Gamma$  ad  $A$  producat. dico, non esse  $\angle AZE < \angle \Gamma A$ .



$ZE$  enim aut rectae  $AB$  parallela est aut non parallela.

præsumptus sit parallela; et

$$AE = EB;$$

itaque etiam

$$\angle AZG = \angle G\Gamma B$$

[Eucl. VI, 2]. et

$ZE$  diametrus est; itaque recta in  $Z$  contingens rectae  $A\Gamma$  parallela est [prop. VI]. uerum etiam  $ZE$  rectae  $AB$  parallela est;  $Z\theta\Gamma A$  igitur parallelogrammum est; quare  $\angle AZ\theta = \angle \Gamma\theta$  [Eucl. I, 34].

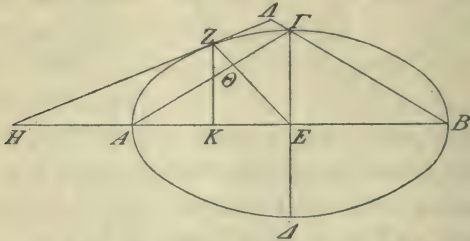
et quoniam est  $AE = EB > E\Gamma$ ,  $\angle \Gamma B$  obtusus est [Eucl. II, 12]; itaque  $\angle \Gamma A$  acutus est. quare etiam  $\angle AZE$  acutus. ergo  $\angle HZE$  obtusus est.

iam  $EZ$  rectae  $AB$  parallela ne sit, et perpendicularis ducatur  $ZK$ ; itaque non est  $\angle ABE = ZEA$ . uerum angulus rectus ad  $E$  positus angulo recto ad  $K$  posito aequalis est<sup>1)</sup>; itaque non est [u. Pappi lemma XII]  $BE^2 : E\Gamma^2 = EK^2 : KZ^2$ . est autem  $BE^2 : E\Gamma^2 = AE \times EB : E\Gamma^2 =$  latus transuersum ad rectum [I, 21]  $= HK \times KE : KZ^2$  [I, 37]. itaque non est  $HK \times KE : KZ^2 = KE^2 : KZ^2$ . ergo non est  $HK = KE$ . sumatur segmentum circuli

1) Uerba οὐκ ἄρα —  $ZEK$  lin. 21—22 falsa sunt (possunt enim esse similes) et sine dubio subditiua.

25. τὴν ὀρθίαν] repet. mg. m. rec. V. 26. οὐκ ἄρα — 27.  $KZ$  (pr.)] om. V; corr. Halley praeunte Commandino.

ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ  $HK$  τῇ  $KE$ . ἐκκείσθω κύκλου τμη-  
μα τὸ  $MTN$  δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ ὑπὸ  $AGB$ .  
ἀμβλεῖα δὲ ἡ ὑπὸ  $AGB$ . ἔλασσον ἄρα ἡμικυκλίου  
τμημά ἐστι τὸ  $MTN$ . πεποιήσθω δὴ, ὡς ἡ  $HK$   
5 πρὸς  $KE$ , ἡ  $NΞ$  πρὸς  $ΞM$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $Ξ$  πρὸς  
ὀρθὰς ἤχθω ἡ  $ΥΞX$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $NT$ ,  $TM$ ,  
καὶ τετμήσθω δίχα ἡ  $MN$  κατὰ τὸ  $T$ , καὶ πρὸς ὀρθὰς



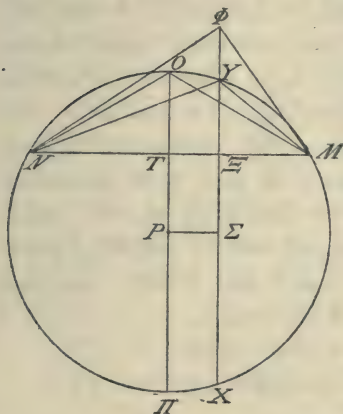
ἤχθω ἡ  $OTΠ$ . διάμετρος ἄρα ἐστίν. ἔστω κέντρον  
τὸ  $P$ , καὶ ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ  $PΣ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν  
10 αἱ  $ON$ ,  $OM$ . ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ  $MON$  ἴση ἐστὶ τῇ  
ὑπὸ  $AGB$ , καὶ δίχα τέτμηται ἑκατέρα τῶν  $AB$ ,  $MN$   
κατὰ τα  $E$ ,  $T$ , καὶ ὀρθαὶ εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς  $E$ ,  $T$   
γωνίαι, ὅμοια ἄρα τὰ  $OTN$ ,  $ΒΕΓ$  τρίγωνα. ἔστιν  
ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $TN$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $TO$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  
15  $BE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EG$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ  $TP$  τῇ  
 $ΣΞ$ , μείζων δὲ ἡ  $PO$  τῆς  $ΣΥ$ , ἡ  $PO$  ἄρα πρὸς  $PT$   
μείζονα ἔχει λόγον ἢπερ ἡ  $ΥΣ$  πρὸς  $ΣΞ$ . καὶ ἀνα-  
στρέψαντι ἡ  $PO$  πρὸς  $OT$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢπερ  
ἡ  $ΣΥ$  πρὸς  $ΥΞ$ . καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ διπλάσια.  
20 ἡ ἄρα  $ΠO$  πρὸς  $TO$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢπερ ἡ  
 $ΧΥ$  πρὸς  $ΥΞ$ . καὶ διελόντι ἡ  $ΠT$  πρὸς  $TO$  ἐλάσ-

2. τῇ]  $pc$ , e corr. m. 1 V. 4. πεποιεῖσθω V; corr.  $pc$ . 6.  
 $ΥΞX$ ]  $ΞTX$  V; corr. p. 8.  $OTΠ$ ]  $TOΠ$  V; corr. p. 17.

$MPN$  angulum capiens angulo  $AGB$  aequalem;  $\angle AGB$  autem obtusus est; itaque segmentum  $MPN$  semicirculo minus est [Eucl. III, 31]. fiat igitur

$$N\Xi : \Xi M = HK : KE,$$

et ab  $\Xi$  perpendicularis ducatur  $T\Xi X$ , ducanturque  $NT$ ,  $TM$ , et  $MN$  in  $T$  in duas partes aequales



secetur, et perpendicularis ducatur  $OT\Pi$ ; ea igitur diametrus est [Eucl. III, 1 coroll.]. sit  $P$  centrum, ab eoque perpendicularis  $P\Sigma$ , et ducantur  $ON$ ,  $OM$ . quoniam igitur est

$$\angle MON = AGB,$$

et utraque  $AB$ ,  $MN$  in  $E$ ,  $T$  in binas partes aequales secta est, et anguli ad  $E$ ,  $T$  positi recti

sunt, trianguli  $OTN$ ,  $BET$  similes sunt. erit igitur

$$TN^2 : TO^2 = BE^2 : ET^2 \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

et quoniam est  $TP = \Sigma E$  [Eucl. I, 34], et  $PO > \Sigma T$  [Eucl. III, 15], erit  $PO : PT > T\Sigma : \Sigma E$  [Eucl. V, 8].

et conuertendo  $PO : OT < \Sigma T : T\Xi$ . et sumptis antecedentium duplis [Eucl. V, 15] erit

$$\Pi O : TO < XT : T\Xi.$$

et dirimendo  $\Pi T : TO < X\Xi : T\Xi$ . est autem

Praeter has figuras V duas alias habet his similes.

$\xi\chi\epsilon\iota$  λόγον] c, λόγον V, λόγον  $\xi\chi\epsilon\iota$  p. 20.  $TO$ ] τὸ  $\overline{o\tau}$  V; (in τὸ des. fol. 90<sup>v</sup>); corr. Halley. 21.  $TO$ ] τὸ  $\overline{\tau\omicron}$  V; corr. p.



σονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  $XΞ$  πρὸς  $ΥΞ$ . ἀλλ' ὡς μὲν  
 ἡ  $ΠΤ$  πρὸς  $ΤΟ$ , τὸ ἀπὸ  $ΤΝ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΤΟ$  καὶ  
 τὸ ἀπὸ  $ΒΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΓ$  καὶ ἡ πλαγία πρὸς τὴν  
 ὀρθίαν καὶ τὸ ὑπὸ  $ΗΚΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΚΖ$ . τὸ ἄρα  
 5 ὑπὸ  $ΗΚΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΚΖ$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει  
 ἥπερ ἡ  $XΞ$  πρὸς  $ΞΥ$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $XΞΥ$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $ΞΥ$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $NΞΜ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΞΥ$ .  
 εἰν ἄρα ποιήσωμεν, ὡς τὸ ὑπὸ  $ΗΚΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $KZ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $MΞN$  πρὸς ἄλλο τι, ἔσται πρὸς  
 10 μείζον τοῦ ἀπὸ  $ΞΥ$ . ἔστω πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΞΦ$ . ἐπεὶ  
 οὖν ἔστιν, ὡς ἡ  $ΗΚ$  πρὸς  $ΚΕ$ , οὕτως ἡ  $NΞ$  πρὸς  
 $ΞΜ$ , καὶ πρὸς ὀρθάς εἰσιν αἱ  $KZ$ ,  $ΞΦ$ , καὶ ἔστιν,  
 ὡς τὸ ὑπὸ  $ΗΚΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KZ$ , τὸ ὑπὸ  $MΞN$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΞΦ$ , διὰ ταῦτα ἴση ἔστιν ἡ ὑπὸ  $HZE$  γωνία  
 15 τῆ ὑπὸ  $MΦN$ . μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ  $ΜΥΝ$ , τουτέστιν  
 ἡ ὑπὸ  $ΑΓΒ$ , τῆς ὑπὸ  $HZE$  γωνίας, ἡ δὲ ἐφεξῆς ἡ  
 ὑπὸ  $AZΘ$  μείζων ἔστί τῆς ὑπὸ  $ΑΓΘ$ .  
 οὐκ ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ  $AZΘ$  τῆς ὑπὸ  $ΑΓΘ$ .

νγ'.

20 Τῆς δοθείσης ἑλλείψεως ἐφαπτομένην ἀγαγεῖν, ἣτις  
 πρὸς τῆ διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη διαμέτρῳ γωνίαν  
 ποιήσει ἴσην τῆ δοθείσῃ ὀξείᾳ· δεῖ δὴ τὴν διδομένην  
 ὀξείαν γωνίαν μὴ ἐλάσσονα εἶναι τῆς ἐφεξῆς τῆ περι-  
 εχομένη ὑπὸ τῶν πρὸς μέσην τὴν τομὴν κλωμένων  
 25 εὐθειῶν.

ἔστω ἡ δοθεῖσα ἑλλειψις, ἥς μείζων μὲν ἄξων ὁ  
 $AB$ , ἐλάσσων δὲ ὁ  $ΓΔ$ , κέντρον δὲ τὸ  $E$ , καὶ ἐπε-  
 ζεύχθωσαν αἱ  $ΑΓ$ ,  $ΓΒ$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἔστω ἡ

1.  $XΞ$ ]  $pc$ , corr. ex  $XT$  m. 1  $V$ . 7.  $NΞΜ$ ]  $c$ ,  $Ξ$  corr.  
 ex  $Γ$  m. 1  $V$ . 9.  $MΞN$ ]  $MNΞ$   $V$ ; corr.  $p$  (τῶν  $NΞ$ ,  $ΞΜ$ ).

$HT:TO = TN^2:TO^2$  [Eucl. VI, 8 coroll.; VI, 19 coroll.]  
 $= BE^2:EG^2 =$  latus transuersum ad rectum [I, 21] =  
 $HK \times KE:KZ^2$  [I, 37]. itaque

$$HK \times KE:KZ^2 < XE:ET,$$

hoc est  $< XE \times ET:ET^2$ , hoc est [Eucl. III, 35]  
 $HK \times KE:KZ^2 < NE \times EM:ET^2$ . itaque si fe-  
 cerimus, ut  $HK \times KE:KZ^2$ , ita  $ME \times EN$  ad aliam  
 aliquam magnitudinem, erit ad maiorem quam  $ET^2$   
 [Eucl. V, 10]. sit

$$HK \times KE:KZ^2 = ME \times EN:EP^2.$$

iam quoniam est  $HK:KE = NE:EM$ , perpendi-  
 cularesque sunt  $KZ$ ,  $EP$ , et est

$$HK \times KE:KZ^2 = ME \times EN:EP^2,$$

erit [u. Pappi lemma XI]  $\angle HZE = M\Phi N$ . itaque  
 $\angle MTN > HZE$  [Eucl. I, 21], hoc est

$$\angle A\Gamma B > HZE,$$

et angulus deinceps positus  $AZ\Theta > A\Gamma\Theta$  [Eucl. I, 13].

ergo non est  $\angle AZ\Theta < A\Gamma\Theta$ .

### LIII.

Datam ellipsim contingentem rectam ducere, quae  
 ad diametrum per punctum contactus ductam angulum  
 efficiat aequalem dato angulo acuto; oportet igitur,  
 datum angulum acutum non minorem esse angulo,  
 qui deinceps positus est angulo rectis ad mediam sec-  
 tionem fractis comprehenso [prop. LII].

sit data ellipsis, cuius maior axis sit  $AB$ , minor  
 autem  $\Gamma A$ , et centrum  $E$ , ducanturque  $A\Gamma$ ,  $\Gamma B$ ,

13.  $KZ$ ] p, corr. ex  $KH$  m. 1 V.  $ME \times EN$ ]  $MN \times E$  V;  $\tau\tilde{\omega}v$   
 $NE$ ,  $EM$  p. 14.  $\zeta\sigma\eta$ ] om. V; correxi cum Memo. 16.  
 $HZE$ ] p,  $H$  postea ins. m. 1 V; e corr. c. 19.  $\nu\gamma'$ ]  $\xi\gamma'$  m. rec. V

Υ οὐκ ἐλάσσων τῆς ὑπὸ ΑΓΗ· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ οὐκ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς Χ.

ἡ Υ ἄρα τῆς ὑπὸ ΑΓΗ ἢ μείζων ἐστὶν ἢ ἴση.

ἔστω πρότερον ἴση· καὶ διὰ τοῦ Ε τῆ ΒΓ παρ-  
 5 ἀλληλός ἤχθω ἡ ΕΚ, καὶ διὰ τοῦ Κ ἐφαπτομένη τῆς  
 τομῆς ἤχθω ἡ ΚΘ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῆ  
 ΕΒ, καὶ ἐστὶν, ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ, ἡ ΑΖ πρὸς ΖΓ,  
 ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῆ ΓΖ. καὶ ἐστὶ διάμετρος ἡ ΚΕ·  
 ἡ ἄρα κατὰ τὸ Κ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς, τουτέστιν  
 10 ἡ ΘΚΗ, παράλληλός ἐστὶ τῆ ΓΑ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΕΚ  
 τῆ ΗΒ παράλληλος· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ  
 ΚΖΓΗ· καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΚΖ γωνία  
 τῆ ὑπὸ ΗΓΖ γωνία. ἡ δὲ ὑπὸ ΗΓΖ τῆ δοθείση,  
 τουτέστι τῆ Υ, ἴση ἐστὶ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΚΕ ἄρα ἐστὶν  
 15 ἴση τῆ Υ.

ἔστω δὲ ἡ μείζων ἡ Υ γωνία τῆς ὑπὸ ΑΓΗ· ἀνά-  
 παλιν δὲ ἡ Χ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ ἐλάσσων ἐστὶν.

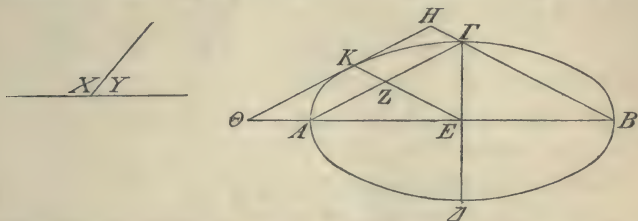
ἐκκείσθω κύκλος, καὶ ἀφηρήσθω ἀπ' αὐτοῦ τμήμα,  
 καὶ ἔστω τὸ ΜΝΠ, δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῆ Χ, καὶ  
 20 τετμήσθω ἡ ΜΠ δίχα κατὰ τὸ Ο, καὶ ἀπὸ τοῦ Ο τῆ  
 ΜΠ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΝΟΡ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  
 ΝΜ, ΝΠ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΜΝΠ γωνία τῆς ὑπὸ ΑΓΒ  
 ἐλάσσων ἐστὶν. ἀλλὰ τῆς μὲν ὑπὸ ΜΝΠ ἡμίσειά  
 ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΜΝΟ, τῆς δὲ ὑπὸ ΑΓΒ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ·  
 25 ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ ΜΝΟ τῆς ὑπὸ ΑΓΕ. καὶ ὀρ-  
 θαὶ αἱ πρὸς τοῖς Ε, Ο· ἡ ἄρα ΑΕ πρὸς ΕΓ μείζονα  
 λόγον ἔχει ἢπερ ἡ ΟΜ πρὸς ΟΝ. ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ

1. ὥστε] p c, ω e corr. m. 1 V. 8. τῆ ΓΖ] om. V; corr. p (τῆ ΖΓ). 13. ΗΓΖ] (pr.) p c, Γ corr. ex K m. 1 V. 14. ἐστὶν] c, ἐστὶ V. 19. τὸ ΜΝΠ] τομὴ π V; corr. p. 24. ΜΝΟ] p c, O e corr. m. 1 V.

datus autem angulus sit  $\mathcal{T}$  non minor angulo  $A\Gamma H$ ;  
quare etiam  $\angle A\Gamma B$  angulo  $X$  minor non est [Eucl. I, 13].

erit igitur aut  $\angle \mathcal{T} > A\Gamma H$  aut  $\mathcal{T} = A\Gamma H$ .

prius sit  $\mathcal{T} = A\Gamma H$ ; et per  $E$  rectae  $B\Gamma$  par-  
allela ducatur  $EK$ , per  $K$  autem sectionem contingens  
ducatur  $K\Theta$  [prop. XLIX]. quoniam igitur est



$AE = EB$ , et  $AE : EB = AZ : Z\Gamma$  [Eucl. VI, 2],  
erit etiam  $AZ = Z\Gamma$  [Eucl. V, 16, 14]. et  $KE$  dia-  
metrus est; itaque recta in  $K$  contingens, hoc est  
 $\Theta KH$ , rectae  $\Gamma A$  parallela est [prop. VI]. uerum  
etiam  $EK$  rectae  $HB$  parallela est; itaque  $KZ\Gamma H$   
parallelogrammum est; et ea de causa  $\angle HKZ = H\Gamma Z$   
[Eucl. I, 34]. est autem  $H\Gamma Z = \mathcal{T}$ . ergo etiam  
 $\angle HKE = \mathcal{T}$ .

iam uero sit  $\mathcal{T} > A\Gamma H$ ; e contrario igitur [Eucl. I, 13]  
 $\angle X < A\Gamma B$ .

sumatur circulus, ab eoque abscindatur segmentum,  
quod sit  $MN\Pi$ , angulum capiens angulo  $X$  aequalem  
[Eucl. III, 33], et  $M\Pi$  in  $O$  in duas partes aequales  
secetur, ab  $O$  autem ad  $M\Pi$  perpendicularis ducatur  
 $NOP$ , ducanturque  $NM$ ,  $N\Pi$ ; erit igitur

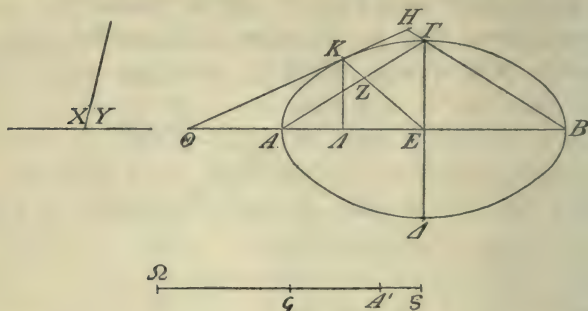
$$\angle MN\Pi < A\Gamma B.$$

est autem  $MNO = \frac{1}{2}MN\Pi$  et  $A\Gamma E = \frac{1}{2}A\Gamma B$

Hanc figuram om. V.



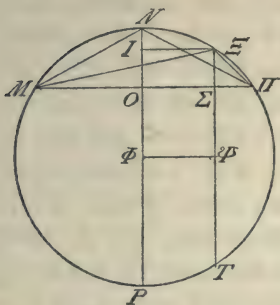
τῆς  $AE$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $EG$  μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ ἀπὸ  $MO$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $NO$ . ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ  $AE$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $AEB$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $MO$  ἴσον τῷ ὑπὸ



$MO$ , τουτέστι τῷ ὑπὸ  $NOP$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $AEB$   
 5 πρὸς τὸ ἀπὸ  $EG$ , τουτέστιν ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν,  
 μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ ἡ  $PO$  πρὸς  $ON$ . γενέσθω  
 δὴ, ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἡ  $\Omega A'$  πρὸς  $A' \varsigma$ ,  
 καὶ δίχα τετμήσθω ἡ  $\Omega \varsigma$  κατὰ το  $\varsigma$ . ἐπεὶ οὖν ἡ  
 πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ ἡ  
 10  $PO$  πρὸς  $ON$ , καὶ ἡ  $\Omega A'$  πρὸς  $A' \varsigma$  μείζονα λόγον  
 ἔχει ἢπερ ἡ  $PO$  πρὸς  $ON$ . καὶ συνθέντι ἡ  $\Omega \varsigma$  πρὸς  
 τὴν  $\varsigma A'$  μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ ἡ  $PN$  πρὸς  $NO$ .  
 ἔστω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ  $\Phi$ . ὥστε καὶ ἡ  $\varsigma \varsigma$   
 πρὸς  $\varsigma A'$  μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ ἡ  $\Phi N$  πρὸς  $NO$ .  
 15 καὶ διελόντι ἡ  $A' \varsigma$  πρὸς  $A' \varsigma$  μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ  
 ἡ  $\Phi O$  πρὸς  $ON$ . γενέσθω δὴ, ὡς ἡ  $A' \varsigma$  πρὸς  $A' \varsigma$ ,  
 οὕτως ἡ  $\Phi O$  πρὸς ἐλάττονα τῆς  $ON$ , οἷον τὴν  $IO$ ,  
 καὶ παράλληλος ἦχθω ἡ  $I\Xi$  καὶ ἡ  $\Xi T$  καὶ ἡ  $\Phi\Psi$ . ἔσται  
 ἄρα, ὡς ἡ  $A' \varsigma$  πρὸς  $A' \varsigma$ , ἡ  $\Phi O$  πρὸς  $OI$  καὶ ἡ  $\Psi\Sigma$

7.  $\Omega A'$ ]  $\overline{\omega, \alpha}$  V, et sic deinceps.  $\varsigma$  saepe litterae  $\varsigma$  similis est in V. 10.  $\Omega A'$ ]  $\overline{\omega, \alpha}$  V; corr. p.  $A' \varsigma$ ]  $\overline{\alpha \varsigma}$  V; corr. p.

[Eucl. I, 4]; itaque  $MNO < AGE$ . et anguli ad  $E$ ,  $O$  positi recti sunt; itaque  $AE : E\Gamma > OM : ON$  [u.



Pappi lemma V]. quare etiam  $AE^2 : E\Gamma^2 > MO^2 : NO^2$ . est autem  $AE^2 = AE \times EB$  et  $MO^2 = MO \times O\Pi$

$$= NO \times OP \text{ [Eucl. III, 35].}$$

itaque

$AE \times EB : E\Gamma^2 > PO : ON$ , hoc est [I, 21] latus transversum ad rectum maiorem rationem habet quam  $PO : ON$ .

fiat igitur, ut latus transversum ad rectum, ita  $\Omega A' : A'\varsigma$ , seceturque  $\Omega\varsigma$  in  $\eta$  in duas partes aequales. iam quoniam latus transversum ad rectum maiorem rationem habet quam  $PO : ON$ , erit etiam

$$\Omega A' : A'\varsigma > PO : ON.$$

et componendo

$$\Omega\varsigma : \varsigma A' > PN : NO.$$

sit  $\Phi$  centrum circuli; itaque etiam

$$\eta\varsigma : \varsigma A' > \Phi N : NO.$$

et dirimendo  $A'\eta : A'\varsigma > \Phi O : ON$ . fiat igitur

$$A'\eta : A'\varsigma = \Phi O : IO,$$

quae minor est quam  $ON$  [Eucl. V, 8], ducanturque parallelae  $I\xi$ ,  $\xi T$ ,  $\Phi\Psi$ . erit igitur

$$A'\eta : A'\varsigma = \Phi O : OI = \Psi\Sigma : \Sigma\xi \text{ [Eucl. I, 34];}$$

et componendo  $\eta\varsigma : \varsigma A' = \Psi\xi : \xi\Sigma$  [Eucl. V, 18].

In his figuris om. V angulos  $X$ ,  $T$  et rectam  $\Omega\varsigma$ .

13.  $\omega\sigma\tau\epsilon$ ] bis V (in alt.  $\omega$  corr. ex  $\kappa$  m. 1); corr. pvc.

16.  $A'\varsigma$ ]  $\alpha\varsigma$  V; corr. p. 19.  $A'\varsigma$ ]  $\alpha\varsigma$  V; corr. p.

πρὸς ΣΞ· καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ς ε πρὸς ε Α', ἡ ΨΞ  
 πρὸς ΞΣ. καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ διπλάσια, ὡς ἡ  
 Ως πρὸς ε Α', ἡ ΤΞ πρὸς ΞΣ. καὶ διελόντι, ὡς ἡ  
 Ω Α' πρὸς Α' ε, τουτέστιν ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν,  
 5 ἡ ΤΣ πρὸς ΣΞ. ἐπεξεύχθωσαν δὴ αὖ ΜΞ, ΞΠ, καὶ  
 συνεστίατω πρὸς τῆ ΑΕ εὐθεία καὶ τῷ Ε σημείῳ τῆ  
 ἵπὸ ΜΠΞ γωνία ἴση ἡ ὑπὸ ΑΕΚ, καὶ διὰ τοῦ Κ  
 ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἤχθω ἡ ΚΘ, καὶ τεταγμένως  
 κατήχθω ἡ ΚΑ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΜΠΞ  
 10 γωνία τῆ ὑπὸ ΑΕΚ, ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Σ ὀρθῆ  
 τῆ πρὸς τῷ Α ἴση, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΞΣΠ τῷ  
 ΚΕΑ τρίγωνῳ. καὶ ἐστὶν, ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν  
 ὀρθίαν, ἡ ΤΣ πρὸς ΣΞ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΤΣΞ πρὸς  
 τὸ ἀπὸ ΞΣ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΜΣΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΣ·  
 15 ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΑΕ τρίγωνον τῷ ΣΞΠ τρίγωνῳ  
 καὶ τῷ ΚΘΕ τὸ ΜΞΠ, καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἐστὶν ἡ  
 ὑπὸ ΜΞΠ γωνία τῆ ὑπὸ ΘΚΕ. ἡ δὲ ὑπὸ ΜΞΠ τῆ  
 ὑπὸ ΜΝΠ ἐστὶν ἴση, τουτέστι τῆ Χ· καὶ ἡ ὑπὸ  
 ΘΚΕ ἄρα τῆ Χ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ἐφεξῆς ἄρα ἡ ὑπὸ  
 20 ΗΚΕ τῆ ἐφεξῆς τῆ Γ ἐστὶν ἴση.

διηκται ἄρα τῆς τομῆς ἐφαπτομένη ἡ ΗΘ πρὸς τῆ  
 διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη διαμέτρῳ τῆ ΚΕ γωνίαν ποι-  
 οῦσα τὴν ὑπὸ ΗΚΕ ἴσην τῆ δοθείσῃ τῆ Γ· ὅπερ  
 ἔδει ποιῆσαι.

1. ΣΞ] in ras. p, ΕΞ V. ἡ] (pr.) om. V; corr. p. ε Α']  
 ξ̄α c et corr. ex ε̄ α m. 1 V; corr. Memus; ς α p. Α et Α' (α)  
 inter se simillimas hab. V. 5. ΣΞ] e corr. p, ΣΖ V. 6.  
 καί] om. V; corr. p. 7. ΑΕΚ] ΕΑΚ V; corr. p. 10.  
 τῆ] pvc, τ euan. in V. τῷ] τό V; corr. p. Σ] Κ V;  
 corr. p. 11. τῷ] (pr.) τό V; corr. p. τῷ ΚΕΑ] mg. repet.  
 m. rec. V. 13. τουτέστι — 14. ΞΣ (pr.)] bis V (altero loco  
 ΤΣΖ pro ΤΣΞ); corr. p. 20. Γ] ῥ V, ut lin. 23. 23.  
 Ante ἴσην del. γωνίαν m. 1 V (om. pcv). ὅπερ ἔδει ποιῆσαι]

et sumptis duplis antecedentium [Eucl. V, 15]

$$\Omega\epsilon : \epsilon A' = T\Xi : \Xi\Sigma \text{ [Eucl. III, 3].}$$

et dirimendo [Eucl. V, 17]  $\Omega A' : A'\epsilon = T\Sigma : \Sigma\Xi =$   
 latus transversum ad rectum. iam ducantur  $M\Xi$ ,  
 $\Xi\Pi$ , et ad  $AE$  rectam punctumque eius  $E$  construat  
 $\angle AEK = M\Pi\Xi$  [Eucl. I, 23], per  $K$  autem sectionem  
 contingens ducatur  $K\Theta$  [prop XLIX], et ordinate  
 ducatur  $KA$ . iam quoniam est  $\angle M\Pi\Xi = AEK$ , et  
 rectus angulus ad  $\Sigma$  positus recto angulo ad  $A$  posito  
 aequalis, aequianguli sunt trianguli  $\Xi\Sigma\Pi$ ,  $KEA$ . est  
 autem, ut latus transversum ad rectum, ita

$$T\Sigma : \Sigma\Xi = T\Sigma \times \Sigma\Xi : \Xi\Sigma^2 = \text{[Eucl. III, 35]}$$

$$M\Sigma \times \Sigma\Pi : \Xi\Sigma^2.$$

itaque<sup>1)</sup> trianguli  $KA E$ ,  $\Sigma\Xi\Pi$  et  $K\Theta E$ ,  $M\Xi\Pi$  similes  
 sunt; quare erit  $\angle M\Xi\Pi = \Theta KE$ . est autem

$$\angle M\Xi\Pi = MN\Pi \text{ [Eucl. III, 21] } = X;$$

itaque etiam  $\angle \Theta KE = X$ . ergo etiam anguli iis  
 deinceps positi aequales sunt [Eucl. I, 13]  $HKE = \gamma$ .

ergo sectionem contingens ducta est  $H\Theta$  ad diame-  
 trum per punctum contactus ductam  $KE$  angulum effi-  
 ciens  $HKE$  dato angulo  $\gamma$  aequalem; quod oportebat fieri.

1) E lemmate XI Pappi; nam ut latus transversum ad  
 rectum, ita  $\Theta A \times AE : KA^2$  (I, 37).

om. p. In fine (fol. 92<sup>v</sup>; fol. 93<sup>r</sup> occupant figurae huius prop.):  
 ένταύθα δοκεῖ εἶναι τέλος τοῦ δευτέρου τῶν κωνικῶν Ἀπολλωνίου  
 m. 2 V.

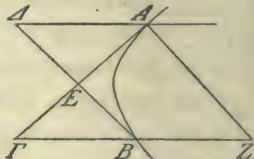


## ΚΩΝΙΚΩΝ γ'.

α'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεΐαι ἐπιψαύουσαι συμπίπτωσιν, ἀχθῶσι δὲ διὰ τῶν ἀψῶν διάμετροι συμπίπτουσαι ταῖς ἐφαπτομέναις, ἴσα ἔσται  
5 τὰ γινόμενα κατὰ κορυφὴν τριγώνου.

ἔστω κώνου τομὴ ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ  $AB$ , καὶ τῆς  $AB$  ἐφαπτέσθωσαν ἡ τε  $AG$  καὶ ἡ  $BA$  συμπίπτουσαι κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἤχθωσαν διὰ τῶν  $A, B$  διάμετροι  
10 τῆς τομῆς αἱ  $GB, \Delta A$  συμπίπτουσαι ταῖς ἐφαπτομέναις κατὰ τὰ  $\Gamma, \Delta$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἔστί τὸ  $A\Delta E$  τρίγωνον τῷ  $EB\Gamma$ .



ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ  $A$  παρὰ τὴν  $BA$  ἢ  $AZ$  τεταγμένως ἄρα κατῆκται. ἔσται δὲ ἐπὶ μὲν τῆς παραβολῆς ἴσον τὸ  $A\Delta BZ$  παραλληλόγραμμον τῷ  $AGZ$  τριγώνῳ, καὶ κοινοῖ ἀφαιρουμένον τοῦ  $AEBZ$  λοιπὸν τὸ  $A\Delta E$  τρίγωνον ἴσον ἔστί τῷ  $\Gamma BE$  τριγώνῳ.

ἐπὶ δὲ τῶν λοιπῶν συμπιπέτωσαν αἱ διάμετροι  
20 κατὰ τὸ  $H$  κέντρον.

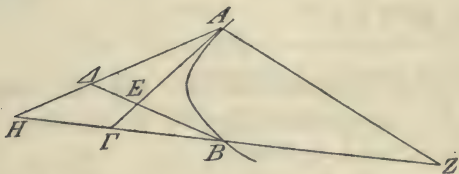
Titulum non habet V, in quo liber incipit fol. 93<sup>v</sup>; Ἀπολλωνίου τοῦ Περγαίου κωνικῶν τρίτον p. 1. α'] m. rec. V, ut semper deinceps. 16.  $A\Delta BZ$ ]  $AB\Delta Z$  V; corr. Halley.

## CONICORUM LIBER III.

### I.

Si rectae conic sectionem uel circuli ambitum contingentes inter se concurrunt, et per puncta contactus diametri ducuntur cum contingentibus concurrentes, trianguli ita orti, qui ad uerticem inter se positi sunt, aequales erunt.

sit  $AB$  conic sectio uel ambitus circuli, et lineam  $AB$  contingant  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  in  $E$  concurrentes, per  $A$ ,



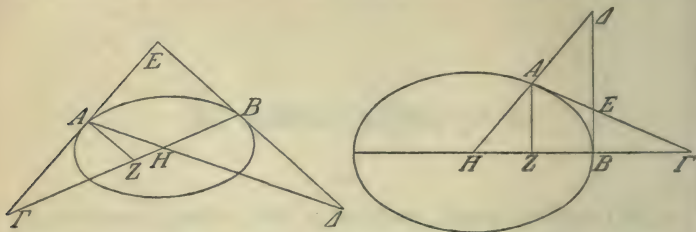
$B$  autem diametri sectionis ducantur  $\Gamma B$ ,  $\Delta A$  cum contingentibus in  $\Gamma$ ,  $\Delta$  concurrentes. dico, esse

$$A\Delta E = EBG.$$

ducatur enim ab  $A$  rectae  $B\Delta$  parallela  $AZ$ ; ordinate igitur ducta est [I def. 5]. in parabola igitur erit [I, 42]  $A\Delta BZ = A\Gamma Z$ , et ablato, quod commune est,  $AEBZ$  reliquum erit  $A\Delta E = \Gamma B E$ .

in reliquis autem diametri in  $H$  centro concurrant.

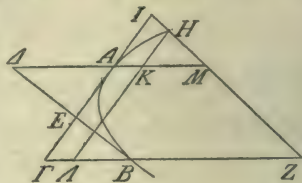
ἐπεὶ οὖν κατῆκται ἡ  $AZ$ , καὶ ἐφάπτεται ἡ  $AG$ ,  
τὸ ὑπὸ  $ZHG$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $BH$ . ἔστιν ἄρα, ὡς  
ἡ  $ZH$  πρὸς  $HB$ , ἡ  $BH$  πρὸς  $HG$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ



$ZH$  πρὸς  $HG$ , τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HB$ . ἀλλ'  
5 ὡς τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HB$ , τὸ  $AHZ$  πρὸς τὸ  
 $\Delta HB$ , ὡς δὲ ἡ  $ZH$  πρὸς  $HG$ , τὸ  $AHZ$  πρὸς  $AHG$ .  
καὶ ὡς ἄρα τὸ  $AHZ$  πρὸς τὸ  $AHG$ , τὸ  $AHZ$  πρὸς  
 $\Delta HB$ . ἴσον ἄρα τὸ  $AHG$  τῷ  $\Delta HB$ . κοινὸν ἀφη-  
10 ῤῆσθω τὸ  $\Delta HGE$ . λοιπὸν ἄρα τὸ  $AED$  τρίγωνον  
ἴσον ἐστὶ τῷ  $ΓEB$ .

β'.

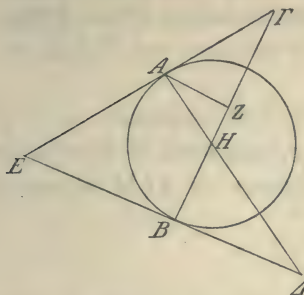
Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐπὶ τῆς τομῆς ἢ τῆς  
τοῦ κύκλου περιφερείας ληφθῆ τι σημεῖον, καὶ δι'  
αὐτοῦ παράλληλοι ἀχθῶσι  
15 ταῖς ἐφαπτομέναις ἕως τῶν  
διαμέτρων, τὸ γινόμενον  
τετράπλευρον πρὸς τε μιᾷ  
τῶν ἐφαπτομένων καὶ μιᾷ  
τῶν διαμέτρων ἴσον ἔσται  
20 τῷ γινομένῳ τριγώνῳ πρὸς τε τῇ αὐτῇ ἐφαπτομένῃ καὶ  
τῇ ἐτέρᾳ τῶν διαμέτρων.



ἔστω γὰρ κώνου τομῇ ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ  $AB$

5. ὡς] pc, corr. ex ó m. 1 V.

iam quoniam  $AZ$  ordinate ducta est, et  $A\Gamma$  contingit, erit  $ZH \times H\Gamma = BH^2$  [I, 37]. itaque

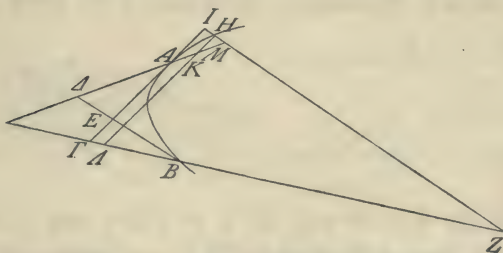


$ZH : HB = BH : H\Gamma$   
 [Eucl. VI, 17]; quare etiam  
 $ZH : H\Gamma = ZH^2 : HB^2$   
 [Eucl. V def. 9]. est autem  
 $ZH^2 : HB^2 = AHZ : \Delta HB$   
 [Eucl. VI, 19], et  
 $ZH : H\Gamma = AHZ : AH\Gamma$   
 [Eucl. VI, 1]. quare etiam  
 $AHZ : AH\Gamma = AHZ : \Delta HB.$

itaque  $AH\Gamma = \Delta HB$  [Eucl. V, 9]. auferatur, quod commune est,  $\Delta H\Gamma E$ ; reliquum igitur  $AE\Delta = \Gamma EB.$

II.

Iisdem suppositis si in sectione uel ambitu circuli punctum aliquod sumitur, et per id rectae contingentibus parallelae ducuntur usque ad diametros, quadrangulus ad alteram contingentium alteramque diametro-



rum ortus aequalis erit triangulo ad eandem contingentem alteramque diametrum orto.

sit enim  $AB$  conici sectio uel ambitus circuli contingentesque  $A\Gamma$ ,  $BE\Delta$ , diametri autem  $A\Delta$ ,  $B\Gamma$ ,



καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ  $ΑΕΓ$ ,  $ΒΕΔ$ , διάμετροι δὲ αἱ  $ΑΔ$ ,  $ΒΓ$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $Η$ , καὶ ἤχθωσαν παρὰ τὰς ἐφαπτομένας αἱ  $ΗΚΑ$ ,  $ΗΜΖ$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $ΑΙΜ$  τρίγωνον τῷ  $ΓΛΗΙ$  τε-  
5 τετραπλεύρῳ.

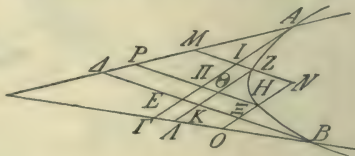
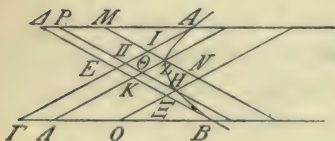
ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τὸ  $ΗΚΜ$  τρίγωνον τῷ  $ΑΔ$  τετραπλεύρῳ ἴσον, κοινὸν προσκείσθω ἢ ἀφηρήσθω τὸ  $ΙΚ$  τετράπλευρον, καὶ γίνεται τὸ  $ΑΙΜ$  τρίγωνον ἴσον τῷ  $ΓΗ$  τετραπλεύρῳ.

10

γ'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐπὶ τῆς τομῆς ἢ τῆς περιφερείας  $\beta$  σημεῖα ληφθῇ, καὶ δι' αὐτῶν παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις ἕως τῶν διαμέτρων, τα γινόμενα ὑπὸ τῶν ἀχθεισῶν τετράπλευρα, βεβηκότα  
15 δὲ ἐπὶ τῶν διαμέτρων, ἴσα ἔσται ἀλλήλοις.

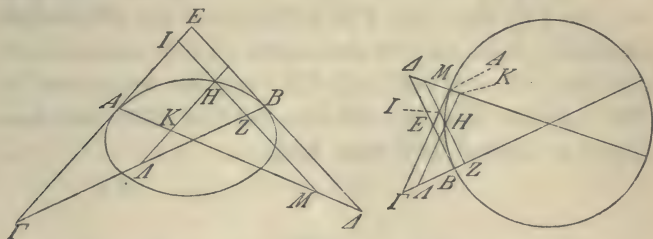
ἔστω γὰρ ἡ τομὴ καὶ αἱ ἐφαπτόμεναι καὶ αἱ διάμετροι, ὡς προείρηται, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς δύο τυχόντα σημεῖα τὰ  $Ζ$ ,  $Η$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $Ζ$  ταῖς ἐφαπτομέναις παράλληλοι ἤχθωσαν ἢ τε  $ΖΘΚΑ$  καὶ



20 ἢ  $ΝΖΙΜ$ , διὰ δὲ τοῦ  $Η$  ἢ τε  $ΗΞΟ$  καὶ ἢ  $ΘΠΡ$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν  $ΑΗ$  τετράπλευρον τῷ  $ΜΘ$ , τὸ δὲ  $ΑΝ$  τῷ  $ΠΝ$ .

4.  $ΓΛΗΙ$ ] V?, p;  $ΓΛΗ$  c, et v, sed corr. m. 2. V in prop. Π quinque praeterea figg. habet.

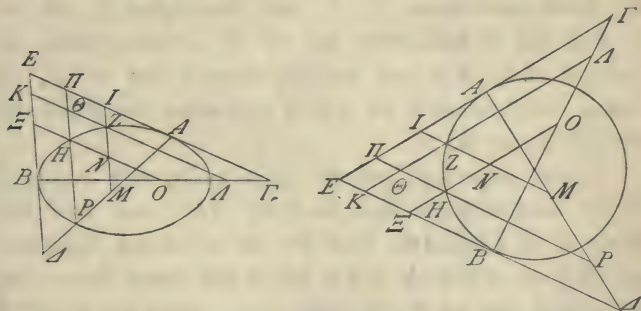
et sumatur in sectione punctum aliquod  $H$ , ducanturque contingentibus parallelae  $HK\Lambda$ ,  $HMZ$ . dico, esse  $AIM = \Gamma\Lambda HI$ .



nam quoniam demonstratum est [I, 42—43], esse  $HKM = A\Lambda$ , commune adiciatur uel auferatur quadrangulus  $IK$ . tum erit  $AIM = \Gamma\Lambda HI$ .

III.

Iisdem suppositis si in sectione uel ambitu circuli duo puncta sumuntur, et per ea rectae contingentibus parallelae usque ad diametros ducuntur, quadranguli



rectis ita ductis effecti et in diametris collocati inter se aequales erunt.

sit enim sectio et contingentibus et diametri, sicut

ἐπεὶ γὰρ προδέδεικται ἴσον τὸ  $PΠA$  τρίγωνον  
 τῷ  $ΓΗ$  τετραπλεύρῳ, τὸ δὲ  $AMI$  τῷ  $ΓΖ$ , τὸ δὲ  
 $ΑΡΠ$  τοῦ  $AMI$  μείζον ἐστὶ τῷ  $ΠΜ$  τετραπλεύρῳ,  
 καὶ τὸ  $ΓΗ$  ἄρα τοῦ  $ΓΖ$  μείζον ἐστὶ τῷ  $ΜΠ$  τετρα-  
 5 πλεύρῳ· ὥστε τὸ  $ΓΗ$  ἴσον ἐστὶ τῷ  $ΓΖ$  καὶ τῷ  $ΠΜ$ ,  
 τουτέστι τῷ  $ΓΘ$  καὶ τῷ  $PZ$ . κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ  
 $ΓΘ$ . λοιπὸν ἄρα τὸ  $ΔΗ$  ἴσον ἐστὶ τῷ  $ΘΜ$ . καὶ ὅλον  
 ἄρα τὸ  $ΔΝ$  τῷ  $PN$  ἴσον ἐστίν.

δ'.

10 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι  
 συμπίπτωσιν ἀλλήλαις, ἀχθῶσι δὲ διὰ τῶν ἀφῶν διά-  
 μετροὶ συμπίπτουσαι ταῖς ἐφαπτομέναις, ἴσα ἔσται τα  
 πρὸς ταῖς ἐφαπτομέναις τρίγωνα.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , αἱ δὲ ἐφαπτόμεναι  
 15 αὐτῶν αἱ  $ΑΓ, ΒΓ$  συμπίπτέτωσαν κατὰ τὸ  $Γ$ , κέντρον  
 δὲ ἔστω τῶν τομῶν τὸ  $Δ$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AB$  καὶ  
 ἡ  $ΓΔ$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $E$ , ἐπεξεύχθωσαν δὲ  
 καὶ αἱ  $ΔA, ΒΔ$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ  $Z, H$ .  
 λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $ΑΗΔ$  τρίγωνον τῷ  $ΒΔΖ$ , τὸ  
 20 δὲ  $ΑΓΖ$  τῷ  $ΒΓΗ$ .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $Θ$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ  
 $ΘΔ$ . παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ  $ΑΗ$ . καὶ ἐπεὶ ἴση  
 ἐστὶν ἡ  $ΑΔ$  τῇ  $ΔΘ$ , ἴσον ἂν εἴη τὸ  $ΑΗΔ$  τρίγωνον  
 τῷ  $ΘΔΔ$ . ἀλλὰ τὸ  $ΔΘΔ$  τῷ  $ΒΔΖ$  ἐστὶν ἴσον· καὶ  
 25 τὸ  $ΑΗΔ$  ἄρα τῷ  $ΒΔΖ$  ἐστὶν ἴσον. ὥστε καὶ τὸ  $ΑΓΖ$   
 τῷ  $ΒΓΗ$  ἴσον.

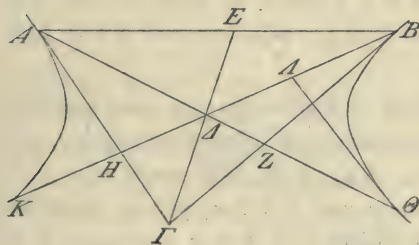
antea diximus, sumantur autem in sectione duo quae-  
libet puncta  $Z, H$ , et per  $Z$  contingentibus parallelae  
ducantur  $Z\Theta K\Lambda$ ,  $NZIM$ , per  $H$  autem  $H\Xi O$ ,  $\Theta\Pi P$ .  
dico, esse  $\Lambda H = M\Theta$ ,  $\Lambda N = PN$ .

quoniam enim antea demonstraui[mus] [prop. II], esse  
 $P\Pi A = \Gamma H$ ,  $AMI = \Gamma Z$ , et  $AP\Pi = AMI + \Pi M$ ,  
erit etiam  $\Gamma H = \Gamma Z + \Pi M$ . itaque  $\Gamma H = \Gamma\Theta + PZ$ .  
auferatur, quod commune est,  $\Gamma\Theta$ ; reliquum igitur  
 $\Lambda H = \Theta M$ . ergo  $\Lambda N = PN$ .

IV.

Si duae rectae sectiones oppositas contingentes  
inter se concurrunt, et per puncta contactus diametri  
ducuntur cum contingentibus concurrentes, trianguli  
ad contingentes positi aequales erunt.

sint  $A, B$  sectiones oppositae, easque contingentes  
 $A\Gamma, B\Gamma$  in  $\Gamma$  concurrant, centrum autem sectionum



sit  $\Delta$ , ducaturque  
 $AB$  et  $\Gamma\Delta$ , quae  
ad  $E$  producantur,  
et ducantur etiam  
 $\Delta A, B\Delta$  produ-  
canturque ad  $Z, H$ .  
dico, esse

$$AH\Delta = B\Delta Z$$

$$\text{et } A\Gamma Z = B\Gamma H.$$

per  $\Theta$  enim sectionem contingens ducatur  $\Theta\Lambda$ ; ea  
igitur rectae  $AH$  parallela est [Eutocius ad I, 44].  
et quoniam est [I, 30]  $A\Delta = \Delta\Theta$ , erit  $AH\Delta = \Theta\Lambda\Delta$   
[Eucl. VI, 19]. est autem  $\Delta\Theta\Lambda = B\Delta Z$  [prop. I];  
quare etiam  $AH\Delta = B\Delta Z$ . ergo etiam  $A\Gamma Z = B\Gamma H$ .



ε'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι  
 συμπίπτωσι, καὶ ληφθῆ ἑφ' ὅποτέρας τῶν τομῶν ση-  
 μεῖόν τι, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἄχθῶσι δύο εὐθεῖαι, ἡ μὲν  
 5 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς  
 ἐπιξυγνύουσαν, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τριγώνου  
 πρὸς τῇ διὰ τῆς συμπτώσεως ἡγμένη διαμέτρῳ τοῦ  
 ἀπολαμβανομένου τριγώνου πρὸς τῇ συμπτώσει τῶν  
 ἐφαπτομένων διαφέρει τῷ ἀπολαμβανομένῳ τριγώνῳ  
 10 πρὸς τε τῇ ἐφαπτομένη καὶ τῇ διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη  
 διαμέτρῳ.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ὧν κέντρον τὸ  $\Gamma$ ,  
 καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ  $E\Delta, \Delta Z$  συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ  
 $\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $EZ$  καὶ ἡ  $\Gamma\Delta$  καὶ ἐκβεβλήσθω,  
 15 καὶ αἱ  $Z\Gamma, E\Gamma$  ἐπιξυχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ  
 εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $H$ , καὶ δι' αὐτοῦ  
 ἤχθω παρὰ μὲν τὴν  $EZ$  ἡ  $\Theta HK\Lambda$ , παρὰ δὲ τὴν  $\Delta Z$   
 ἡ  $HM$ . λέγω, ὅτι τὸ  $H\Theta M$  τριγώνου τοῦ  $K\Theta\Delta$  δια-  
 φέρει τῷ  $K\Lambda Z$ .

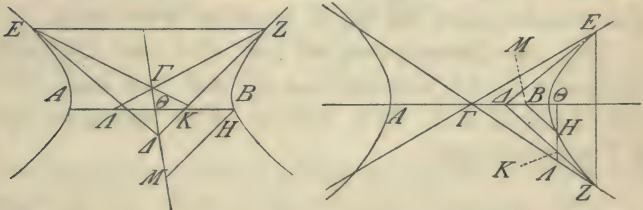
20 ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ἡ  $\Gamma\Delta$  διάμετρος τῶν ἀντικει-  
 μένων, ἡ δὲ  $EZ$  τεταγμένως ἐπ' αὐτὴν κατηγμένη, καὶ  
 ἡ μὲν  $H\Theta$  παρὰ τὴν  $EZ$ , ἡ δὲ  $MH$  παρὰ τὴν  $\Delta Z$ ,  
 τὸ ἄρα  $MH\Theta$  τριγώνου τοῦ  $\Gamma\Lambda\Theta$  τριγώνου διαφέρει  
 τῷ  $\Gamma\Delta Z$ . ὥστε τὸ  $MH\Theta$  τοῦ  $K\Theta\Delta$  τριγώνου δια-  
 25 φέρει τῷ  $KZ\Lambda$ .

καὶ φανερόν, ὅτι ἴσον γίνεται τὸ  $KZ\Lambda$  τριγώνου  
 τῷ  $MHK\Delta$  τετραπλεύρῳ.

V.

Si duae rectae oppositas contingentes inter se concurrunt, et in utraque sectione punctum aliquod sumitur, ab eoque duae rectae ducuntur altera contingenti parallela, altera rectae puncta contactus coniungenti parallela, triangulus ab iis ad diametrum per punctum concursus ductam effectus a triangulo ad punctum concursus contingentium absciso differt triangulo ad contingentem diametrumque per punctum contactus ductam absciso.

sint oppositae  $A, B$ , quarum centrum sit  $\Gamma$ , et contingentes  $E\Delta, \Delta Z$  in  $\Delta$  concurrant, ducaturque  $EZ$  et  $\Gamma\Delta$ , quae producantur, et  $Z\Gamma, E\Gamma$  ductae pro-



ducantur, sumaturque in sectione punctum aliquod  $H$ , et per id ducatur  $\Theta HKA$  rectae  $EZ$  parallela,  $HM$  autem rectae  $\Delta Z$  parallela. dico, esse

$$H\Theta M = K\Theta \Delta + K\Delta Z.$$

quoniam enim demonstraui[mus] [II, 39 et 38],  $\Gamma\Delta$  diametrum esse oppositarum, et  $EZ$  ad eam ordinate ducta est, et  $H\Theta$  rectae  $EZ$  parallela,  $MH$  autem rectae  $\Delta Z$  parallela, erit [I, 45]

$$MH\Theta = \Gamma\Delta\Theta + \Gamma\Delta Z.$$

ergo  $MH\Theta = K\Theta \Delta + K\Delta Z$ .

et manifestum est, esse  $K\Delta Z = MHK\Delta$ .

## ε'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐπὶ μιᾶς τῶν ἀντικειμένων ληφθῆ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις συμπίπτουσαι ταῖς τε ἐφαπτομέναις καὶ ταῖς διαμέτροις, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν 5 τετράπλευρον πρὸς τῇ μιᾷ τῶν ἐφαπτομένων καὶ τῇ μιᾷ τῶν διαμέτρων ἴσον ἔσται τῷ γινόμενῳ τριγώνῳ πρὸς τε τῇ αὐτῇ ἐφαπτομένῃ καὶ τῇ ἑτέρᾳ τῶν διαμέτρων.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετροι αἱ  $ΑΕΓ$ ,  $ΒΕΔ$ , 10 καὶ τῆς  $ΑΒ$  τομῆς ἐφαπτέσθωσαν αἱ  $ΑΖ$ ,  $ΒΗ$  συμπίπτουσαι ἀλλήλαις κατὰ τὸ  $\Theta$ , εἰλήφθω δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $Κ$ , καὶ ἀπ' αὐτοῦ ταῖς ἐφαπτομέναις παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $ΚΜΑ$ ,  $ΚΝΞ$ . λέγω, ὅτι τὸ  $ΚΖ$  τετράπλευρον τῷ  $ΑΙΝ$  τριγώνῳ ἔστιν ἴσον.

15 ἐπεὶ οὖν ἀντικείμεναι αἱ  $ΑΒ$ ,  $ΓΔ$ , καὶ τῆς  $ΑΒ$  ἐφάπτεται ἡ  $ΑΖ$  συμπίπτουσα τῇ  $ΒΔ$ , καὶ παρὰ τὴν  $ΑΖ$  ἤκται ἡ  $ΚΑ$ , ἴσον ἔστί τὸ  $ΑΙΝ$  τρίγωνον τῷ  $ΚΖ$  τετραπλεύρῳ.

## ζ'.

20 Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐφ' ἑκατέρας τῶν τομῶν σημεῖά τινα ληφθῆ, καὶ ἀπ' αὐτῶν παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις συμπίπτουσαι ταῖς τε ἐφαπτομέναις καὶ ταῖς διαμέτροις, τὰ γινόμενα ὑπὸ τῶν ἀχθεισῶν τετράπλευρα, βεβηκότα δὲ ἐπὶ τῶν διαμέτρων, 25 ἴσα ἔσται ἀλλήλοις.

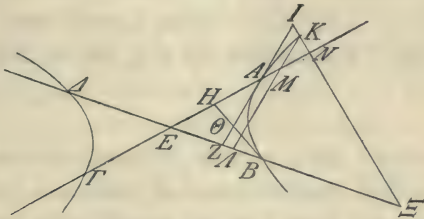
ὑποκείσθω γὰρ τὰ προειρημένα, καὶ εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν τομῶν σημεῖα τὰ  $Κ$ ,  $Α$ , καὶ δι' αὐτῶν

2. ὑποκειμένων] repet. mg. m. rec. V. 8. τῇ] (alt.) om. V; corr. p. 13.  $ΚΜΑ$ ]  $ΚΑΜ$  V; corr. p. 22. συμπίπτουσαι] pcv; euan. V, rep. mg. m. rec.

VI.

Iisdem suppositis si in altera oppositarum punctum aliquod sumitur, et ab eo rectae contingentibus parallelae ducuntur et cum contingentibus et cum diametris concurrentes, quadrangulus ab iis ad alteram contingentium alteramque diametrum effectus aequalis erit triangulo ad eandem contingentem alteramque diametrum orto.

sint oppositae, quarum diametri sint  $AET$ ,  $BEA$ , et sectionem  $AB$  contingant  $AZ$ ,  $BH$  inter se in  $\Theta$



concurrentes, sumatur autem in sectione punctum aliquod  $K$ , ab eoque contingentibus parallelae ducuntur  $KMA$ ,  $KNB$ . dico, esse  $KZ = AIN$ .

iam quoniam  $AB$ ,  $\Gamma A$  sectiones oppositae sunt, et sectionem  $AB$  contingit  $AZ$  cum  $B A$  concurrens, rectae autem  $AZ$  parallela ducta est  $KA$ , erit [prop. II]  $AIN = KZ$ .

VII.

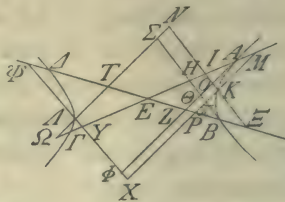
Iisdem suppositis si in utraque sectione puncta aliqua sumuntur, et ab iis contingentibus parallelae ducuntur rectae et cum contingentibus et cum diametris concurrentes, quadranguli rectis ita ductis effecti et in diametris collocati inter se aequales erunt.



παρὰ μὲν τὴν  $AZ$  ἤχθωσαν ἡ  $MKΠΡΧ$  καὶ ἡ  $NΣΤΛΩ$ ,  
παρὰ δὲ τὴν  $BH$  ἡ  $ΝΙΟΚΞ$  καὶ ἡ  $ΧΦΥΑΨ$ . λέγω,  
ὅτι ἔσται τὰ τῆς προτάσεως.

ἐπεὶ γὰρ τὸ  $ΑΟΙ$  τρι-  
5 γωνον τῷ  $ΡΟ$  τετραπλεύρῳ  
ἔστιν ἴσον, κοινὸν προσ-  
κεισθῶ τὸ  $ΕΟ$ . ὅλον ἄρα τὸ  
 $ΑΕΖ$  τρίγωνον ἴσον ἔστι  
τῷ  $ΚΕ$ . ἔστι δὲ καὶ τὸ

10  $ΒΕΗ$  τρίγωνον ἴσον τῷ  $ΛΕ$  τετραπλεύρῳ, καὶ ἔστι  
τὸ  $ΑΕΖ$  τρίγωνον ἴσον τῷ  $ΒΗΕ$ . καὶ τὸ  $ΛΕ$  ἄρα  
ἴσον ἔστι τῷ  $ΙΚΡΕ$ . κοινὸν προσκεισθῶ τὸ  $ΝΕ$ .  
ὅλον ἄρα τὸ  $ΤΚ$  ἴσον ἔστι τῷ  $ΙΑ$ , καὶ τὸ  $ΚΓ$  τῷ  $ΡΑ$ .



η'.

15 Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων εἰλήφθω ἀντὶ τῶν  $K, A$   
τὰ  $Γ, Δ$ , καθ' ἃ συμβάλλουσιν αἱ διάμετροι ταῖς τομαῖς,  
καὶ δι' αὐτῶν ἤχθωσαν αἱ παράλληλοι ταῖς ἐφαπ-  
τομέναις.

λέγω, ὅτι ἴσον ἔστι τὸ  $ΔΗ$  τετράπλευρον τῷ  $ΖΓ$   
20 καὶ τὸ  $ΞΙ$  τῷ  $ΟΤ$ .

ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐδείχθη τὸ  $ΑΗΘ$  τρίγωνον τῷ  
 $ΘΒΖ$ , καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $B$  παράλληλος τῇ ἀπὸ  
τοῦ  $H$  ἐπὶ τὸ  $Z$ , ἀνάλογον ἄρα ἔστιν, ὡς ἡ  $ΑΕ$  πρὸς  
 $ΕΗ$ , ἢ  $ΒΕ$  πρὸς  $ΕΖ$ . καὶ ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ  $ΕΑ$   
25 πρὸς  $ΑΗ$ , ἢ  $ΕΒ$  πρὸς  $ΒΖ$ . ἔστι δὲ καί, ὡς ἡ  $ΓΑ$   
πρὸς  $ΑΕ$ , ἢ  $ΔΒ$  πρὸς  $ΒΕ$ . ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας  
διπλῆ· δι' ἴσον ἄρα, ὡς ἡ  $ΓΑ$  πρὸς  $ΑΗ$ , ἢ  $ΔΒ$

4. γάρ] cp, et V, sed deinde del. 1 litt. m. 1. 12. τὸ  
NE] cp, corr. ex τὸν ε V. 20. τό] τῷ V; corr. Halley. τῷ]  
τό cp. 21. τῷ] cp, corr. ex τό m. 1 V. 23. Η] p cv, euan. V.

supponantur enim, quae antea diximus, et in utraque sectione puncta sumantur  $K, A$ , per eaque rectae  $AZ$  parallelae ducantur  $MK\Pi PX, N\Sigma T A\Omega$ , rectae autem  $BH$  parallelae  $NIOK\xi, X\Phi T A\Psi$ . dico, euenire, quae in propositione dicta sunt.

nam quoniam est  $AOI = PO$  [prop. II], commune adiciatur  $EO$ ; itaque erit  $AEZ = KE$ . est autem etiam [u. Eutocius ad prop. VI]  $BEH = AE$ , et [prop. I]  $AEZ = BHE$ ; itaque etiam  $AE = IKPE$ . commune adiciatur  $NE$ ; ergo  $TK = IA$ ; et etiam  $KT = PA$ .

VIII.

Iisdem suppositis pro  $K, A$  sumantur  $\Gamma, \Delta$ , in quibus diametri cum sectionibus concurrant, per eaque ducantur rectae contingentibus parallelae.

dico, esse  $\Delta H = Z\Gamma, \xi I = OT$ .

quoniam enim demonstrauius, esse  $AH\theta = \theta BZ$  [prop. I], et recta ab  $A$  ad  $B$  ducta rectae ab  $H$  ad

$Z$  ductae parallela est [II, 39 et Pappi lemma I], erit [Eucl. VI, 4]

$$AE : EH = BE : EZ;$$

et conuertendo

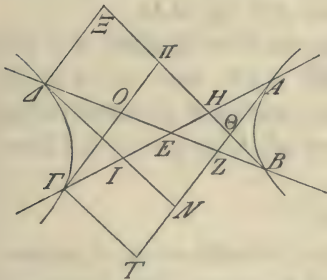
$$EA : AH = EB : BZ$$

[Eucl. V, 19 coroll.]. est autem etiam

$$\Gamma A : AE = \Delta B : BE;$$

nam utraque utraque duplo maior est [I, 30]. ex aequo igitur [Eucl. V, 20]  $\Gamma A : AH = \Delta B : BZ$ . et trianguli similes sunt propter parallelas; itaque

$$\Gamma T A : A\theta H = \xi B \Delta : \theta B Z$$
 [Eucl. VI, 19].



πρὸς  $BZ$ . καὶ ἐστὶν ὅμοια τὰ τρίγωνα διὰ τὰς παρ-  
 αλλήλους· ὡς ἄρα τὸ  $\Gamma\Delta A$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $A\Theta H$ ,  
 τὸ  $\Xi B\Delta$  πρὸς τὸ  $\Theta BZ$ . καὶ ἐναλλάξ· ἴσον δὲ τὸ  
 $AH\Theta$  τῷ  $\Theta ZB$ . ἴσον ἄρα καὶ τὸ  $\Gamma A\Gamma$  τῷ  $\Delta B\Xi$ .  
 5 ὦν τὸ  $AH\Theta$  ἴσον ἐδείχθη τῷ  $B\Theta Z$ . λοιπὸν ἄρα τὸ  
 $\Delta\Theta$  τετράπλευρον ἴσον τῷ  $\Gamma\Theta$ . ὥστε καὶ τὸ  $\Delta H$   
 τῷ  $\Gamma Z$ .

καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστὶν ἡ  $\Gamma O$  τῇ  $AZ$ , ἴσον  
 ἐστὶ τὸ  $\Gamma O E$  τρίγωνον τῷ  $A E Z$ . ὁμοίως δὲ καὶ τὸ  
 10  $\Delta E I$  τῷ  $B E H$ . ἀλλὰ τὸ  $B E H$  τῷ  $A E Z$  ἴσον· καὶ  
 τὸ  $\Gamma O E$  ἄρα ἴσον τῷ  $\Delta E I$ . ἐστὶ δὲ καὶ τὸ  $H\Delta$  τε-  
 τράπλευρον ἴσον τῷ  $Z\Gamma$ . ὅλον ἄρα τὸ  $\Xi I$  ἴσον ἐστὶ  
 τῷ  $O T$ .

θ'.

15  $\Gamma\omega\upsilon\upsilon$  αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν τὸ μὲν ἕτερον τῶν  
 σημείων μεταξὺ ἧ τῶν διαμέτρων, οἷον τὸ  $K$ , τὸ δὲ  
 ἕτερον ἐνὶ τῶν  $\Gamma, \Delta$  ταυτόν, οἷον τὸ  $\Gamma$ , καὶ ἀχθῶσιν  
 αἱ παράλληλοι, λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $\Gamma E O$  τρίγωνον  
 τῷ  $K E$  τετραπλεύρῳ καὶ τὸ  $\Lambda O$  τῷ  $\Lambda M$ .

20 τοῦτο δὲ φανερόν. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐδείχθη τὸ  $\Gamma E O$   
 τρίγωνον τῷ  $A E Z$ , τὸ δὲ  $A E Z$  ἴσον τῷ  $K E$  τε-  
 τραπλεύρῳ, καὶ τὸ  $\Gamma E O$  ἄρα ἴσον τῷ  $K E$  τετραπλεύρῳ.  
 ὥστε καὶ τὸ  $\Gamma P M$  ἴσον ἐστὶ τῷ  $K O$ , καὶ τὸ  $K\Gamma$  ἴσον  
 τῷ  $\Lambda O$ .

25 ι'.

$\Gamma\omega\upsilon\upsilon$  αὐτῶν ὑποκειμένων εἰλήφθω τὰ  $K, \Delta$  σημεία  
 μὴ καθ' ὃ συμβάλλουσιν αἱ διάμετροι ταῖς τομαῖς.

δεικτέον δὴ, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $\Lambda T P X$  τετράπλευρον  
 τῷ  $\Omega X K I$  τετραπλεύρῳ.

et permutando [Eucl. V, 16]; est autem [prop. I]  $AH\Theta = \Theta ZB$ ; quare etiam  $T A \Gamma = \Delta B \Xi$ .

quorum est  $AH\Theta = B\Theta Z$ , ut demonstrauius; itaque reliquum  $\Delta\Theta = \Gamma\Theta$ . quare etiam  $\Delta H = \Gamma Z$ .

et quoniam  $\Gamma O, AZ$  parallelae sunt, erit [Eucl. VI, 19]  $\Gamma O E = A E Z$ .<sup>1)</sup> eodem autem modo etiam

$$\Delta E I = B E H.$$

est autem  $B E H = A E Z$  [prop. I]; quare etiam

$$\Gamma O E = \Delta E I.$$

est autem etiam  $H \Delta = Z \Gamma$ ; ergo  $\Xi I = O T$ .

IX.

Iisdem suppositis si alterum punctum inter diametros est ut  $K$ , alterum autem idem atque alterutrum punctorum  $\Gamma, \Delta$  ut  $\Gamma$ , et ducuntur parallelae, dico, esse  $\Gamma E O = K E, \Delta O = \Delta M$ .

et hoc manifestum est. quoniam enim demonstrauius [Eucl. VI, 19; cfr. prop. VIII], esse  $\Gamma E O = A E Z$ ,

et est  $A E Z = K E$  [Eutocius ad prop. VI], erit etiam  $\Gamma E O = K E$ . ergo etiam  $\Gamma P M = K O$  et  $K \Gamma^2 = \Delta O$ .

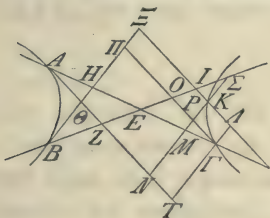
X.

Iisdem suppositis puncta  $K, \Delta$  ne sumantur, ubi diametri cum sectionibus concurrunt.

demonstrandum igitur, esse  $\Delta T P X = \Omega X K I$ .

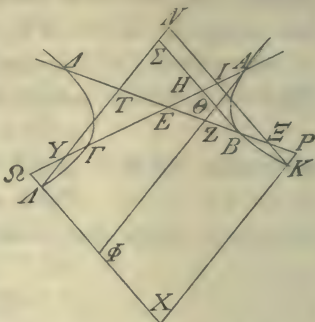
1) Nam  $\Gamma E = E A$  (I, 30).

2) H. e.  $K M \Gamma A$ .





ἐπεὶ γὰρ ἐφάπτονται αἱ  $AZ$ ,  $BH$ , καὶ διὰ τῶν  
 ἀφῶν διάμετροί εἰσιν αἱ  $AE$ ,  $BE$ , καὶ παρὰ τὰς  
 ἐφαπτομένας εἰσὶν αἱ  $AT$ ,  
 $KI$ , μείζον ἔστι τὸ  $TTE$   
 5 τρίγωνον τοῦ  $\Gamma\Omega A$  τῷ  
 $EZA$ . ὁμοίως δὲ καὶ τὸ  
 $\Xi EI$  τοῦ  $\Xi PK$  μείζον ἔστι  
 τῷ  $BEH$ . ἴσον δὲ τὸ  $AEZ$   
 τῷ  $BEH$ . τῷ αὐτῷ ἄρα  
 10 ὑπερέχει τό τε  $TE\Gamma$  τοῦ  
 $\Gamma\Omega A$  καὶ τὸ  $\Xi EI$  τοῦ  
 $\Xi PK$ . τὸ  $TTE$  ἄρα μετὰ  
 τοῦ  $\Xi PK$  ἴσον ἔστί τῷ  
 $\Xi EI$  μετὰ τοῦ  $\Gamma\Omega A$ . κοινὸν προσκείσθω τὸ  $K\Xi ET AX$ .  
 15 τὸ  $ATPX$  ἄρα τετράπλευρον ἴσον ἔστί τῷ  $\Omega XKI$   
 τετραπλεύρῳ.



ια'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐφ' ὁποτέρας τῶν  
 τομῶν σημείον τι ληφθῆ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ παράλληλοι  
 20 ἀχθῶσιν ἢ μὲν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἢ δὲ παρὰ τὴν  
 τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν  
 τρίγωνον πρὸς τῇ διὰ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων  
 ἡγμένη διαμέτρῳ διαφέρει τοῦ ἀπολαμβανομένου τρι-  
 γώνου πρὸς τε τῇ ἐφαπτομένῃ καὶ τῇ διὰ τῆς ἀφῆς  
 25 ἡγμένη διαμέτρῳ τῷ ἀπολαμβανομένῳ τριγώνῳ πρὸς  
 τῇ συμπτώσει τῶν ἐφαπτομένων.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $AB$ ,  $\Gamma A$ , καὶ ἐφαπτόμεναι  
 αἱ  $AE$ ,  $\Delta E$  συμπιπτεύωσαν κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἔστω

5.  $\Gamma\Omega A$ ]  $\rho\epsilon\nu$ ,  $\Omega$  e corr. m. 1 V. 9. τῷ] (alt.)  $\rho\epsilon$ , corr. ex  
 τό m. 1 V. αὐτῷ]  $\rho\epsilon$ , corr. ex αὐτό m. 1 V. 14.  $K\Xi ET X$   
 Vp; corr. Memus.

nam quoniam  $AZ$ ,  $BH$  contingunt, et  $AE$ ,  $BE$  diametri sunt per puncta contactus ductae, contingentibusque parallelae sunt  $AT$ ,  $KI$ , erit

$$TTE = TQA + EZA,$$

et eodem modo etiam  $EEI = EPK + BEH$  [I, 44].

est autem  $AEZ = BEH$  [prop. I]. itaque erit

$$TER \div TQA = EEI \div EPK.$$

quare erit  $TTE + EPK = EEI + TQA$ . commune adiiciatur  $KEETAX$ ; ergo erit  $ATPX = QXKI$ .

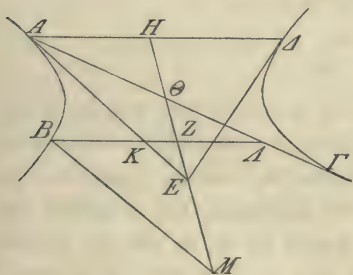
XI.

Iisdem suppositis si in utralibet sectione punctum aliquod sumitur, et ab eo rectae ducuntur parallelae altera contingenti, altera rectae puncta contactus coniungenti, triangulus ab iis ad diametrum per punctum concursus contingentium ductam effectus a triangulo absciso ad contingentem diametrumque per punctum

contactus ductam differt triangulo ad punctum concursus contingentium absciso.

sint oppositae  $AB$ ,  $\Gamma A$ , et contingentes  $AE$ ,  $\Delta E$  in  $E$  concurrant, centrum autem sit  $\Theta$ , ducanturque  $A\Delta$ ,

$E\Theta H$ , et in sectione  $AB$  punctum aliquod sumatur  $B$ , et per id ducatur  $BZA$  rectae  $AH$  parallela,  $BM$  autem rectae  $AE$  parallela. dico, esse  $BZM = AK\Delta + KEZ$ .



In V duae praeterea ad prop. XI figurae sunt.

κέντρον τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν ἢ τε  $A\Delta$  καὶ ἡ  $E\Theta H$ , εἰλήφθω δὲ ἐπὶ τῆς  $AB$  τομῆς τυχόν σημεῖον τὸ  $B$ , καὶ δι' αὐτοῦ ἤχθωσαν παρὰ μὲν τὴν  $AH$  ἢ  $BZ\Lambda$ , παρὰ δὲ τὴν  $AE$  ἢ  $BM$ . λέγω, ὅτι τὸ  $BZM$   
 5 τρίγωνον τοῦ  $AK\Lambda$  διαφέρει τῷ  $KEZ$ .

ὅτι μὲν γὰρ ἡ  $A\Delta$  δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς  $E\Theta$ , φανερόν, καὶ ὅτι ἡ  $E\Theta$  διάμετρος ἐστὶ συζυγῆς τῇ διὰ τοῦ  $\Theta$  παρὰ τὴν  $A\Delta$  ἀγομένη· ὥστε κατηγμένη ἐστὶν ἢ  $AH$  ἐπὶ τὴν  $EH$ .

10 ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἐστὶν ἡ  $HE$ , καὶ ἐφάπτεται μὲν ἢ  $AE$ , κατηγμένη δὲ ἢ  $AH$ , ληφθέντος δὲ ἐπὶ τῆς τομῆς τοῦ  $B$  σημείου κατήχθησαν ἐπὶ τὴν  $EH$  ἢ μὲν  $BZ$  παρὰ τὴν  $AH$ , ἢ δὲ  $BM$  παρὰ τὴν  $AE$ , δῆλον, ὅτι τὸ  $BMZ$  τρίγωνον τοῦ  $\Lambda\Theta Z$  διαφέρει  
 15 τῷ  $\Theta AE$ . ὥστε καὶ τὸ  $BZM$  τοῦ  $AK\Lambda$  διαφέρει τῷ  $KZE$ .

καὶ συναποδέδεικται, ὅτι τὸ  $BKEM$  τετράπλευρον ἴσον ἐστὶ τῷ  $\Lambda K\Lambda$  τριγώνῳ.

ιβ'.

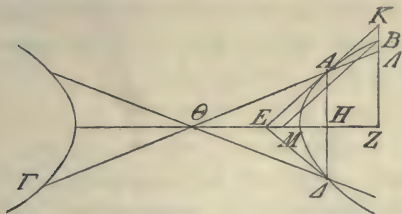
20 Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἐπὶ μιᾶς τῶν τομῶν  $\bar{\beta}$  σημεῖα ληφθῆ, καὶ ἀφ' ἑκατέρου παράλληλοι ἀχθῶσιν, ὁμοίως ἴσα ἔσται τὰ γινόμενα ὑπ' αὐτῶν τετράπλευρα.

ἔστω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  $AB$  τομῆς τυχόντα σημεῖα τὰ  $B, K$ , καὶ δι' αὐτῶν  
 25 ἤχθωσαν παράλληλοι τῇ  $A\Delta$  αἱ  $\Lambda BMN, K\Xi OY\Pi$ , τῇ δὲ  $AE$  αἱ  $B\Xi P, \Lambda K\Sigma$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $B\Pi$  τῷ  $KP$ .

25.  $\Lambda BMN$ ]  $B\Lambda MN$  V; corr. p.  
 corr. p.

26.  $\Lambda K\Sigma$ ]  $K\Lambda\Sigma$  V;

nam hoc quidem manifestum est,  $A\Delta$  ab  $E\Theta$  in duas partes aequales secari [II, 39], et  $E\Theta$  diametrum esse



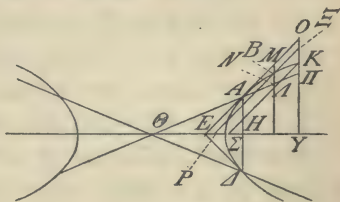
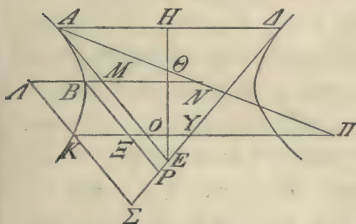
cum ea coniugatam, quae per  $\Theta$  rectae  $A\Delta$  parallela ducitur [II, 38]; quare  $AH$  ad  $HE$  ordinate ducta est [I def. 6].

iam quoniam  $HE$  diametrus est, et contingit  $AE$ , ordinate autem ducta est  $AH$ , et sumpto in sectione puncto  $B$  ad  $EH$  ductae sunt  $BZ$  rectae  $AH$  parallela et  $BM$  rectae  $AE$  parallela, adparet, esse  $BMZ = A\Theta Z + \Theta AE$  [I, 45]<sup>1)</sup>. ergo etiam  $BZM = AK\Lambda + KZE$ .

et simul demonstratum est, esse  $BKEM = AK\Lambda$ .

XII.

Iisdem positis si in altera sectione duo puncta sumuntur, et ab utroque parallelae ducuntur, eodem modo quadranguli ab iis effecti aequales erunt.



sint enim eadem, quae antea, et in  $AB$  sectione puncta quaelibet sumantur  $B, K$ , et per ea ducantur

1) In secunda figura ex I, 43 erit'

$$BMZ = A\Theta Z \div \Theta AE = KZE \div AK\Lambda.$$

et hoc significat illud διαφέρει.



ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ἴσον τὸ μὲν  $ΑΟΠ$  τρίγωνον  
 τῷ  $ΚΟΕΣ$  τετραπλεύρῳ, τὸ δὲ  $ΑΜΝ$  τῷ  $ΒΜΕΡ$ ,  
 λοιπὸν ἄρα τὸ  $ΚΡ$  λιπὸν ἢ προσλαβὸν τὸ  $ΒΟ$  ἴσον  
 ἐστὶ τῷ  $ΜΠ$ . καὶ κοινοῦ προστεθέντος ἢ ἀφαιρου-  
 5 μένου τοῦ  $ΒΟ$  τὸ  $ΒΠ$  ἴσον ἐστὶ τῷ  $ΞΣ$ .

ιγ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις τῶν  
 ἐφεξῆς τομῶν εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, καὶ  
 διὰ τῶν ἀφῶν διάμετροι ἀχθῶσιν, ἴσα ἔσται τὰ τρί-  
 10 γωνα, ὧν κορυφή κοινὴ τὸ κέντρον ἐστὶ τῶν ἀντι-  
 κειμένων.

ἔστωσαν συζυγεῖς ἀντικείμεναι, ἐφ' ὧν τὰ  $A, B,$   
 $Γ, Δ$  σημεῖα, καὶ τῶν  $A, B$  τομῶν ἐφαπτιέσθωσαν  
 αἱ  $ΒΕ, ΑΕ$  συμπίπτουσαι κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἔστω κέν-  
 15 τρον τὸ  $Θ$ , καὶ ἐπιξευχθεῖσαι αἱ  $ΑΘ, ΒΘ$  ἐκβεβλή-  
 σθωσαν ἐπὶ τὰ  $Δ, Γ$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $ΒΖΘ$   
 τρίγωνον τῷ  $ΑΗΘ$  τριγώνῳ.

ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν  $A, Θ$  παρὰ τὴν  $ΒΕ$  αἱ  
 $ΑΚ, ΑΘΜ$ . ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται τῆς  $B$  τομῆς ἡ  $ΒΖΕ$ ,  
 20 καὶ διὰ τῆς ἀφῆς διάμετρος ἐστὶν ἡ  $ΔΘΒ$ , καὶ παρὰ  
 τὴν  $ΒΕ$  ἐστὶν ἡ  $ΑΜ$ , συζυγῆς ἐστὶν ἡ  $ΑΜ$  διάμετρος  
 τῇ  $ΒΔ$  διαμέτρῳ ἢ καλουμένη δευτέρα διάμετρος·  
 διὰ δὲ τοῦτο κατῆται ἡ  $ΑΚ$  τεταγμένως ἐπὶ τὴν  
 $ΒΔ$ . καὶ ἐφάπτεται ἡ  $ΑΗ$  τὸ ἄρα ὑπὸ  $ΚΘΗ$  ἴσον  
 25 ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $ΒΘ$ . ἐστὶν ἄρα, ὡς ἡ  $ΚΘ$  πρὸς  $ΘΒ$ , ἢ  
 $ΒΘ$  πρὸς  $ΗΘ$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $ΚΘ$  πρὸς  $ΘΒ$ , ἢ  $ΚΑ$  πρὸς

3. λειπόν V; corr. p. 4. προστιθεῖν V, προστιθέντος cv,  
 corr. p; fort. προστιθεμένου. Deinde del. ἢ m. 1 V. 13.  
 σημεῖα] delendum? 19.  $ΑΘΜ$ ]  $ΘΑΜ$  V; corr. p. 24.  $ΚΘΗ$ ]  
 $ΚΗΘ$  V; corr. Memus. 25. ἀπό] om. V; corr. p.

$ABMN, KΞOTΠ$  rectae  $AΔ$  parallelae, rectae autem  $AE$  parallelae  $BΞP, AKΣ$ . dico, esse  $BΠ = KP$ .

nam quoniam demonstratum est [prop. XI coroll.], esse  $AOΠ = KOEΣ$  et  $AMN = BMEP$ , erit

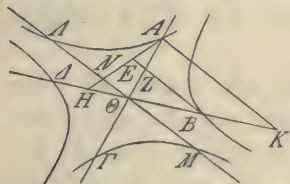
$$KP \div BO = MΠ$$

uel<sup>1)</sup>  $KP + BO = MΠ$ . et communi adiecto uel ablato  $BO$ , erit  $BΠ = ΞΣ$ .

XIII.

Si in oppositis coniugatis rectae sectiones deinceps positae contingentes inter se concurrunt, et per puncta contactus diametri ducuntur, aequales erunt trianguli, quorum uertex communis centrum est oppositarum.

sint oppositae coniugatae, in quibus sint puncta  $A, B, Γ, Δ$ , et sectiones  $A, B$  contingant  $BE, AE$



in  $E$  concurrentes, centrum autem sit  $Θ$ , et ductae  $AΘ, BΘ$  ad  $Δ, Γ$  producantur. dico, esse  $BZΘ = AHΘ$ .

ducantur enim per  $A, Θ$  rectae  $BE$  parallelae  $AK, AΘM$ . iam quoniam sectionem  $B$  contingit  $BZE$ , et per punctum contactus diametrus ducta est  $ΔΘB$ , et rectae  $BE$  parallela est  $AM$ ,  $AM$  diametrus est cum diametro  $BΔ$  coniugata, secunda diametrus quae uocatur [II, 20]; qua de causa  $AK$  ad  $BΔ$  ordinate ducta est [I def. 6]. et  $AH$  contingit; itaque erit [I, 38]  $KΘ \times ΘH = BΘ^2$ . quare [Eucl. VI, 17]

$$KΘ : ΘB = BΘ : HΘ.$$

uerum  $KΘ : ΘB = KA : BZ = AΘ : ΘZ$  [Eucl. VI, 4];

1) In secunda figura.

$BZ$  καὶ ἡ  $A\Theta$  πρὸς  $\Theta Z$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  $A\Theta$  πρὸς  $Z\Theta$ , ἡ  $B\Theta$  πρὸς  $H\Theta$ . καὶ εἰσιν αἱ ὑπὸ  $B\Theta Z$ ,  $H\Theta Z$  δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· ἴσον ἄρα τὸ  $AH\Theta$  τρίγωνον τῷ  $B\Theta Z$  τριγώνῳ.

5

ιδ'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐφ' ὁποτέρας τῶν τομῶν σημείον τι ληφθῆ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ παράλληλοι ἄχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις ἕως τῶν διαμέτρων, τὸ γινόμενον πρὸς τῷ κέντρῳ τρίγωνον τοῦ γινομένου  
10 περὶ τὴν αὐτὴν γωνίαν τριγώνου διοίσει τριγώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐφαπτομένην, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον.

ἔστω τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτά, εἰλήφθω δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $B$  τομῆς τὸ  $\Xi$ , καὶ δι' αὐτοῦ παρὰ μὲν τὴν  
15  $AH$  ἤχθωσαν ἡ  $\Xi P\Sigma$ , παρὰ δὲ τὴν  $BE$  ἡ  $\Xi TO$ . λέγω, ὅτι τὸ  $O\Theta T$  τρίγωνον τοῦ  $\Xi\Sigma T$  διαφέρει τῷ  $\Theta BZ$ .

ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ  $A$  παρὰ τὴν  $BZ$  ἡ  $AT$ . ἐπεὶ οὖν διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον τῆς  $AA$  τομῆς διά-  
20 μετρος μὲν ἐστὶν ἡ  $A\Theta M$ , συζυγῆς δὲ αὐτῇ καὶ δευτέρα διάμετρος ἡ  $\Delta\Theta B$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐφάπτεται ἡ  $AH$ , κατῆκται δὲ παρὰ τὴν  $AM$  ἡ  $AT$ , ἔξει ἡ  $AT$  πρὸς τὴν  $\Gamma H$  τὸν συγκαίμενον λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $\Theta\Gamma$  πρὸς  $\Gamma A$  καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ  
25 πρὸς τῇ  $AM$  εἰδους πλαγία πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἀλλ' ὡς ἡ  $AT$  πρὸς  $\Gamma H$ , ἡ  $\Xi T$  πρὸς  $T\Sigma$ , ὡς δὲ ἡ  $\Theta\Gamma$  πρὸς  $\Gamma A$ , ἡ  $\Theta T$  πρὸς  $TO$  καὶ ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $BZ$ ,

4.  $B\Theta Z$ ]  $A\Theta Z$  V; corr. Memus. 15. ἤχθω?  $\Xi TO$ ]  $\Xi OT$  V; corr. p. 18.  $BZ$ ] ενρ; in V obscurum est B. 22.  $AM$ ] p, A e corr. m. 1 V; corr. ex  $AM$  c;  $AM$  v. 24. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. ego; τοῦ p. 27.  $TO$ ] ενρ, O obscuratum in V.

itaque etiam  $A\Theta : Z\Theta = B\Theta : H\Theta$ . et

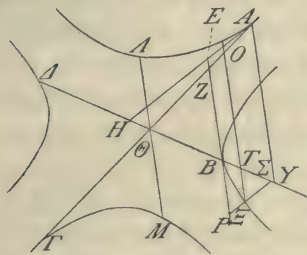
$$\sphericalangle B\Theta Z + H\Theta Z$$

duobus rectis aequales sunt; ergo  $AH\Theta = B\Theta Z$  [u. Eutocius].

XIV.

Iisdem suppositis si in utralibet sectionum punctum aliquod sumitur, et ab eo contingentibus parallelae rectae usque ad diametros ducuntur, triangulus ad centrum ortus a triangulo in eodem angulo orto differet triangulo basim habenti contingentem, uerticem autem centrum.

sint cetera eadem, sumatur autem in  $B$  sectione punctum aliquod  $\Xi$ , et per id rectae  $AH$  parallela



ducatur  $\Xi P\Sigma$ , rectae autem  $BE$  parallela  $\Xi TO$ . dico, esse  $O\Theta T = \Xi\Sigma T + \Theta BZ$ .

ducatur enim ab  $A$  rectae  $BZ$  parallela  $AT$ . iam quoniam eadem de causa, qua antea,  $A\Theta M$  diametrus est sectionis  $AA$ ,  $A\Theta B$  autem cum ea con-

ingata et secunda diametrus [II, 20], et ab  $A$  contingit  $AH$ , rectae autem  $AM$  parallela ducta est  $AT$ , habebit  $AT : TH$  rationem compositam ex ratione  $\Theta T : TA$  et ea, quam habet latus transuersum figurae ad  $AM$  adplicatae ad rectum [I, 40]. est autem

$$AT : TH = \Xi T : T\Sigma$$

et  $\Theta T : TA = \Theta T : TO = \Theta B : BZ$  [Eucl. VI, 4], et ut latus transuersum figurae ad  $AM$  adplicatae ad



ὡς δὲ ἡ τοῦ πρὸς τῇ  $AM$  εἵδους πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἡ τοῦ πρὸς τῇ  $BΔ$  ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν. ἔξει ἄρα ἡ  $ΞT$  πρὸς  $TΣ$  τὸν συνημμένον λόγον ἔκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $ΘB$  πρὸς  $BZ$ , τουτέστιν ἡ  $ΘT$   
 5 πρὸς  $TO$ , καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ πρὸς τῇ  $BΔ$  εἵδους ὀρθία πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν. καὶ διὰ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ μα' τοῦ α' βιβλίου τὸ  $TΘO$  τρίγωνον τοῦ  $ΞTΣ$  διαφέρει τῷ  $BZΘ$ .

ὥστε καὶ τῷ  $AHΘ$ .

10

ιε'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων εὐθεΐαι ἐπιψάνουσαι συμπίπτωσι, καὶ διὰ τῶν ἀφῶν διάμετροι ἀχθῶσι, ληφθῆ δέ τι σημεῖον ἐφ' ὀποτέρας τῶν συζυγῶν τομῶν, καὶ ἀπ' αὐτοῦ παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς  
 15 ἐφαπτομέναις ἕως τῶν διαμέτρων, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῇ τομῇ τρίγωνον τοῦ γινομένου τριγώνου πρὸς τῷ κέντρῳ μεῖζόν ἐστι τριγώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐφαπτομένην, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῶν ἀντικειμένων.

20 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι αἱ  $AB$ ,  $HΣ$ ,  $T$ ,  $Ξ$ , ὧν κέντρον τὸ  $Θ$ , καὶ τῆς  $AB$  τομῆς ἐφαπτέσθωσαν αἱ  $AΔE$ ,  $BΔΓ$ , καὶ διὰ τῶν  $A$ ,  $B$  ἀφῶν ἤχθωσαν διάμετροι αἱ  $AΘZΦ$ ,  $BΘT$ , καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  $HΣ$  τομῆς σημεῖόν τι τὸ  $Σ$ , καὶ δι' αὐτοῦ  
 25 ἤχθω παρὰ μὲν τὴν  $BΓ$  ἢ  $ΣZΛ$ , παρὰ δὲ τὴν  $AE$  ἢ  $ΣT$ . λέγω, ὅτι τὸ  $ΣΔT$  τρίγωνον τοῦ  $ΘAZ$  τριγώνου μεῖζόν ἐστι τῷ  $ΘΓB$ .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $Θ$  παρὰ τὴν  $BΓ$  ἢ  $ΞΘH$ , παρὰ

5.  $TO$ ]  $TΘV$ ; corr. Memus. 23.  $BΘT$ ]  $TV$ ; corr. p.  
 28. τήν]  $\nu\rho$ , τή  $V$ ; τό  $c$ .

rectum, ita latus rectum figurae ad  $B\Delta$  adplicatae ad transuersum [I, 56]. itaque ratio  $\Xi T : T\Sigma$  rationem habebit compositam ex ratione  $\Theta B : BZ$  siue  $\Theta T : TO$  et ea, quam habet latus rectum figurae ad  $B\Delta$  adplicatae ad transuersum. et propter ea, quae in propositione XLI libri primi demonstrauius, erit

$$T\Theta O = \Xi T\Sigma + BZ\Theta.$$

quare etiam  $T\Theta O = \Xi T\Sigma + AH\Theta$  [prop. XIII].

XV.

Si rectae unam sectionum oppositarum coniugarum contingentes concurrunt, et per puncta contactus diametri ducuntur, in quauis autem sectionum coniugarum punctum aliquod sumitur, et ab eo contingentibus parallelae rectae usque ad diametros ducuntur, triangulus ab iis ad sectionem effectus triangulo ad centrum orto maior est triangulo basim habenti contingentem, uerticem autem centrum oppositarum.

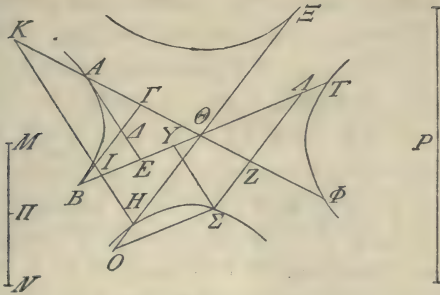
sint oppositae coniugatae  $AB, H\Sigma, T, \Xi$ , quarum centrum sit  $\Theta$ , et sectionem  $AB$  contingant  $A\Delta E, B\Delta\Gamma$ , per  $A, B$  autem puncta contactus ducantur diametri  $A\Theta Z\Phi, B\Theta T$ , et in sectione  $H\Sigma$  sumatur punctum aliquod  $\Sigma$ , et per id rectae  $B\Gamma$  parallela ducatur  $\Sigma Z A$ , rectae autem  $AE$  parallela  $\Sigma T$ . dico, esse  $\Sigma AT = \Theta AZ + \Theta\Gamma B$ .

ducatur enim per  $\Theta$  rectae  $B\Gamma$  parallela  $\Xi\Theta H$ , per  $H$  autem rectae  $AE$  parallela  $KIH$ , et rectae  $BT$  parallela  $\Sigma O$ ; manifestum igitur, esse  $\Xi H, BT$  diametros coniugatas [II, 20], et rectam  $\Sigma O$  rectae  $BT$  parallelam ad  $\Theta HO$  ordinate ductam esse [I def. 6], et  $\Sigma A\Theta O$  parallelogrammum esse.

δὲ τὴν  $AE$  διὰ τοῦ  $H$  ἢ  $KIH$ , παρὰ δὲ τὴν  $BT$  ἢ  $\Sigma O$ . φανερόν δὴ, ὅτι συζυγῆς ἐστὶ διάμετρος ἢ  $\Xi H$  τῆ  $BT$ , καὶ ὅτι ἢ  $\Sigma O$  παράλληλος οὔσα τῆ  $BT$  κατῆκται τεταγμένως ἐπὶ τὴν  $\Theta HO$ , καὶ ὅτι παραλ-  
 5 ληλόγραμμόν ἐστὶ τὸ  $\Sigma A \Theta O$ .

ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἢ  $B\Gamma$ , καὶ διὰ τῆς ἀφῆς ἐστὶν ἢ  $B\Theta$ , καὶ ἐτέρα ἐφαπτομένη ἐστὶν ἢ  $AE$ , γεγυμένω ὡς ἢ  $\Delta B$  πρὸς  $BE$ , ἢ  $MN$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $B\Gamma$ . ἢ ἄρα  $MN$  ἐστὶν ἢ καλουμένη ὀρθία τοῦ παρὰ  
 10 τὴν  $BT$  εἶδους. δίχα τετμήσθω ἢ  $MN$  κατὰ τὸ  $\Pi$ . ἐστὶν ἄρα, ὡς ἢ  $\Delta B$  πρὸς  $BE$ , ἢ  $M\Pi$  πρὸς  $B\Gamma$ . πεποιήσθω δὴ, ὡς ἢ  $\Xi H$  πρὸς  $TB$ , ἢ  $TB$  πρὸς  $P$ . ἐστὶ δὴ καὶ ἢ  $P$  ἢ καλουμένη ὀρθία τοῦ παρὰ τὴν  $\Xi H$  εἶδους. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς ἢ  $\Delta B$  πρὸς  $BE$ , ἢ  
 15  $M\Pi$  πρὸς  $\Gamma B$ , ἀλλ' ὡς μὲν  $\eta$   $\Delta B$  πρὸς  $BE$ , τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta BE$ , ὡς δὲ ἢ  $M\Pi$  πρὸς  $\Gamma B$ , τὸ ὑπὸ  $M\Pi$ ,  $B\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma B\Theta$ , ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta BE$ , τὸ ὑπὸ  $\Pi M$ ,  $B\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma B\Theta$ . ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $M\Pi$ ,  $B\Theta$  τῷ ἀπὸ  $\Theta H$ ,  
 20 διότι τὸ μὲν ἀπὸ  $\Xi H$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $TB$ ,  $MN$ , καὶ τὸ μὲν ὑπὸ  $M\Pi$ ,  $B\Theta$  τέταρτον τοῦ ὑπὸ  $TB$ ,  $MN$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $H\Theta$  τέταρτον τοῦ ἀπὸ  $H\Xi$ . ἐστὶν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta BE$ , τὸ ἀπὸ  $H\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma B\Theta$ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ  
 25 ἀπὸ  $H\Theta$ , τὸ ὑπὸ  $\Delta BE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma B\Theta$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta H$ , τὸ  $\Delta BE$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $H\Theta I$ . ὅμοια γάρ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $\Delta BE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma B\Theta$ , τὸ  $\Delta BE$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $\Gamma B\Theta$ . ὡς ἄρα τὸ  $\Delta BE$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $H\Theta I$ , τὸ  $\Delta BE$  πρὸς

iam quoniam  $B\Gamma$  contingit, et  $B\Theta$  per punctum contactus ducta est, et alia contingens est  $AE$ , fiat



$\Delta B : BE = MN : 2B\Gamma$ ;  $MN$  igitur latus est, rectum quod uocatur, figurae ad  $BT$  adplicatae [I, 50]. secetur  $MN$  in  $\Pi$  in duas partes aequales; itaque

$$\Delta B : BE = M\Pi : B\Gamma.$$

fiat igitur  $\Xi H : TB = TB : P$ ; itaque etiam  $P$  latus erit, rectum quod uocatur, figurae ad  $\Xi H$  adplicatae [I, 56]. iam quoniam  $\Delta B : BE = M\Pi : \Gamma B$ , uerum  $\Delta B : BE = \Delta B^2 : \Delta B \times BE$  et

$$M\Pi : \Gamma B = M\Pi \times B\Theta : \Gamma B \times B\Theta,$$

erit  $\Delta B^2 : \Delta B \times BE = \Pi M \times B\Theta : \Gamma B \times B\Theta$ . est autem  $M\Pi \times B\Theta = \Theta H^2$ , quia  $\Xi H^2 = TB \times MN$  [I, 56], et [I, 30]  $M\Pi \times B\Theta = \frac{1}{4} TB \times MN$ ,

$$H\Theta^2 = \frac{1}{4} H\Xi^2;$$

itaque erit  $\Delta B^2 : \Delta B \times BE = H\Theta^2 : \Gamma B \times B\Theta$ . permutando [Eucl. V, 16]

$$\Delta B^2 : H\Theta^2 = \Delta B \times BE : \Gamma B \times B\Theta.$$

In V praeter hanc figuram rectangula quaedam triangulorum inueniuntur.



τὸ ΓΒΘ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΙ τῷ ΓΒΘ [τὸ ἄρα ΗΘΚ τρίγωνον τοῦ ΘΙΚ διαφέρει τῷ ΙΘΗ, τουτέστι τῷ ΓΒΘ]. πάλιν ἐπεὶ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ τὸν συνημμένον ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ΘΒ πρὸς  
 5 ΜΠ καὶ ἡ ΠΜ πρὸς ΒΓ, ἀλλ' ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΜΠ, ἡ ΤΒ πρὸς ΜΝ καὶ ἡ Ρ πρὸς ΞΗ, ὡς δὲ ἡ ΜΠ πρὸς ΒΓ, ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, ἔξει ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ τὸν συγκείμενον λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ καὶ ἡ Ρ πρὸς ΞΗ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστίν  
 10 ἡ ΒΓ τῇ ΣΑ, καὶ ὅμοιον τὸ ΘΓΒ τρίγωνον τῷ ΘΑΖ, καὶ ἐστίν, ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΓΒ, ἡ ΘΑ πρὸς ΑΖ, ἔξει ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΖ τὸν συνημμένον λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ Ρ πρὸς ΞΗ καὶ ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, τουτέστιν ἡ ΘΗ πρὸς ΘΙ. ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστίν  
 15 ἡ ΗΣ διάμετρον ἔχουσα τὴν ΞΗ, ὀρθίαν δὲ τὴν Ρ, καὶ ἀπὸ τίνος σημείου τοῦ Σ κατῆκται ἡ ΣΟ, καὶ ἀναγράφονται ἀπὸ μὲν τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ΘΗ εἶδος τὸ ΘΙΗ, ἀπὸ δὲ τῆς κατηγμένης τῆς ΣΟ ἦτοι τῆς ΘΑ ἴσης αὐτῇ τὸ ΘΑΖ, ἀπὸ δὲ τῆς ΘΟ μεταξὺ  
 20 τοῦ κέντρου καὶ τῆς κατηγμένης ἦτοι τῆς ΣΑ ἴσης αὐτῇ τὸ ΣΑΥ εἶδος ὅμοιον τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῷ ΘΙΗ, καὶ ἔχει τοὺς συγκειμένους λόγους, ὡς εἴρηται, τὸ ΣΑΥ τρίγωνον τοῦ ΘΑΖ μεῖζόν ἐστὶ τῷ ΘΓΒ.

25

ις'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐθεῖαι ἐπιψάουσαι συμπίπτωσιν, ἀπὸ δὲ τίνος σημείου

1. τὸ ἄρα — 3. ΓΒΘ] deleo; nam inutilia sunt. 2. τῷ ΙΘΗ] Ὡ, Θῆ V; corr. p.c. 6. ἡ Ρ] ἠρ V; corr. p. ΞΗ] ΞΝ V; corr. Memus. 7. ΒΕ] cp, ΒΕ uel ΚΕ V, ΚΕ v. 9. ΞΗ] ΞΝ V; corr. Memus. 10. ΒΓ] Β V; corr. p. καί] bis V; corr. cpv. 19. ἴση V; corr. Memus.

est autem [Eucl. VI, 19]  $\Delta B^2 : \Theta H^2 = \Delta BE : H\Theta I$ ; trianguli enim hi similes sunt [Eucl. I, 29]; et  $\Delta B \times BE : \Gamma B \times B\Theta = \Delta BE : \Gamma B\Theta$  [Eucl. VI, 23]. itaque  $\Delta BE : H\Theta I = \Delta BE : \Gamma B\Theta$ . quare  $H\Theta I = \Gamma B\Theta$  [Eucl. V, 9]. itaque erit

$$H\Theta K = \Theta IK + I\Theta H = \Theta IK + \Gamma B\Theta.$$

rursus quoniam est

$$\Theta B : B\Gamma = (\Theta B : M\Pi) \times (M\Pi : B\Gamma)$$

et  $\Theta B : M\Pi = TB : MN$  [I, 30] =  $P : \Xi H$  et

$$M\Pi : B\Gamma = \Delta B : BE,$$

erit  $\Theta B : B\Gamma = (\Delta B : BE) \times (P : \Xi H)$ . et quoniam  $B\Gamma$ ,  $\Sigma A$  parallelae sunt, et trianguli  $\Theta\Gamma B$ ,  $\Theta AZ$  similes [Eucl. I, 29], et  $\Theta B : \Gamma B = \Theta A : AZ$  [Eucl. VI, 4], erit

$$\Theta A : AZ = (P : \Xi H) \times (\Delta B : BE)$$

$$= [\text{Eucl. VI, 4}] (P : \Xi H) \times (\Theta H : \Theta I).$$

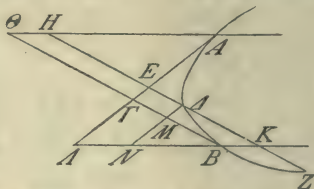
iam quoniam hyperbola est  $H\Sigma$  diametrum habens  $\Xi H$ , latus rectum autem  $P$ , et a puncto aliquo  $\Sigma$  ordinate ducta est  $\Sigma O$ , et in radio  $\Theta H$  figura descripta est  $\Theta IH$ , in ordinata autem  $\Sigma O$  siue  $\Theta A$  [Eucl. I, 34] ei aequali  $\Theta AZ$ , et in  $\Theta O$  inter centrum ordinatamque posita siue in  $\Sigma A$  ei aequali  $\Sigma AT$  figura figurae  $\Theta IH$  in radio descriptae similis, et rationes compositas habet, ut diximus, erit [I, 41]  $\Sigma AT = \Theta AZ + \Theta\Gamma B$ .

## XVI.

Si duae rectae conii sectionem uel circuli ambitum contingentes concurrunt, et a puncto aliquo in sectione

τῶν ἐπὶ τῆς τομῆς ἀχθῆ εὐθεΐα παρά τινα τῶν ἐφαπτομένων τέμνουσα τὴν τομὴν καὶ τὴν ἐτέραν τῶν ἐφαπτομένων, ἔσται, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως τὸ περιεχόμενον  
 5 χωρίον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἀπολαμβανομένης πρὸς τῆ ἀφῆ τετράγωνον.

ἔστω κώνου τομὴ ἡ  
 10 κύκλου περιφέρεια ἡ  $AB$ , καὶ ἐφαπτέσθωσαν αὐτῆς

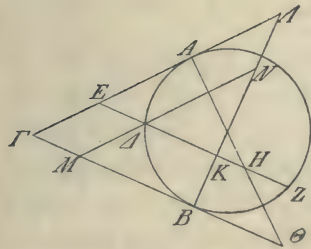
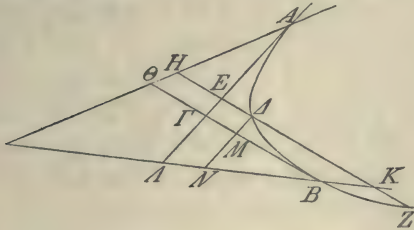


αὶ  $AG$ ,  $GB$  συμπίπτουσαι κατὰ τὸ  $\Gamma$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $AB$  τομῆς τὸ  $\Delta$ , καὶ δι' αὐτοῦ ἤχθω παρά τὴν  $GB$  ἡ  $E\Delta Z$ . λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $B\Gamma$   
 15 πρὸς τὸ ἀπὸ  $AG$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $Z\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ .

ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν  $A, B$  διάμετροι ἡ τε  $AH\Theta$  καὶ ἡ  $KBA$ , διὰ δὲ τοῦ  $\Delta$  τῆ  $AA$  παράλληλος ἡ  $\Delta MN$ . φανερὸν αὐτόθεν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $\Delta K$  τῆ  $KZ$  καὶ τὸ  $A\epsilon H$  τρίγωνον τῷ  $\Delta\Delta$  τετραπλεύρῳ καὶ  
 20 τὸ  $B\Delta\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $A\Gamma\Theta$ .

ἐπεὶ οὖν ἡ  $ZK$  τῆ  $K\Delta$  ἐστὶν ἴση, καὶ πρόσκειται ἡ  $\Delta E$ , τὸ ὑπὸ  $Z\Delta E$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $\Delta K$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $KE$ . καὶ ἐπεὶ ὁμοίον ἐστὶ τὸ  $E\Delta K$  τρίγωνον τῷ  $\Delta NK$ , ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EK$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $K\Delta$ ,  
 25 οὕτως τὸ  $E\Delta K$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $\Delta NK$ . καὶ ἐναλλάξ· καὶ ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ  $EK$  πρὸς ὅλον τὸ  $E\Delta K$  τρίγωνον, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ἀπὸ  $\Delta K$  πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ  $\Delta NK$  τρίγωνον· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  $Z\Delta E$  πρὸς λοιπὸν τὸ  $\Delta\Delta$  ἐστὶν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EK$  πρὸς

posito recta alteri contingentium parallela ducitur sectionem alteramque contingentem secans, erit, ut quadrata contingentium inter se, ita spatium comprehensum rectis inter sectionem contingentemque



positis ad quadratum rectae ad punctum contactus abscisae.

sit  $AB$  conisectio uel ambitus circuli, et contingant  $A\Gamma, \Gamma B$  in  $\Gamma$  concurrentes, sumaturque in sectione  $AB$  punctum aliquod  $\Delta$ , et per id ducatur  $E\Delta Z$  rectae  $\Gamma B$  parallela. dico, esse

$$B\Gamma^2 : A\Gamma^2 = ZE \times E\Delta : EA^2.$$

ducantur enim per  $A, B$

diametri  $AH\Theta, KB\Lambda$ , per  $\Delta$  autem rectae  $A\Delta$  parallela  $\Delta MN$ ; statim igitur adparet, esse  $\Delta K = KZ$  [I, 46–47] et  $AEH = \Delta\Delta$  [prop. II] et  $B\Lambda\Gamma = A\Gamma\Theta$  [prop. I].

iam quoniam est  $ZK = K\Delta$ , et adiecta est  $\Delta E$ , erit [Eucl. II, 6]  $ZE \times E\Delta + \Delta K^2 = KE^2$ . et quoniam trianguli  $EAK, \Delta NK$  similes sunt, erit [Eucl. VI, 19]

$$EK^2 : K\Delta^2 = EK\Lambda : \Delta NK.$$

et permutando [Eucl. V, 16]

$$EK^2 : EAK = \Delta K^2 : \Delta NK;$$

In V praeter nostras figuras et tria rectangula totidemque triangulos duae figurae adsunt alium casum in parabola et hyperbola representantes.



τὸ  $ΕΛΚ$  τρίγωνον. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ  $ΕΚ$  πρὸς τὸ  $ΕΛΚ$ ,  
οὕτως τὸ ἀπὸ  $ΓΒ$  πρὸς τὸ  $ΛΓΒ$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  
ὑπὸ  $ΖΕΔ$  πρὸς τὸ  $ΛΔ$  τετράπλευρον, τὸ ἀπὸ  $ΓΒ$   
πρὸς τὸ  $ΛΓΒ$  τρίγωνον. ἴσον δὲ τὸ μὲν  $ΔΔ$  τῷ  
5  $ΑΕΗ$  τριγώνῳ, τὸ δὲ  $ΛΓΒ$  τῷ  $ΑΘΓ$ . καὶ ὡς ἄρα  
τὸ ὑπὸ  $ΖΕΔ$  πρὸς τὸ  $ΑΕΗ$  τρίγωνον, τὸ ἀπὸ  $ΓΒ$   
πρὸς τὸ  $ΑΘΓ$ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ  $ΖΕΔ$  πρὸς τὸ  
ἀπὸ  $ΓΒ$ , τὸ  $ΑΕΗ$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $ΑΘΓ$ . ὡς δὲ  
τὸ  $ΑΗΕ$  πρὸς τὸ  $ΑΘΓ$ , τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
10  $ΑΓ$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΖΕΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΒ$ , τὸ  
ἀπὸ  $ΕΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$ . καὶ ἐναλλάξ.

ιζ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐ-  
θεῖαι ἐπιψαύουσαι συμπίπτωσι, ληφθῆ δὲ ἐπὶ τῆς  
15 τομῆς δύο τυχόντα σημεῖα, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἀχθῶσιν  
ἐν τῇ τομῇ παρὰ τὰς ἐφαπτομένας τέμνουσαι ἀλλήλας  
τε καὶ τὴν γραμμὴν, ἔσται, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτο-  
μένων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ  
τῶν ὁμοίως λαμβανομένων εὐθειῶν.

20 ἔστω κώνου τομῆ ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ  $ΑΒ$ , καὶ  
τῆς  $ΑΒ$  ἐφαπτόμεναι αἱ  $ΑΓ$ ,  $ΓΒ$  συμπίπτουσαι κατὰ  
τὸ  $Γ$ , καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς τυχόντα σημεῖα τὰ  
 $Δ$ ,  $Ε$ , καὶ δι' αὐτῶν παρὰ τὰς  $ΑΓ$ ,  $ΓΒ$  ἤχθωσαν αἱ  
 $ΕΖΙΚ$ ,  $ΔΖΗΘ$ . λέγω, ὅτι ἔστί, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$   
25 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΒ$ , τὸ ὑπὸ  $ΚΖΕ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΘΖΔ$ .

ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν  $Α$ ,  $Β$  διαμέτροι αἱ  $ΑΑΜΝ$ ,  
 $ΒΟΞΠ$ , καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ τε ἐφαπτόμεναι καὶ αἱ  
παράλληλοι μέχρι τῶν διαμέτρων, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ

8.  $ΓΒ$ ]  $γpc$ , corr. ex  $ΓΕΒ$  m. 1 V. 24. ἀπὸ  $ΑΓ$ ]  $ΑΓ$  V;  
corr. p.

quare etiam [Eucl. V, 19] reliquum

$$ZE \times EA : AA = EK^2 : EAK.$$

est autem  $EK^2 : EAK = \Gamma B^2 : \Lambda \Gamma B$  [Eucl. VI, 4];  
quare etiam  $ZE \times EA : AA = \Gamma B^2 : \Lambda \Gamma B$ . est autem  
 $AA = AEH$  et  $\Lambda \Gamma B = A\Theta \Gamma$ ; itaque etiam

$$ZE \times EA : AEH = \Gamma B^2 : A\Theta \Gamma.$$

permutando [Eucl. V, 16]

$$ZE \times EA : \Gamma B^2 = AEH : A\Theta \Gamma.$$

est autem [Eucl. VI, 4]  $AHE : A\Theta \Gamma = EA^2 : A\Gamma^2$ ;  
itaque etiam  $ZE \times EA : \Gamma B^2 = EA^2 : A\Gamma^2$ . et per-  
mutando [Eucl. V, 16].

### XVII.

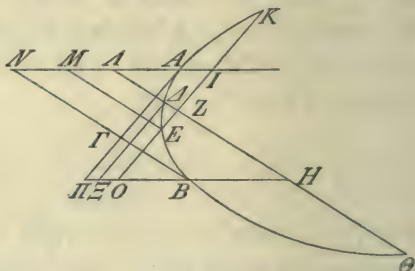
Si duae rectae coni sectionem uel ambitum circuli  
contingentes concurrunt, et in sectione duo quaelibet  
puncta sumuntur, ab iisque in sectione contingentibus  
parallelae ducuntur rectae et inter se et lineam se-  
cantes, erunt, ut quadrata contingentium inter se, ita  
rectangula comprehensa rectis eodem modo sumptis.

sit  $AB$  coni sectio uel ambitus circuli et  $AB$  con-  
tingentes  $A\Gamma, \Gamma B$  in  $\Gamma$  concurrentes, sumanturque in  
sectione puncta quaelibet  $\Delta, E$ , et per ea rectis  $A\Gamma,$   
 $\Gamma B$  parallelae ducantur  $EZIK, \Delta ZH\Theta$ . dico, esse  
 $A\Gamma^2 : \Gamma B^2 = KZ \times ZE : \Theta Z \times Z\Delta$ .

ducantur enim per  $A, B$  diametri  $AAMN, BOΞΠ$ ,  
producanturque et contingentes et parallelae usque ad  
diametros, et a  $\Delta, E$  contingentibus parallelae ducantur  
 $\DeltaΞ, EM$ ; manifestum igitur, esse  $KI = IE, \Theta H = H\Delta$   
[I, 46—47].

τῶν  $\Delta$ ,  $E$  παρὰ τὰς ἐφαπτομένας αἱ  $\Delta\Xi$ ,  $EM$  φανερόν δὴ, ὅτι ἡ  $KI$  τῇ  $IE$  ἴσιν καὶ ἡ  $\Theta H$  τῇ  $H\Delta$ .

ἐπεὶ οὖν ἡ  $KE$  τέμνεται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ  $I$ ,  
 5 εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ  $Z$ , τὸ ὑπὸ  $KZE$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  
 $ZI$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $EI$ . καὶ ἐπεὶ ὁμοιά ἐστι τὰ  
 τρίγωνα διὰ τὰς παραλλήλους, ἔστιν, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ  
 $EI$  πρὸς ὅλον τὸ  $IME$  τρίγωνον, οὕτως ἀφαιρεθὲν  
 τὸ ἀπὸ  $IZ$  πρὸς  
 10 ἀφαιρεθὲν τὸ  $ZIA$   
 τρίγωνον. καὶ λοι-  
 πὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  
 $KZE$  πρὸς λοιπὸν  
 τὸ  $ZM$  τετρά-  
 15 πλευρόν ἐστιν, ὡς  
 ὅλον τὸ ἀπὸ  $EI$   
 πρὸς ὅλον τὸ  $MEI$   
 τρίγωνον. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ  $EI$  πρὸς τὸ  $IME$  τρί-  
 γωνον, τὸ ἀπὸ  $GA$  πρὸς τὸ  $G\Delta N$ . ὡς ἄρα το  
 20 ὑπὸ  $KZE$  πρὸς τὸ  $ZM$  τετράπλευρον, οὕτως τὸ ἀπὸ  
 $AG$  πρὸς τὸ  $G\Delta N$ . ἴσον δὲ τὸ μὲν  $AGN$  τῷ  $ΓΠB$ ,  
 τὸ δὲ  $ZM$  τῷ  $Z\Xi$ . ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $KZE$  πρὸς τὸ  
 $Z\Xi$ , τὸ ἀπὸ  $AG$  πρὸς τὸ  $ΓBΠ$ . ὁμοίως δὴ δειχθήσεται  
 καί, ὡς τὸ ὑπὸ  $\Theta Z\Delta$  πρὸς τὸ  $\Xi Z$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $ΓB$   
 25 πρὸς τὸ  $ΓΠB$ . ἐπεὶ οὖν ἐστιν, ὡς μὲν τὸ ὑπὸ  $KZE$   
 πρὸς τὸ  $Z\Xi$  τετράπλευρον, τὸ ἀπὸ  $AG$  πρὸς  $ΓΠB$ ,  
 διὰ δὲ τὸ ἀνάπαλιν, ὡς τὸ  $Z\Xi$  τετράπλευρον πρὸς τὸ  
 ὑπὸ  $\Theta Z\Delta$ , τὸ  $ΓΠB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓB$ , δι' ἴσου ἄρα,



1.  $\Delta\Xi$ ] c, corr. ex  $\Delta Z$  m. 1 V. 5.  $KZE$ ]  $ZKE$  V;  
 corr. Memus. 18.  $IME$ ] V?,  $IEM$  cp. 19.  $G\Delta N$ ] ἀπὸ  
 $G\Delta N$  V; corr. p. 25.  $\GammaΠB$ ]  $\GammaΠ V$ ; corr. Memus (g b p).

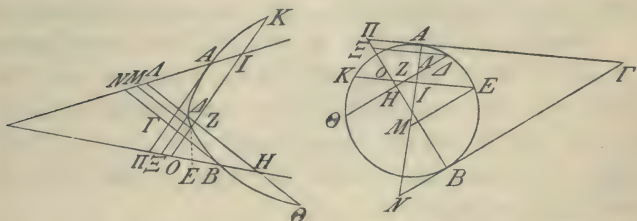
quoniam igitur  $KE$  in  $I$  in partes aequales secta est, in  $Z$  autem in inaequales, erit

$$KZ \times ZE + ZI^2 = EI^2 \text{ [Eucl. II, 5].}$$

et quoniam trianguli propter parallelas similes sunt [Eucl. I, 29], erit  $EI^2 : IME = IZ^2 : ZIA$  [Eucl. VI, 19; V, 16]. itaque etiam reliquum [Eucl. V, 19]

$$KZ \times ZE : ZM = EI^2 : MEI.$$

est autem  $EI^2 : IME = \Gamma A^2 : \Gamma AN$  [Eucl. VI, 19 V, 16]; itaque  $KZ \times ZE : ZM = A\Gamma^2 : \Gamma AN$ . est



autem  $A\Gamma N = \Gamma\Pi B$  [prop. I] et  $ZM = Z\Xi$  [prop. III]; itaque  $KZ \times ZE : Z\Xi = A\Gamma^2 : \Gamma B\Pi$ . iam similiter demonstrabimus, esse etiam

$$\Theta Z \times Z\Delta : \Xi Z = \Gamma B^2 : \Gamma\Pi B.$$

iam quoniam est  $KZ \times ZE : Z\Xi = A\Gamma^2 : \Gamma\Pi B$  et e contrario [Eucl. V, 7 coroll.]

$$Z\Xi : \Theta Z \times Z\Delta = \Gamma\Pi B : \Gamma B^2,$$

ex aequo erit [Eucl. V, 22]

$$A\Gamma^2 : B\Gamma^2 = KZ \times ZE : \Theta Z \times Z\Delta.$$

In Vve praeterea rectangula et trianguli quidam inveniuntur.



ὡς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΓ$ , τὸ ὑπὸ  $ΚΖΕ$  πρὸς  
τὸ ὑπὸ  $ΘΖΔ$ .

ιη'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐπιψάουσαι  
5 συμπίπτωσι, καὶ ληφθῇ τι σημεῖον ἐφ' ὅποτερασούν  
τῶν τομῶν, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἄχθῃ τις εὐθεῖα παρά τινα  
τῶν ἐφαπτομένων τέμνουσα τὴν τομὴν καὶ τὴν ἐτέραν  
ἐφαπτομένην, ἔσται, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων  
τετραγῶνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως τὸ περιεχόμενον ὑπὸ  
10 τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τὸ  
ἀπὸ τῆς ἀπολαμβανομένης πρὸς τῇ ἀφῇ τετραγῶνον.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $ΑΒ$ ,  $ΜΝ$  καὶ ἐφαπτόμεναι  
αἱ  $ΑΓΔ$ ,  $ΒΓΘ$  καὶ διὰ τῶν ἀφῶν διάμετροι αἱ  $ΑΜ$ ,  
 $ΒΝ$ , καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  $ΜΝ$  τομῆς τυχὸν σημεῖον  
15 τὸ  $Δ$ , καὶ δι' αὐτοῦ ἤχθω παρά τὴν  $ΒΘ$  ἢ  $ΕΔΖ$ .  
λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΒΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΑ$ , τὸ  
ὑπὸ  $ΖΕΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΕ$ .

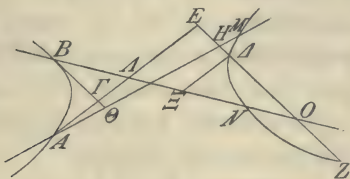
ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $Δ$  τῇ  $ΑΕ$  παράλληλος ἡ  $ΔΞ$ .  
ἐπεὶ οὖν ὑπερβολὴ ἔστιν ἡ  $ΑΒ$  καὶ διάμετρος αὐτῆς  
20 ἡ  $ΒΝ$  καὶ ἐφαπτομένη ἡ  $ΒΘ$  καὶ τῇ  $ΒΘ$  παράλληλος  
ἡ  $ΔΖ$ , ἴση ἄρα ἔστιν ἡ  $ΖΟ$  τῇ  $ΟΔ$ . καὶ πρόσκειται  
ἡ  $ΕΔ$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $ΖΕΔ$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ΔΟ$  ἴσον  
ἔστι τῷ ἀπὸ  $ΕΟ$ . καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ  $ΕΔ$   
τῇ  $ΔΞ$ , ὁμοίον ἔστι τὸ  $ΕΟΔ$  τρίγωνον τῷ  $ΔΞΟ$ .  
25 ἔστιν ἄρα, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ  $ΕΟ$  πρὸς τὸ  $ΕΟΔ$ , οὕτως  
ἀφαιρεθὲν τὸ ἀπὸ  $ΔΟ$  πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ  $ΞΔΟ$  τρί-  
γωνον· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΔΕΖ$  πρὸς τὸ  $ΔΑ$   
τετραπλευρόν ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΕΟ$  πρὸς τὸ  $ΕΟΔ$ .  
ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ  $ΟΕ$  πρὸς τὸ  $ΟΕΔ$  τρίγωνον, τὸ ἀπὸ

1. πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΓ$ ] om. V; corr. p (τῆς  $ΓΒ$ ). 15.  $ΕΔΖ$ ]  $ΔΕΖ$  V; corr. p.

XVIII.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et in alterutra sectionum sumitur punctum aliquod, ab eoque recta alteri contingentium parallela ducitur sectionem alteramque contingentem secans, erit, ut quadrata contingentium inter se, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectionem contingentemque positis ad quadratum rectae ad punctum contactus abscisae.

sint oppositae  $AB$ ,  $MN$  contingentesque  $A\Gamma A$ ,  $B\Gamma\Theta$  et per puncta contactus diametri  $AM$ ,  $BN$ ,



sumaturque in sectione  $MN$  punctum aliquod  $\Delta$ , et per id rectae  $B\Theta$  parallela ducatur  $E\Delta Z$ . dico, esse  $B\Gamma^2 : \Gamma A^2 = ZE \times E\Delta : AE^2$ .

ducatur enim per  $\Delta$  rectae  $AE$  parallela  $\Delta\Xi$ . iam quoniam hyperbola est  $AB$  et diametrus eius  $BN$  contingensque  $B\Theta$  et rectae  $B\Theta$  parallela  $\Delta Z$ , erit [I, 48]  $ZO = O\Delta$ . et adiecta est  $E\Delta$ ; itaque erit [Eucl. II, 6]  $ZE \times E\Delta + \Delta O^2 = EO^2$ . et quoniam  $EA$ ,  $\Delta\Xi$  parallelae sunt, trianguli  $EOA$ ,  $\Delta\Xi O$  similes sunt [Eucl. I, 29]; itaque  $EO^2 : EO\Delta = \Delta O^2 : \Xi\Delta O$  [Eucl. VI, 19; V, 16]; quare etiam reliquum

$$\Delta E \times EZ : \Delta A = EO^2 : EO\Delta \text{ [Eucl. V, 19].}$$

est autem  $OE^2 : OE\Delta = B\Gamma^2 : B\Gamma A$  [Eucl. VI, 19;

$BΓ$  πρὸς τὸ  $BΓΔ$  τρίγωνον· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  
 $ZEΔ$  πρὸς τὸ  $ΔΔ$  τετράπλευρον, τὸ ἀπὸ  $BΓ$  πρὸς  
τὸ  $BΓΔ$  τρίγωνον. ἴσον δὲ τὸ  $ΔΔ$  τετράπλευρον  
τῷ  $AEH$  τριγώνῳ, τὸ δὲ  $BΔΓ$  τῷ  $ΑΓΘ$ . ὡς ἄρα  
5 τὸ ὑπὸ  $ZEΔ$  πρὸς τὸ  $AEH$ , τὸ ἀπὸ  $BΓ$  πρὸς τὸ  
 $ΑΓΘ$ . ἔστι δὲ καὶ ὡς τὸ  $AEH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ ,  
οὕτως τὸ  $ΑΓΘ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$ . δι' ἴσον ἄρα ἐστίν,  
ὡς τὸ ἀπὸ  $BΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΑ$ , τὸ ὑπὸ  $ZEΔ$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $EA$ .

10

ιδ'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι  
συμπίπτωσιν, ἀχθῶσι δὲ παράλληλοι ταῖς ἐφαπτο-  
μέναις ἀλλήλας τέμνουσαι καὶ τὴν τομὴν, ἔσται, ὡς  
τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως  
15 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς  
συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ  
τῶν ὁμοίως λαμβανομένων εὐθειῶν.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετροι αἱ  $ΑΓ$ ,  $BΔ$ ,  
κέντρον δὲ τὸ  $E$ , καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ  $AZ$ ,  $ZΔ$  συμ-  
20 πιπτέτωσαν κατὰ τὸ  $Z$ , καὶ ἀπὸ τινων σημείων ἤχθω-  
σαν παρὰ τὰς  $AZΔ$  αἱ  $HΘIKΑ$ ,  $MNΞOΔ$ . λέγω,  
ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $AZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZΔ$ , τὸ ὑπὸ  
 $HΔI$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $MΔΞ$ .

ἤχθωσαν παρὰ τὰς  $AZΔ$  διὰ τῶν  $Ξ$ ,  $I$  αἱ  $ΙΠ$ ,  
25  $ΞΡ$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $AZ$  πρὸς τὸ  $AZΣ$   
τρίγωνον, τὸ ἀπὸ  $ΘΑ$  πρὸς τὸ  $ΘΑΟ$  καὶ τὸ ἀπὸ  $ΘI$   
πρὸς τὸ  $ΘIΠ$ , καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  $HΔI$  πρὸς  
λοιπὸν τὸ  $ΙΠOΔ$  τετράπλευρόν ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $AZ$

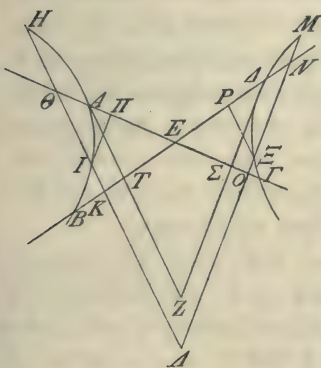
3.  $BΓΔ$ ]  $BΓV$ ; corr. p. 18. αἱ] bis  $V$ ; corr. cvp. 21.  
 $MNΞOΔ$ ]  $MNΞO V$ ; corr. p. 23.  $HΔI$ ]  $HM V$ ; corr. p.  
24.  $ΙΠ$ ,  $ΞΡ$ ]  $IΞ$ ,  $ΠΡ V$ ; corr. p.

V, 16]; quare etiam  $ZE \times EA : AA = B\Gamma^2 : B\Gamma A$ .  
 est autem  $AA = AEH$  [prop. VI],  $B\Gamma A = A\Gamma\Theta$   
 [prop. I]; itaque  $ZE \times EA : AEH = B\Gamma^2 : A\Gamma\Theta$ .  
 est autem etiam  $AEH : EA^2 = A\Gamma\Theta : A\Gamma^2$  [Eucl. VI, 19;  
 V, 16]. ex aequo igitur [Eucl. V, 22]

$$B\Gamma^2 : \Gamma A^2 = ZE \times EA : EA^2.$$

XIX.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt,  
 et ducuntur rectae contingentibus parallelae inter se  
 sectionemque secantes, erit, ut quadrata contingentium  
 inter se, ita rectangulum  
 comprehensum rectis inter  
 sectionem punctumque con-  
 cursus rectarum positis ad  
 rectangulum compren-  
 sum rectis eodem modo  
 sumptis.



inter se, ita rectangulum  
 comprehensum rectis inter  
 sectionem punctumque con-  
 cursus rectarum positis ad  
 rectangulum compren-  
 sum rectis eodem modo  
 sumptis.

sint oppositae, quarum  
 diametri sint  $A\Gamma, B\Delta$ ,  
 centrum autem  $E$ ; et con-  
 tingentes  $AZ, ZA$  con-  
 currant in  $Z$ , et a punctis

quibuslibet rectis  $AZ, ZA$  parallelae ducantur  $H\Theta IKA, MN\Xi OA$ . dico, esse

$$AZ^2 : ZA^2 = HA \times AI : MA \times A\Xi.$$

per  $\Xi, I$  rectis  $AZ, ZA$  parallelae ducantur  $I\Pi, \Xi P$ . et quoniam est

$AZ^2 : AZ\Sigma = \Theta A^2 : \Theta AO = \Theta I^2 : \Theta I\Pi$  [Eucl. VI, 19;  
 V, 16], erit etiam reliquum [I, 48; Eucl. II, 6]

$$HA \times AI : I\Pi OA = AZ^2 : AZ\Sigma$$
 [Eucl. V, 19].



πρὸς τὸ  $AZ\Sigma$  τρίγωνον. ἴσον δὲ τὸ  $AZ\Sigma$  τῷ  $\Delta ZT$   
καὶ τὸ  $ΠΟΛΙ$  τῷ  $KPΞA$ · καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $AZ$   
πρὸς τὸ  $\Delta TZ$ , τὸ ὑπὸ  $HΛΙ$  πρὸς τὸ  $PΞAK$ . ὡς  
δὲ τὸ  $\Delta TZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $Z\Delta$ , τὸ  $PΞAK$  πρὸς τὸ  
5 ὑπὸ  $MΛΞ$ · καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $AZ$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $Z\Delta$ , τὸ ὑπὸ  $HΛΙ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $MΛΞ$ .

κ'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι  
συμπίπτωσι, καὶ διὰ τῆς συμπτώσεως ἀχθῆ τις εὐθεῖα  
10 παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνύουσαν συμπίπτουσα ἐκατέρω  
τῶν τομῶν, ἀχθῆ δέ τις ἕτερα εὐθεῖα παρὰ τὴν αὐτὴν  
τέμνουσα τὰς τε τομὰς καὶ τὰς ἐφαπτομένας, ἔσται, ὡς τὸ  
περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπὸ τῆς συμπτώσεως ταῖς τομαῖς  
προσπιπτουσῶν εὐθειῶν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης  
15 τετράγωνον, το περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῶν  
τομῶν καὶ τῆς ἐφαπτομένης εὐθειῶν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  
ἀπολαμβανομένης πρὸς τῇ ἀφῆ τετράγωνον.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , ὧν κέντρον  
τὸ  $E$ , ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ  $AZ$ ,  $\Gamma Z$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  
20  $A\Gamma$  καὶ αἱ  $EZ$ ,  $AE$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ ἤχθω  
διὰ τοῦ  $Z$  παρὰ τὴν  $A\Gamma$  ἢ  $BZ\Theta$ , καὶ εἰλήφθω, ἢ  
ἔτυχε, σημεῖον τὸ  $K$ , καὶ δι' αὐτοῦ παρὰ τὴν  $A\Gamma$   
ἤχθω ἡ  $K\Lambda\Sigma MNΞ$ . λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς τὸ ὑπὸ  
 $BZ\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZA$ , τὸ ὑπὸ  $K\LambdaΞ$  πρὸς τὸ  
25 ἀπὸ  $AA$ .

ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  $K$ ,  $B$  παρὰ τὴν  $AZ$  αἱ  
 $K\Pi$ ,  $B\rho$ . ἐπεὶ οὖν ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $BZ$  πρὸς τὸ

3.  $H\Lambda I$ ]  $HM V$ ; corr. Memus. 16. εὐθειῶν] εὐθείας  $V$ ;  
corr. Comm. 24.  $K\Lambda Ξ$ ]  $\Lambda K Ξ V$ ; corr. Memus (hlx).

est autem  $AZ\Sigma = \Delta ZT$  [prop. IV] et [prop. VII]  $\Pi O AI = KP\Xi A$ ; quare etiam

$$AZ^2 : \Delta TZ = HA \times AI : P\Xi AK.$$

est autem  $\Delta TZ : ZA^2 = P\Xi AK : MA \times A\Xi$ . ergo etiam ex aequo [Eucl. V, 22]

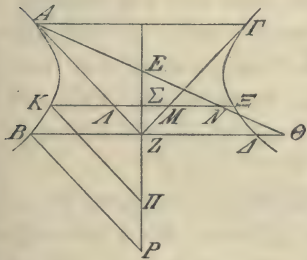
$$AZ^2 : ZA^2 = HA \times AI : MA \times A\Xi.$$

XX.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et per punctum concursus recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela cum utraque sectione concurrens, et alia quoque recta eidem parallela ducitur et sectiones et contingentes secans, erit, ut rectangulum rectis a puncto concursus ad sectiones adidentibus comprehensum ad quadratum contingentis, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectiones con-

tingentemque positis ad quadratum rectae ad punctum contactus abscisae.

sint oppositae  $AB, \Gamma A$ , quarum centrum sit  $E$ , contingentes autem  $AZ, \Gamma Z$ , ducaturque  $A\Gamma$  et  $EZ, AE$  et producantur, per  $Z$  autem rectae  $A\Gamma$  parallela



ducatur  $BZ\Theta$ , et sumatur quoduis punctum  $K$ , et per id rectae  $A\Gamma$  parallela ducatur  $K\Lambda\Sigma MN\Xi$ . dico, esse  $BZ \times Z\Delta : ZA^2 = K\Lambda \times A\Xi : A\Lambda^2$ .

ducantur enim a  $K, B$  rectae  $AZ$  parallelae  $K\Pi, B\Pi$ . iam quoniam est

In fig. pro  $K$  ( $\nabla p$ ) posuerunt  $H$  Memus aliique.

$BZP$  τρίγωνον, τὸ ἀπὸ  $K\Sigma$  πρὸς τὸ  $K\Sigma\Pi$  καὶ τὸ  
 ἀπὸ  $\Lambda\Sigma$  πρὸς τὸ  $\Lambda\Sigma Z$ , καὶ λοιπὸν τὸ ὑπὸ  $K\Lambda\Xi$   
 πρὸς τὸ  $K\Lambda Z\Pi$  τετράπλευρον, ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ  
 $BZ$  τῷ ὑπὸ  $BZ\Delta$ , τὸ δὲ  $BPZ$  τρίγωνον τῷ  
 5  $AZ\Theta$ , τὸ δὲ  $K\Lambda Z\Pi$  τετράπλευρον τῷ  $\Lambda\Lambda N$  τρι-  
 γώνῳ, ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ  $BZ\Delta$  πρὸς τὸ  $AZ\Theta$   
 τρίγωνον, τὸ ὑπὸ  $K\Lambda\Xi$  πρὸς τὸ  $\Lambda\Lambda N$ . ὡς δὲ τὸ  
 $AZ\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AZ$ , τὸ  $\Lambda\Lambda N$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda\Lambda$   
 δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ  $BZ\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $Z\Lambda$ , τὸ  
 10 ὑπὸ  $K\Lambda\Xi$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda\Lambda$ .

κα'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐπὶ τῆς τομῆς δύο  
 σημεῖα ληφθῆ, καὶ δι' αὐτῶν ἄχθῶσιν εὐθεῖαι ἢ μὲν  
 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἢ δὲ παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς  
 15 ἐπιζευγνύουσαν, τέμνουσαι ἀλλήλας τε καὶ τὰς τομάς,  
 ἔσται, ὡς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπὸ τῆς συμπτώ-  
 σεως ταῖς τομαῖς προσπιπτουσῶν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  
 ἐφαπτομένης τετράγωνον, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  
 μεταξὺ τῶν τομῶν καὶ τῆς συμπτώσεως πρὸς τὸ  
 20 περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς συμ-  
 πτώσεως εὐθειῶν.

ἔστω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, εἰλήφθω δὲ τὰ  
 $H, K$  σημεῖα, καὶ δι' αὐτῶν ἤχθωσαν παρὰ μὲν τὴν  
 $AZ$  αἱ  $N\Xi H O \Pi P, K\Sigma T$ , παρὰ δὲ τὴν  $AG$  αἱ

1.  $K\Sigma\Pi$ ] ἀπὸ  $K\Sigma\Pi$  V; corr. p. 2.  $\Lambda\Sigma Z$ ]  $\Lambda E Z$  V;  
 corr. p ( $\Lambda Z \Sigma$ ).  $K\Lambda\Xi$ ]  $\Lambda K\Xi$  corr. ex  $\Lambda K Z$  m. 1 V; corr.  
 Memus (hlx). 3. Ante ἴσον add. ἔσται ὡς τὸ ἀπὸ  $BZ$  πρὸς  
 τὸ  $BZP$  Halley cum Command.; lacunam p. 6. ὑπὸ  $BZ\Delta$ ]  
 ἀπὸ  $BZ$  V; corr. Memus. τό] (alt.) om. V; corr. p. 7.  
 $K\Lambda\Xi$ ]  $\Lambda K\Xi$  V; corr. Memus (hlx).  $\Lambda\Lambda N$ ]  $\Lambda\Lambda M$  V; corr. p.  
 10.  $K\Lambda\Xi$ ]  $\Lambda K\Xi$  V; corr. Memus (hlx). 19. πρὸς — 20.  
 συμπτώσεως] om. V; corr. Comm.

$BZ^2 : BZP = K\Sigma^2 : K\Sigma\Pi$   
 $= A\Sigma^2 : A\Sigma Z$  [Eucl. VI, 19; V, 16]  
 $= KA \times A\xi$  [Eucl. II, 5] :  $KAZ\Pi$  [Eucl. V, 19],  
 et  $BZ^2 = BZ \times ZA$  [II, 39, 38],  $BPZ = AZ\theta$   
 [prop. XI],  $KAZ\Pi = AAN$  [prop. V], erit

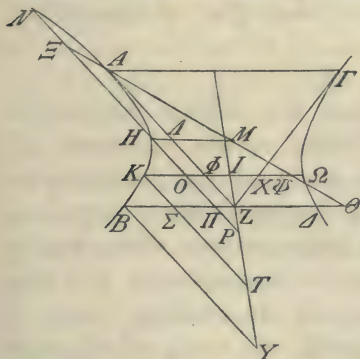
$$BZ \times ZA : AZ\theta = KA \times A\xi : AAN.$$

est autem  $AZ\theta : AZ^2 = AAN : AA^2$  [Eucl. VI, 19; V, 16]; ergo ex aequo [Eucl. V, 22]

$$BZ \times ZA : ZA^2 = KA \times A\xi : AA^2.$$

XXI.

Iisdem suppositis si in sectione duo puncta sumuntur, et per ea rectae ducuntur, altera contingenti parallela, altera rectae puncta contactus coniungenti parallela, secantes et inter se et sectiones, erit, ut rectangulum comprehensum rectis a puncto concursus ad sectiones adcidentibus ad quadratum contingentis, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectiones punctumque concursus positum ad rectangulum comprehensum rectis inter sectionem punctumque concursus positum.



sint enim eadem, quae antea, et sumantur  $H, K$  puncta, per eaque rectae  $AZ$  parallelae ducantur



ΗΛΜ, ΚΟΦΙΧΨΩ. λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ὑπὸ ΒΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΚΟΩ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΟΗ.

ἐπεὶ γάρ ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ΑΖΘ  
 5 τριγώνου, τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ΑΛΜ καὶ τὸ ἀπὸ ΞΟ  
 πρὸς τὸ ΞΟΨ καὶ τὸ ἀπὸ ΞΗ πρὸς τὸ ΞΗΜ, ὡς ἄρα  
 ὅλον τὸ ἀπὸ ΞΟ πρὸς ὅλον τὸ ΞΟΨ, οὕτως ἀφαιρεθὲν  
 τὸ ἀπὸ ΞΗ πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΞΗΜ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ  
 ὑπὸ ΝΟΗ πρὸς λοιπὸν τὸ ΗΟΨΜ τετράπλευρόν ἐστιν,  
 10 ὡς τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ΑΖΘ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ΑΖΘ τῷ  
 ΒΤΖ, τὸ δὲ ΗΟΨΜ τῷ ΚΟΡΤ. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  
 ΑΖ πρὸς τὸ ΒΤΖ, τὸ ὑπὸ ΝΟΗ πρὸς τὸ ΚΟΡΤ.  
 ὡς δὲ τὸ ΒΤΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΖ, τουτέστι  
 τὸ ὑπὸ ΒΖΔ, οὕτως ἐδείχθη τὸ ΚΟΡΤ πρὸς τὸ ὑπὸ  
 15 ΚΟΩ. δι' ἴσον ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ὑπὸ  
 ΒΖΔ, τὸ ὑπὸ ΝΟΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΟΩ. καὶ ἀνάπαλιν,  
 ὡς τὸ ὑπὸ ΒΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΑ, τὸ ὑπὸ ΚΟΩ  
 πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΟΗ.

κβ'.

20 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι παράλληλοι  
 ἐπιψαύωσιν, ἀχθῶσι δέ τινες εὐθεῖαι τέμνουσαι ἀλ-  
 λήλας καὶ τὰς τομάς, ἡ μὲν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην,  
 ἡ δὲ παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνύουσαν, ἔσται, ὡς  
 ἡ τοῦ πρὸς τῇ τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνυούσῃ εἵδους πλαγία  
 25 πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  
 μεταξὺ τῶν τομῶν καὶ τῆς συμπτώσεως πρὸς τὸ  
 περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς συμ-  
 πτώσεως.

7. τό] (alt.) p εν, e corr. m. 1 V. 12. ΚΟΡΠ V; corr. Memus.  
 14. ΚΟΡΤ] p e, T corr. ex Π m. 1 V. 17. ΚΟΩ] e, corr.  
 ex ΚΟ, ΟΩ m. 1 V. 24. ἡ] p, om. V. 25. πλευρᾶι V; corr. p.  
 26. τῶν τομῶν — 27. μεταξύ] om. V; corr. Paris. 2355 mg.

$NΞHOΠΡ, KΣT$ , rectae autem  $AΓ$  parallelae  $HΛM$ ,  $KOΦIXΨΩ$ <sup>1)</sup>. dico, esse

$$BZ \times ZΔ : ZA^2 = KO \times OΩ : NO \times OH.$$

quoniam enim est

$$AZ^2 : AZΘ = AΛ^2 : AΛM$$

$= ΞO^2 : ΞOΨ = ΞH^2 : ΞHM$  [Eucl. VI, 19; V, 16],  
erit, ut totum  $ΞO^2$  ad totum  $ΞOΨ$ , ita ablatum  $ΞH^2$   
ad ablatum  $ΞHM$ . itaque etiam reliquum [I, 47;  
Eucl. II, 6]  $NO \times OH : HOΨM = AZ^2 : AZΘ$   
[Eucl. V, 19]. est autem  $AZΘ = BΥZ$  [prop. XI],  
 $HOΨM = KOPT$  [prop. XII]; itaque

$$AZ^2 : BΥZ = NO \times OH : KOPT.$$

demonstrauimus autem, esse

$$BΥZ : BZ^2 = KOPT : KO \times OΩ$$
 [prop. XX]

$$= [I, 39, 38] BΥZ : BZ \times ZΔ;$$

itaque ex aequo [Eucl. V, 22]

$$AZ^2 : BZ \times ZΔ = NO \times OH : KO \times OΩ.$$

et e contrario [Eucl. V, 7 coroll.]

$$BZ \times ZΔ : ZA^2 = KO \times OΩ : NO \times OH.$$

## XXII.

Si sectiones oppositas duae rectae parallelae contingunt, et ducuntur rectae quaedam secantes et inter se et sectiones, altera contingenti parallela, altera rectae puncta contactus coniungenti parallela, erit, ut latus transuersum figurae rectae puncta contactus coniungenti adplicatae ad rectum, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectiones punctumque con-

1) In figura codicis V punctum  $Ψ$  intra sectionem  $ΓΔ$  cadit, ita ut haec recta dicenda esset  $KOΦIXΩΨ$ . adiecta sunt sex rectangula.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ἐφαπτόμεναι δὲ αὐτῶν αἱ  $ΑΓ, ΒΔ$  παράλληλοι ἔστωσαν, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $ΑΒ$ . διήχθωσαν δὴ ἡ μὲν  $ΕΞΗ$  παρὰ τὴν  $ΑΒ$ , ἡ δὲ  $ΚΕΛΜ$  παρὰ τὴν  $ΑΓ$ . λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς ἡ  
 5  $ΑΒ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν τοῦ εἵδους πλευράν, τὸ ὑπὸ  $ΗΕΞ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΚΕΜ$ .

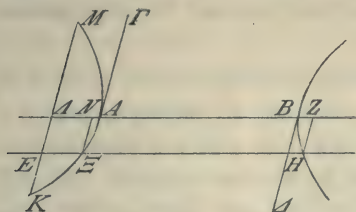
ἤχθωσαν διὰ τῶν  $Η, Ξ$  παρὰ τὴν  $ΑΓ$  αἱ  $ΞΝ, ΗΖ$ .  
 ἐπεὶ γὰρ αἱ  $ΑΓ, ΒΔ$  ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν παράλληλοι εἰσι, διάμετρος μὲν ἡ  $ΑΒ$ , τεταγμένως  
 10 δὲ ἐπ' αὐτὴν κατηγμέναι αἱ  $ΚΑ, ΞΝ, ΗΖ$ . ἔσται οὖν, ὡς ἡ  $ΑΒ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν πλευράν, τό τε ὑπὸ  $ΒΛΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΚ$  καὶ τὸ ὑπὸ  $ΒΝΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΞ$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $ΛΕ$ . ἔστιν ἄρα, ὡς ὅλον τὸ ὑπὸ  $ΒΛΑ$  πρὸς ὅλον τὸ ἀπὸ  $ΚΑ$ , οὕτως ἀφαι-  
 15 ρεθὲν τὸ ὑπὸ  $ΒΝΑ$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $ΖΑΝ$ . ἴση γὰρ ἡ  $ΝΑ$  τῇ  $ΒΖ$ . πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ἀπὸ  $ΛΕ$  καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΖΑΝ$  πρὸς λοιπὸν τὸ ὑπὸ  $ΚΕΜ$  ἔστιν, ὡς ἡ  $ΑΒ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $ΖΑΝ$  τῷ ὑπὸ  $ΗΕΞ$ . ὡς ἄρα ἡ  $ΑΒ$  τοῦ  
 20 εἵδους πλαγία πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ ὑπὸ  $ΗΕΞ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΚΕΜ$ .

κγ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατα συζυγίαν ἀντικειμέναις δύο εὐθεῖαι τῶν κατ' ἐναντίον τομῶν ἐπιψαύουσαι συμ-  
 25 πίπτωσιν ἐπὶ μιᾷς, ἧς ἔτυχον, τομῆς, ἀχθῶσι δὲ τινες παρὰ τὰς ἐφαπτομένας τέμνουσαι ἀλλήλας καὶ τὰς ἐτέρας ἀντικειμένας, ἔσται, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων

3. δῆ] δέ Halley. 4. ΕΚΛΜ V, corr. p. 8. γάε] οὖν?  
 24. συμπίπτουσιν v, V (ou corr. in ω?); corr. pe.

cursus positus ad rectangulum comprehensum rectis inter sectionem punctumque concursus positus.



sint oppositae  $A, B$ , easque contingentes  $A\Gamma, B\Delta$  parallelae sint, et ducatur  $AB$ . ducantur igitur rectae  $AB$  parallela  $E\Xi H$ , rectae  $A\Gamma$  autem parallela

$KE \Delta M$ . dico, esse, ut  $AB$  ad latus rectum figurae, ita  $HE \times E\Xi : KE \times EM$ .

per  $H, \Xi$  rectae  $A\Gamma$  parallelae ducantur  $\Xi N, HZ$ . iam quoniam  $A\Gamma, B\Delta$  sectiones contingentes parallelae sunt, diameter est  $AB$  et ad eam ordinate ductae  $KA, \Xi N, HZ$  [II, 31]; erit igitur [I, 21]  $AB$ : latus rectum

$$= BA \times AA : AK^2 = BN \times NA : N\Xi^2 \\ = BN \times NA : AE^2 \text{ [Eucl. I, 34].}$$

est igitur, ut totum  $BA \times AA$  ad totum  $AK^2$ , ita ablatum  $BN \times NA$ , hoc est  $ZA \times AN$  (nam  $NA = BZ$  [I, 21]), ad ablatum  $AE^2$ ; quare etiam reliquum [u. Pappi lemma IV]  $ZA \times AN$  ad reliquum [I, 47; Eucl. II, 5]  $KE \times EM$  est, ut  $AB$  ad latus rectum. est autem  $ZA \times AN = HE \times E\Xi$  [Eucl. I, 34]; ergo ut  $AB$  latus figurae transuersum ad rectum, ita  $HE \times E\Xi : KE \times EM$ .

XXIII.

Si in oppositis coniugatis duae rectae sectiones inter se oppositas contingentes in quavis sectionum concurrunt, et contingentibus parallelae rectae du-



τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῶν τομῶν καὶ τῆς συμπτώσεως εὐθειῶν πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ὁμοίως λαμβανομένων εὐθειῶν.

5 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι αἱ  $AB, \Gamma\Delta, EZ, H\Theta$ , κέντρον δὲ αὐτῶν τὸ  $K$ , καὶ τῶν  $AB, EZ$  τομῶν ἐφαπτόμεναι αἱ  $A\Phi\Gamma\Lambda, EX\Delta\Lambda$  συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ  $\Lambda$ , καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ  $AK, EK$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ  $B, Z$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $H$  παρὰ  
10 τὴν  $AA$  ἤχθω ἡ  $HMN\Xi O$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $\Theta$  παρὰ τὴν  $EA$  ἡ  $\Theta\Pi\rho\Xi\Sigma$ . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AA$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta\Xi\Sigma$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $H\Xi O$ .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $\Sigma$  παρὰ μὲν τὴν  $AA$  ἡ  $\Sigma T$ ,  
15 παρὰ δὲ τὴν  $EA$  ἀπὸ τοῦ  $O$  ἡ  $O T$ . ἐπεὶ οὖν συζυγῶν ἀντικειμένων τῶν  $AB, \Gamma\Delta, EZ, H\Theta$  διάμετρος ἐστίν ἡ  $BE$ , καὶ ἐφάπτεται τῆς τομῆς ἡ  $EA$ , καὶ παρ' αὐτὴν ἤκται ἡ  $\Theta\Sigma$ , ἴση ἐστὶν ἡ  $\Theta\Pi$  τῇ  $\Pi\Sigma$ , καὶ διὰ τὰ αὐτὰ ἡ  $HM$  τῇ  $MO$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς  
20 τὸ ἀπὸ  $EA$  πρὸς τὸ  $E\Phi\Lambda$  τριγώνου, τὸ ἀπὸ  $\Pi\Sigma$  πρὸς τὸ  $\Pi T\Sigma$  καὶ τὸ ἀπὸ  $\Pi\Xi$  πρὸς τὸ  $\Pi N\Xi$ , καὶ λοιπὸν τὸ ὑπὸ  $\Theta\Xi\Sigma$  πρὸς τὸ  $T N\Xi\Sigma$  τετράπλευρόν ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EA$  πρὸς τὸ  $\Phi\Lambda E$  τρίγωνον. ἴσου δὲ τὸ μὲν  $E\Phi\Lambda$  τρίγωνον τῷ  $A\Lambda X$ , τὸ δὲ  $T N\Xi\Sigma$   
25 τετράπλευρον τῷ  $\Xi P T O$ . ἐστὶν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $EA$  πρὸς τὸ  $A\Lambda X$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta\Xi\Sigma$  πρὸς τὸ  $\Xi O T P$  τετράπλευρον. ἐστὶ δέ, ὡς τὸ  $A X\Lambda$  τρίγωνου πρὸς τὸ ἀπὸ  $AA$ , τὸ  $\Xi P T O$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $H\Xi O$ . δι' ἴσου

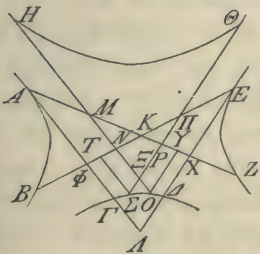
10.  $MN\Xi O$  V; corr. p. 11.  $EA$ ]  $p\epsilon\nu$ , corr. ex  $E\Theta$   
m. 1 V. 15.  $O$  ἡ  $O T$ ]  $\overline{o\eta} \overline{o\nu}$  V; corr. 2355 mg. 22.  $\Theta\Xi\Sigma$ ]  $\Theta\Sigma\Xi$  corr. ex  $\Theta\Gamma\Xi$  m. 1 V; corr. Memus.

cuntur secantes et inter se et sectiones oppositas alteras, erit, ut quadrata contingentium inter se, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectiones punctumque concursus positis ad rectangulum comprehensum rectis eodem modo sumptis.

sint oppositae coniugatae  $AB, \Gamma\Delta, EZ, H\Theta$ , centrum autem earum  $K$ , et  $A\Phi\Gamma\Delta, EX\Delta\Lambda$  sectiones  $AB, EZ$  contingentes in  $A$  concurrant, ducanturque  $AK, EK$  et producantur ad  $B, Z$ , ab  $H$  autem rectae  $AA$  parallela ducatur  $HMN\Xi O$  et a  $\Theta$  rectae  $E\Lambda$  parallela  $\Theta\Pi P\Xi\Sigma$ . dico, esse

$$EA^2 : AA^2 = \Theta\Xi \times \Xi\Sigma : H\Xi \times \Xi O.$$

per  $\Sigma$  enim ducatur  $\Sigma T$  rectae  $AA$  parallela, ab  $O$  autem  $O\Upsilon$  rectae  $E\Lambda$  parallela. iam quoniam oppo-



sitarum coniugarum  $AB, \Gamma\Delta, EZ, H\Theta$  diametrus est  $BE$ , et  $E\Lambda$  sectionem contingit, eique parallela ducta est  $\Theta\Sigma$ , erit [II, 20; I def. 5]  $\Theta\Pi = \Pi\Sigma$  et eadem de causa  $HM = MO$ . et quoniam est

$$EA^2 : E\Phi\Lambda = \Pi\Sigma^2 : \Pi T\Sigma = \Pi\Xi^2 : \Pi N\Xi$$

[Eucl. VI, 19; V, 16], erit etiam reliquum [Eucl. II, 5]

$\Theta\Xi \times \Xi\Sigma : TN\Xi\Sigma = EA^2 : \Phi\Lambda E$  [Eucl. V, 19]. est

autem [prop. IV]  $E\Phi\Lambda = A\Lambda X$  et<sup>1)</sup>

$$TN\Xi\Sigma = \Xi P T O;$$

itaque  $EA^2 : A\Lambda X = \Theta\Xi \times \Xi\Sigma : \Xi O T P$ . est autem

1) Ex prop. XV, quae tum quoque ualet, cum rectae contingentes suam quaeque sectionum oppositarum contingunt.

ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $EA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AA$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta\Xi\Sigma$   
πρὸς τὸ ὑπὸ  $H\Xi O$ .

κδ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις ἀπὸ τοῦ  
5 κέντρου διαχθῶσι πρὸς τὰς τομὰς δύο εὐθείαι, καὶ  
λέγῃται αὐτῶν ἡ μὲν πλαγία διάμετρος, ἡ δὲ ὀρθία,  
ἀχθῶσι δέ τινες παρὰ τὰς δύο διαμέτρους συμπίπτου-  
σαι ἀλλήλαις καὶ ταῖς τομαῖς, ἡ δὲ σύμπτωσις ἢ τῶν  
εὐθειῶν ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν τεσσάρων τομῶν, τὸ  
10 περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς παραλλήλου τῆ  
πλαγίᾳ μετὰ τοῦ πρὸς ὃ λόγον ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν  
τμημάτων τῆς παραλλήλου τῆ ὀρθίᾳ, ὃν το ἀπὸ τῆς  
ὀρθίᾳς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας τετράγωνον, ἴσον  
ἔσται τῷ δις ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τετραγώνῳ.

15 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$ ,  
ῶν κέντρον το  $E$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $E$  διήχθωσαν ἡ τε  
 $AE\Gamma$  πλαγία καὶ ἡ  $\Delta EB$  ὀρθία, καὶ παρὰ τὰς  $A\Gamma$ ,  
 $\Delta B$  ἤχθωσαν αἱ  $ZH\Theta IK\Lambda$ ,  $MN\Xi O\Pi P$  συμπίπτου-  
σαι ἀλλήλαις κατὰ τὸ  $\Xi$ . ἔστω δὲ πρότερον τὸ  $\Xi$   
20 ἐντὸς τῆς ὑπὸ  $\Sigma E\Phi$  γωνίας ἢ τῆς ὑπὸ  $\Upsilon ET$ . λέγω,  
ὅτι τὸ ὑπὸ  $Z\Xi\Lambda$  μετὰ τοῦ πρὸς ὃ λόγον ἔχει τὸ  
ὑπὸ  $M\Xi P$ , ὃν τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Gamma$ , ἴσον  
ἔστί τῷ δις ἀπὸ  $AE$ .

ἤχθωσαν γὰρ ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ  $\Sigma ET$ ,  
25  $\Upsilon E\Phi$ , καὶ διὰ τοῦ  $A$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ  
 $\Sigma HA\Phi$ . ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ  $\Sigma A\Phi$  ἴσον ἔστί τῷ ἀπὸ  
 $\Delta E$ , ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ  $\Sigma A\Phi$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ ,  
οὕτως τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ . τὸ δὲ ὑπὸ

1. τὸ ὑπό] τοῦ  $V$ ; corr. p. 9. ἐν]  $cv$ ,  $euan$ .  $V$ . 11. ὃ  
λόγον] ὄλον  $V$ ; corr. p. 26.  $\Sigma HA\Phi$ ]  $AH\Sigma\Phi$   $V$ ; corr. p  
( $\Phi AH\Sigma$ ).

[eodem modo]  $AXA : AA^2 = \Xi PTO : H\Xi \times \Xi O$ . ergo  
ex aequo [Eucl. V, 22]

$$EA^2 : AA^2 = \Theta \Xi \times \Xi \Sigma : H\Xi \times \Xi O.$$

XXIV.

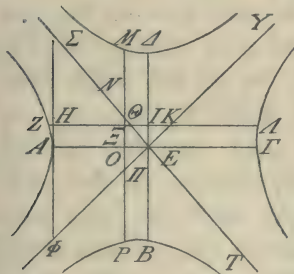
Si in oppositis coniugatis a centro ad sectiones  
duae rectae ducuntur, et altera earum diametrus trans-  
uersa, altera recta sumitur, duabus autem diametris  
illis parallelae rectae quaedam ducuntur et inter se  
et cum sectionibus concurrentes, et punctum concu-  
rsus in spatio inter quattuor sectiones posito est,  
rectangulum comprehensum partibus rectae diametro  
transuersae parallelae cum spatio, ad quod rectangulum  
comprehensum partibus rectae diametro rectae par-  
allelae rationem habet, quam quadratum diametri  
rectae ad quadratum transuersae, aequale erit duplo  
quadrato dimidiae diametri transuersae.

sint  $A, B, \Gamma, \Delta$  oppositae coniugatae, quarum  
centrum sit  $E$ , et ab  $E$  ducatur  $AEG$  diametrus

transuersa et  $\Delta EB$  recta,  
rectisque  $A\Gamma, \Delta B$  par-  
allelae ducantur  $ZH\Theta IKA$ ,  
 $MN\Xi O\Pi P$  in  $\Xi$  inter se  
concurrentes;  $\Xi$  autem prius  
intra angulum  $\Sigma E\Phi$  uel  
 $\Upsilon ET$  positum sit. dico,  
 $Z\Xi \times \Xi A$  cum spatio, ad  
quod  $M\Xi \times \Xi P$  rationem

habet, quam  $\Delta B^2 : A\Gamma^2$ , aequale esse spatio  $2AE^2$ .

ducantur enim  $\Sigma ET, \Upsilon E\Phi$  asymptotae sectionum, et



In hac propositione duas tantum figuras habet V.



$\Sigma A \Phi$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A E$  λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον  
ἐκ τε τοῦ τῆς  $\Sigma A$  πρὸς  $A E$  καὶ τοῦ τῆς  $\Phi A$  πρὸς  
 $A E$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $\Sigma A$  πρὸς  $A E$ , ἡ  $N \Xi$  πρὸς  $\Xi \Theta$ ,  
ὡς δὲ ἡ  $\Phi A$  πρὸς  $A E$ , ἡ  $\Pi \Xi$  πρὸς  $\Xi K$ . ὁ ἄρα  
5 τοῦ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A E$  λόγος σύγκειται ἐκ τε  
τοῦ τῆς  $N \Xi$  πρὸς  $\Xi \Theta$  καὶ τοῦ τῆς  $\Pi \Xi$  πρὸς  $\Xi K$ .  
σύγκειται δὲ ἐκ τῶν αὐτῶν ὁ τοῦ ὑπὸ  $\Pi \Xi N$  πρὸς τὸ  
ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A E$ , τὸ  
ὑπὸ  $\Pi \Xi N$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$   
10 πρὸς τὸ ἀπὸ  $A E$ , τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  μετὰ τοῦ ὑπὸ  $\Pi \Xi N$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $A E$  μετὰ τοῦ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ . ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπο  
 $\Delta E$  τῷ ὑπὸ  $\Pi M N$ , τουτέστι τῷ ὑπὸ  $P N M$ , τὸ δὲ ἀπὸ  
 $A E$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $K Z \Theta$ , τουτέστι τῷ ὑπὸ  $A \Theta Z$ .  
ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $E A$ , τὸ ὑπὸ  $\Pi \Xi N$   
15 μετὰ τοῦ ὑπὸ  $P N M$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$  μετὰ τοῦ  
ὑπὸ  $A \Theta Z$ . ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $\Pi \Xi N$  μετὰ τοῦ ὑπὸ  
 $P N M$  τῷ ὑπὸ  $P \Xi M$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ  
ἀπὸ  $E A$ , τὸ ὑπὸ  $P \Xi M$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$  μετὰ τοῦ  
ὑπὸ  $K Z \Theta$ . δεικτέον οὖν, ὅτι τὸ ὑπὸ  $Z \Xi A$  μετὰ τοῦ  
20 ὑπὸ  $K \Xi \Theta$  καὶ τοῦ ὑπὸ  $K Z \Theta$  ἴσον ἐστὶ τῷ δις ἀπὸ  
 $E A$ . κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ἀπὸ  $A E$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  
 $K Z \Theta$ . λοιπὸν ἄρα δεικτέον, ὅτι τὸ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$  μετὰ  
τοῦ ὑπὸ  $A \Xi Z$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $A E$ . ἐστὶ δέ· τὸ  
γὰρ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$  μετὰ τοῦ ὑπὸ  $A \Xi Z$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  
25  $A \Theta Z$ , τουτέστι τῷ ὑπὸ  $K Z \Theta$ , τουτέστι τῷ ἀπὸ  $A E$ .  
συμπιπτεύωσαν δὴ αἱ  $Z A$ ,  $M P$  ἐπὶ μιᾶς τῶν  
ἀσυμπιπτώτων κατὰ τὸ  $\Theta$ . ἴσον δὴ ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $Z \Theta A$   
τῷ ἀπὸ  $A E$  καὶ τὸ ὑπὸ  $M \Theta P$  τῷ ἀπὸ  $\Delta E$ . ἐστὶν

13.  $A \Theta Z$ ]  $A \Theta \Xi V$ ; corr. Memus. 16.  $A \Theta Z$ ]  $A \Theta \Xi V$ ;  
corr. Memus. 17.  $P N M$ ]  $P M N V$ ; corr. p (τῶν  $P N$ ,  $N M$ ).  
25.  $A \Theta Z$ ]  $A Z \Theta V$ ; corr. Memus.

per  $A$  sectionem contingens  $\Sigma HA\Phi$ . iam quoniam est  $\Sigma A \times A\Phi = \Delta E^2$  [I, 56; II, 1], erit [Eucl. V, 7]  $\Sigma A \times A\Phi : EA^2 = \Delta E^2 : EA^2$ . est autem

$$\Sigma A \times A\Phi : AE^2 = (\Sigma A : AE) \times (\Phi A : AE).$$

uerum  $\Sigma A : AE = N\Xi : \Xi\Theta$ ,  $\Phi A : AE = \Pi\Xi : \Xi K$  [Eucl. VI, 4]; itaque

$$\Delta E^2 : AE^2 = (N\Xi : \Xi\Theta) \times (\Pi\Xi : \Xi K)$$

$$= \Pi\Xi \times \Xi N : K\Xi \times \Xi\Theta$$

$$= \Delta E^2 + \Pi\Xi \times \Xi N : AE^2 + K\Xi \times \Xi\Theta$$
 [Eucl. V, 12].

est autem  $\Delta E^2 = \Pi M \times MN$  [II, 11] =  $PN \times NM$  [II, 16], et [eodem modo]

$$AE^2 = KZ \times Z\Theta = \Lambda\Theta \times \Theta Z;$$

erit igitur

$$\Delta E^2 : EA^2$$

$$= \Pi\Xi \times \Xi N + PN \times NM : K\Xi \times \Xi\Theta + \Lambda\Theta \times \Theta Z.$$

est autem  $\Pi\Xi \times \Xi N + PN \times NM = P\Xi \times \Xi M$  [u. Pappi lemma V, 2]; itaque

$$\Delta E^2 : EA^2 = P\Xi \times \Xi M : K\Xi \times \Xi\Theta + KZ \times Z\Theta.$$

demonstrandum igitur, esse

$$Z\Xi \times \Xi A + K\Xi \times \Xi\Theta + KZ \times Z\Theta = 2EA^2.$$

auferatur, quod commune est,  $AE^2 = KZ \times Z\Theta$ .

itaque reliquum est, ut demonstremus, esse

$$K\Xi \times \Xi\Theta + \Lambda\Xi \times \Xi Z = AE^2.$$

et est; nam

$$K\Xi \times \Xi\Theta + \Lambda\Xi \times \Xi Z = \Lambda\Theta \times \Theta Z$$

$$= KZ \times Z\Theta$$
 [u. Pappi lemma V, 1] =  $AE^2$ .

iam uero  $Z\Lambda$ ,  $MP$  in altera asymptotarum concurrant in  $\Theta$ . itaque  $Z\Theta \times \Theta\Lambda = AE^2$  et

$$M\Theta \times \Theta P = \Delta E^2$$
 [II, 11, 16];

itaque  $\Delta E^2 : EA^2 = M\Theta \times \Theta P : Z\Theta \times \Theta\Lambda$ . uolumus igitur, esse  $2Z\Theta \times \Theta\Lambda = 2AE^2$ . et est.

ἄρα, ὡς το ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ , τὸ ὑπὸ  $M\Theta P$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $Z\Theta A$ . ὥστε τὸ δις ὑπὸ  $Z\Theta A$  ἴσον ζητοῦμεν τῷ δις ἀπὸ  $AE$ . ἔστι δέ.

ἔστω δὲ τὸ  $\Xi$  ἐντὸς τῆς ὑπο  $\Sigma EK$  γωνίας ἢ τῆς  
 5 ὑπο  $\Phi ET$ . ἔσται δὴ ὁμοίως διὰ τὴν συναφήν τῶν λόγων, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ , τὸ ὑπὸ  $\Pi \Xi N$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ . τῷ δὲ ἀπὸ  $\Delta E$  ἴσον ἔστι τὸ ὑπὸ  $\Pi MN$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $PNM$ , τῷ δὲ ἀπο  $AE$  ἴσον ἔστι τὸ ὑπὸ  $A\Theta Z$ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ὑπο  
 10  $PNM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta Z$ , οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπο  $\Pi \Xi N$  πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ . καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  $P \Xi M$  πρὸς λοιπὴν τὴν ὑπεροχὴν, ἢ ὑπερέχει το ἀπο  $AE$  τοῦ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ . δεικτέον ἄρα, ὅτι το ὑπὸ  $Z \Xi A$  προσλαβὸν τὴν ὑπεροχὴν, ἢ ὑπερ-  
 15 ἔχει τὸ ἀπὸ  $AE$  τοῦ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ , ἴσον ἔστι τῷ δις ἀπὸ  $AE$ . κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ἀπὸ  $AE$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $Z\Theta A$ . λοιπὸν ἄρα δεικτέον, ὅτι τὸ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$  μετα τῆς ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει τὸ ἀπὸ  $AE$  τοῦ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ , ἴσον ἔστι τῷ ἀπὸ  $AE$ . ἔστι δέ· τὸ γὰρ ἔλασσον το  
 20 ὑπὸ  $K \Xi \Theta$  προσλαβὸν τὴν ὑπεροχὴν ἴσον ἔστι τῷ μείζονι τῷ ἀπὸ  $AE$ .

κέ'.

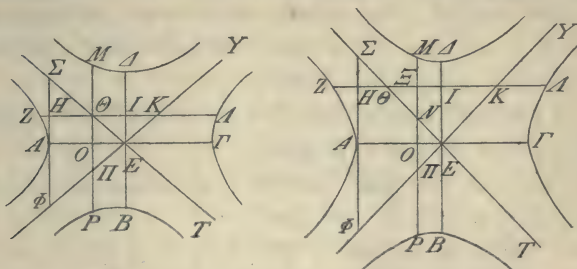
Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω ἡ σύμπτωσις τῶν παραλλήλων ταῖς  $AG$ ,  $BA$  ἐντὸς μιᾶς τῶν  $A$ ,  $B$  το-  
 25 μῶν, ὡς ὑπόκειται, κατὰ τὸ  $\Xi$ .

λέγω, ὅτι τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς παραλλήλου τῆς πλαγίας, τουτέστι τὸ ὑπὸ  $O \Xi N$ , τοῦ πρὸς ὃ λόγον ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τμημά-

8. τό] (pr.) τῷ V; corr. p.  $A\Theta Z$ ]  $\Theta AZ$  V; corr. Memus.

9. τό] (pr.) c, τῷ Vp. 10. 13. Post  $K \Xi \Theta$  add. ἔστιν ὡς

iam uero  $\Xi$  intra angulum  $\Sigma EK$  uel  $\Phi ET$  positum sit. itaque eodem modo propter compositionem rationum erit  $\Delta E^2 : EA^2 = \Pi \Xi \times \Xi N : K \Xi \times \Xi \Theta$ .



est autem  $\Pi M \times MN = \Delta E^2$  [II, 11] =  $PN \times NM$  [II, 16], et  $\Lambda \Theta \times \Theta Z = AE^2$  [II, 11, 16]. itaque est  $PN \times NM : \Lambda \Theta \times \Theta Z = \Pi \Xi \times \Xi N : K \Xi \times \Xi \Theta$ . quare etiam reliquum [u. Pappi lemma V, 1]

$$P \Xi \times \Xi M : AE^2 \div K \Xi \times \Xi \Theta = \Delta E^2 : EA^2$$

[Eucl. V, 19]. demonstrandum igitur, esse

$$Z \Xi \times \Xi \Lambda + (AE^2 \div K \Xi \times \Xi \Theta) = 2 AE^2.$$

auferatur, quod commune est,  $AE^2 = Z \Theta \times \Theta \Lambda$ . itaque reliquum est, ut demonstremus, esse [u. Pappi lemma V, 2]  $K \Xi \times \Xi \Theta + (AE^2 \div K \Xi \times \Xi \Theta) = AE^2$ . et est; nam  $K \Xi \times \Xi \Theta + AE^2 \div K \Xi \times \Xi \Theta = AE^2$ .

XXV.

Iisdem suppositis punctum concursus rectarum rectis  $AG, BA$  parallelarum intra alterutram sectionum  $A, B$  positum sit, sicut infra descriptum est, in  $\Xi$ .

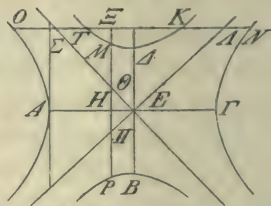
dico, rectangulum comprehensum partibus rectae diametro transuersae parallelae, hoc est  $O \Xi \times \Xi N$ ,

$\tau\omicron$  ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$  Halley praeunte Commandino.  
18.  $\tau\omicron\upsilon\tilde{\nu}$  — 19.  $AE$ ] bis V; corr. p.c.



των τῆς παραλλήλου τῆ ὀρθία, τουτέστι τὸ ὑπὸ  $PΞM$ ,  
ὄν τὸ ἀπὸ τῆς ὀρθίας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας, μείζον  
ἔσται τῷ δις ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τετραγώνῳ.

διὰ γὰρ τὰ αὐτὰ ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ  
5 ἀπὸ  $EA$ , τὸ ὑπὸ  $\PiΞ\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\SigmaΞA$ . ἴσον δὲ  
τὸ μὲν ἀπὸ  $\Delta E$  τῷ ὑπὸ  $\Pi M\Theta$ ,  
τὸ δὲ ἀπὸ  $AE$  τῷ ὑπὸ  $\Lambda O\Sigma$ .  
καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $AE$ , τὸ ὑπὸ  $\Pi M\Theta$   
10 πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Lambda O\Sigma$ . καὶ ἐπεὶ  
ἔστιν, ὡς ὅλον τὸ ὑπὸ  $\PiΞ\Theta$   
πρὸς ὅλον τὸ ὑπὸ  $\Lambda Ξ \Sigma$ ,  
οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ  $\Pi M\Theta$  πρὸς ἀφαιρεθὲν  
το ὑπὸ  $\Lambda O\Sigma$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $\Sigma T A$ , καὶ λοιπὸν  
15 ἄρα τὸ ὑπὸ  $PΞM$  πρὸς λοιπὸν τὸ ὑπὸ  $TΞK$  ἔστιν,  
ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$ . δεικτέον ἄρα, ὅτι  
τὸ ὑπὸ  $OΞN$  τοῦ ὑπὸ  $TΞK$  μείζον ἔστι τῷ δις ἀπὸ  
 $AE$ . κοινὸν ἀφηρησθῶ τὸ ὑπὸ  $TΞK$ . λοιπὸν ἄρα  
δεικτέον, ὅτι τὸ ὑπὸ  $OTN$  ἴσον ἔστι τῷ δις ἀπὸ  $AE$ .  
20 ἔστι δέ.



κς'.

Ἐὰν δὲ ἡ κατὰ τὸ  $\Xi$  σύμπτωσης τῶν παραλλήλων ἐντὸς  
ἢ μιᾶς τῶν  $A, \Gamma$  τομῶν, ὡς ὑπόκειται, τὸ περιεχόμενον  
ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς παραλλήλου τῆ πλαγία, τουτ-  
25 ἔστι τὸ ὑπὸ  $\Lambda Ξ Z$ , τοῦ πρὸς ὃ λόγον ἔχει τὸ ὑπὸ τῆς  
ἐτέρας τῶν τμημάτων, τουτέστι τὸ ὑπὸ  $PΞH$ , ὄν τὸ  
ἀπὸ τῆς ὀρθίας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας, ἔλασσον  
ἔσται τῷ δις ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τετραγώνῳ.

ἐπεὶ γὰρ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερόν ἐστιν, ὡς τὸ

6. ὑπό] bis V; corr. pc. 7. τό] τῷ V; corr. p.  $\Lambda O\Sigma$   
c, corr. ex  $\Lambda O, O\Sigma$  m. 1 V. 14.  $\Sigma T A$ ]  $N\Sigma O$  V; corr. Halley.

spatio, ad quod rectangulum comprehensum partibus rectae diametro rectae parallelae, hoc est  $P\Xi \times \Xi M$ , rationem habet, quam quadratum diametri rectae ad quadratum transuersae, maius erit duplo quadrato dimidiae diametri transuersae.

eadem enim de causa est

$$\Delta E^2 : EA^2 = \Pi\Xi \times \Xi\Theta : \Sigma\Xi \times \Xi A.$$

est autem [II, 11]  $\Delta E^2 = \Pi M \times M\Theta$ ,  $AE^2 = AO \times O\Sigma$ .  
quare etiam  $\Delta E^2 : AE^2 = \Pi M \times M\Theta : AO \times O\Sigma$ .  
et quoniam est

$$\begin{aligned} \Pi\Xi \times \Theta\Xi : \Lambda\Xi \times \Xi\Sigma &= \Pi M \times M\Theta : \Lambda O \times O\Sigma \\ &= \Pi M \times M\Theta : \Sigma T \times T\Lambda \text{ [II, 22]}, \end{aligned}$$

erit etiam reliquum [II, 16; Pappi lemma IV]

$$\begin{aligned} P\Xi \times \Xi M : T\Xi \times \Xi K \text{ [u. Pappi lemma V, 2 et II, 8]} \\ = \Delta E^2 : AE^2 \text{ [Eucl. V, 19]}. \end{aligned}$$

demonstrandum igitur, esse

$$O\Xi \times \Xi N = T\Xi \times \Xi K + 2AE^2.$$

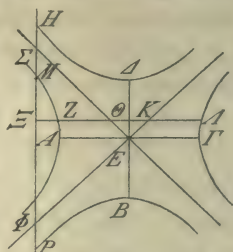
auferatur, quod commune est,  $T\Xi \times \Xi K$ ; reliquum igitur est, ut demonstremus, esse  $OT \times TN = 2AE^2$  [II, 8, 16 et Pappi lemma V, 2]. et est [II, 23].

### XXVI.

Sin punctum concursus parallelarum  $\Xi$  intra alteram sectionum  $A, \Gamma$  positum est, sicut infra descriptum est, rectangulum comprehensum partibus rectae diametro transuersae parallelae, hoc est  $\Lambda\Xi \times \Xi Z$ , spatio, ad quod rectangulum comprehensum partibus alterius, hoc est  $P\Xi \times \Xi H$ , rationem habet, quam quadratum diametri rectae ad quadratum transuersae, minus erit duplo quadrato dimidiae diametri transuersae.

nam quoniam eadem de causa, qua antea, est

ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπο  $EA$ , τὸ ὑπὸ  $\Phi \Xi \Sigma$  πρὸς τὸ  
 ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ , καὶ ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ  $P \Xi H$  λόγον ἔχει τὸν  
 τοῦ ἀπὸ τῆς ὀρθίας πρὸς τὸ ἀπὸ  
 τῆς πλαγίας πρὸς τὸ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$   
 5 μετὰ τοῦ ἀπὸ  $AE$ . δεικτέον ἄρα,  
 ὅτι τὸ ὑπὸ  $\Lambda \Xi Z$  τοῦ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$   
 μετὰ τοῦ ἀπὸ  $AE$  ἔλασσόν ἐστι  
 τῷ δις ἀπὸ  $AE$ .



κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ἀπὸ  $AE$ .  
 10 λοιπὸν ἄρα δεικτέον, ὅτι τὸ ὑπὸ  
 $\Lambda \Xi Z$  τοῦ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$  ἔλασσόν ἐστι τῷ ἀπὸ  $AE$ , τουτ-  
 ἔστι τῷ ὑπὸ  $\Lambda \Theta Z$ . ἔστι δέ· τὸ γὰρ ὑπὸ  $\Lambda \Theta Z$  μετὰ τοῦ  
 ὑπὸ  $\Lambda \Xi Z$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ .

κζ'.

15 Ἐὰν ἑλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας συζυγεῖς διά-  
 μετροὶ ἀχθῶσι, καὶ λέγηται αὐτῶν ἢ μὲν ὀρθία, ἢ δὲ  
 πλαγία, καὶ παρ' αὐτὰς ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι συμ-  
 πίπτουσαι ἀλλήλαις καὶ τῇ γραμμῇ, τὰ ἀπὸ τῶν ἀπο-  
 λαμβανομένων εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν  
 20 πλαγίαν ἠγμένης μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν  
 καὶ τῆς γραμμῆς τετράγωνα προσλαβόντα τὰ ἀπὸ τῶν  
 ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν  
 ὀρθίαν ἠγμένης μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν  
 καὶ τῆς γραμμῆς ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα εἶδη  
 25 τῷ ὑποκειμένῳ εἶδει πρὸς τῇ ὀρθίᾳ διαμέτρῳ ἴσα ἔσται  
 τῷ ἀπὸ τῆς πλαγίας διαμέτρου τετραγώνῳ.

ἔστω γὰρ ἑλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἢ  $AB\Gamma\Delta$ ,  
 ἧς κέντρον τὸ  $E$ , καὶ ἤχθωσαν αὐτῆς δύο συζυγεῖς

3. τοῦ ἀπό] ἀπὸ τοῦ V; corr. p. 6.  $\Lambda \Xi Z$ ] c, corr. ex  
 $\Lambda \Xi \Theta$  m. 1 V. 11. τῷ] pc, mutat. in τοῦ m. 1 V; τοῦ v.  
 25. διαμέτρῳ] μέτρῳ V; corr. p.

$\Delta E^2 : EA^2 = \Phi \Xi \times \Xi \Sigma : K \Xi \times \Xi \Theta$ , erit etiam totum  
[u. Pappi lemma V, 2, coll. II, 11, 16]

$P \Xi \times \Xi H : K \Xi \times \Xi \Theta + AE^2 = \Delta E^2 : EA^2$  [Eucl. V, 12].  
demonstrandum igitur, esse

$$A \Xi \times \Xi Z + 2 AE^2 = K \Xi \times \Xi \Theta + AE^2.$$

auferatur, quod commune est,  $AE^2$ ; itaque reliquum est, ut demonstremus, esse

$$A \Xi \times \Xi Z + AE^2 = K \Xi \times \Xi \Theta,$$

hoc est [II, 11, 16]  $A \Xi \times \Xi Z = K \Xi \times \Xi \Theta \div A \Theta \times \Theta Z$ .  
et est; nam  $A \Theta \times \Theta Z + A \Xi \times \Xi Z = K \Xi \times \Xi \Theta$   
[u. Pappi lemma IV, coll. II, 16].

### XXVII.

Si ellipsis uel ambitus circuli diametri coniugatae ducuntur, et altera earum diametrus recta sumitur, altera transuersa, iisque parallelae duae rectae ducuntur inter se et cum linea concurrentes, quadrata rectarum in recta diametro transuersae parallela ducta inter punctum concursus rectarum lineamque abscisarum adsumptis figuris descriptis in rectis in recta diametro rectae parallela ducta inter punctum concursus rectarum lineamque abscisis, quae figurae similes similiterque descriptae sunt figurae ad diametrum rectam suppositae, aequalia erunt quadrato diametri transuersae.

sit enim ellipsis uel ambitus circuli  $AB\Gamma\Delta$ , cuius centrum sit  $E$ , et ducantur duae eius diametri coniugatae, recta  $A E \Gamma$ , transuersa autem  $B E \Delta$ , rectisque  $A \Gamma$ ,  $B \Delta$  parallelae ducantur  $N Z H \Theta$ ,  $K Z \Lambda M$ . dico,  $N Z^2 + Z \Theta^2$  adsumptis figuris in  $K Z$ ,  $Z M$  similibus



διάμετροι, ὀρθία μὲν ἡ  $ΑΕΓ$ , πλαγία δὲ ἡ  $ΒΕΔ$ , καὶ  
 παρὰ τὰς  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  ἤχθωσαν αἱ  $ΝΖΗΘ$ ,  $ΚΖΛΜ$ .  
 λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν  $ΝΖ$ ,  $ΖΘ$  τετράγωνα προσλαβόντα  
 τὰ ἀπὸ τῶν  $ΚΖ$ ,  $ΖΜ$  εἶδη ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγε-  
 5 γραμμένα τῷ πρὸς τῆ  $ΑΓ$  εἶδει ἴσα ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς  
 $ΒΔ$  τετραγώνῳ.

ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $Ν$  παρὰ τὴν  $ΑΕ$  ἡ  $ΝΞ$ . τεταγμέ-  
 νως ἄρα κατῆκται ἐπὶ τὴν  $ΒΔ$ . καὶ ἔστω ὀρθία ἡ  $ΒΠ$ .  
 ἐπεὶ οὖν ἔστιν, ὡς ἡ  $ΒΠ$  πρὸς  $ΑΓ$ , ἡ  $ΑΓ$  πρὸς  $ΒΔ$ ,  
 10 καὶ ὡς ἄρα ἡ  $ΒΠ$  πρὸς  $ΒΔ$ , τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $ΒΔ$ . τὸ δὲ ἀπὸ  $ΒΔ$  ἴσον ἐστὶ τῷ πρὸς τῆ  
 $ΑΓ$  εἶδει· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $ΒΠ$  πρὸς  $ΒΔ$ , τὸ ἀπὸ  
 $ΑΓ$  τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  εἶδος. ὡς δὲ τὸ  
 15 ἀπὸ  $ΝΞ$  τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΞ$  εἶδος ὅμοιον  
 τῷ πρὸς τῆ  $ΑΓ$  εἶδει· καὶ ὡς ἄρα ἡ  $ΠΒ$  πρὸς  $ΒΔ$ ,  
 τὸ ἀπὸ  $ΝΞ$  τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΞ$  εἶδος  
 ὅμοιον τῷ πρὸς τῆ  $ΑΓ$  εἶδει. ἔστι δὲ καί, ὡς ἡ  
 $ΠΒ$  πρὸς  $ΒΔ$ , τὸ ἀπὸ  $ΝΞ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΒΞΔ$ . ἴσον  
 20 ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $ΝΞ$  εἶδος, τουτέστι τὸ ἀπὸ  $ΖΛ$ ,  
 ὅμοιον τῷ πρὸς τῆ  $ΑΓ$  εἶδει, τῷ ὑπὸ  $ΒΞΔ$ . ὁμοίως  
 δὴ δείξομεν, ὅτι τὸ ἀπὸ  $ΚΑ$  εἶδος ὅμοιον τῷ πρὸς  
 τῆ  $ΑΓ$  εἶδει ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΒΑΔ$ . καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα  
 ἡ  $ΝΘ$  τέμνεται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ  $Η$ , εἰς δὲ ἄνισα  
 25 κατὰ τὸ  $Ζ$ , τὰ ἀπὸ τῶν  $ΘΖ$ ,  $ΖΝ$  τετράγωνα διπλάσια  
 εἰσι τῶν ἀπὸ  $ΘΗ$ ,  $ΗΖ$ , τουτέστι τῶν ἀπὸ  $ΝΗ$ ,  $ΗΖ$ .  
 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ ἀπὸ  $ΜΖ$ ,  $ΖΚ$  τετράγωνα δι-  
 πλάσια ἔστι τῶν ἀπὸ  $ΚΑΖ$  τετραγώνων, καὶ τὰ ἀπὸ

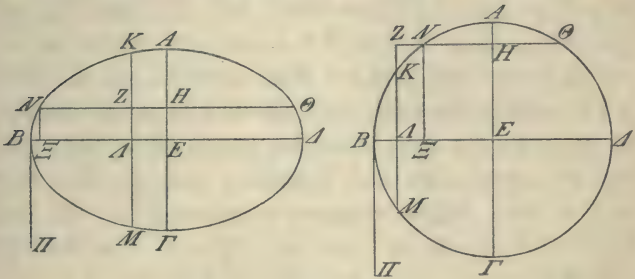
3.  $ΝΖ$ ]  $p$ , corr. ex  $ΝΞ$  m. 1 V. 13. τό] (pr.) om. V;  
 corr. p. 17.  $ΝΞ$ ] (alt.)  $pc$ , corr. ex  $ΝΖ$  m. 1 V. 26. τῶν]  
 (pr.)  $pc$ , corr. ex τῷ m. 1 V.

similiterque descriptis figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae esse  $= B\Delta^2$ .

ducatur ab  $N$  rectae  $AE$  parallela  $N\Xi$ ; ea igitur ad  $B\Delta$  ordinate ducta est [I def. 6]. et latus rectum sit  $B\Pi$ . iam quoniam est [I def. alt. 3]

$$B\Pi : A\Gamma = A\Gamma : B\Delta,$$

erit etiam  $B\Pi : B\Delta = A\Gamma^2 : B\Delta^2$  [Eucl. V def. 9]. uerum  $B\Delta^2$  figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae aequale est [I, 15]. itaque ut  $B\Pi : B\Delta$ , ita  $A\Gamma^2$  ad figuram



ad  $A\Gamma$  adplicatam. uerum ut  $A\Gamma^2$  ad figuram ad  $A\Gamma$  adplicatam, ita  $N\Xi^2$  ad figuram ad  $N\Xi$  adplicatam figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae similem [Eucl. VI, 22]. quare etiam, ut  $\Pi B : B\Delta$ , ita  $N\Xi^2$  ad figuram ad  $N\Xi$  adplicatam figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae similem. uerum etiam [I, 21]  $\Pi B : B\Delta = N\Xi^2 : B\Xi \times \Xi\Delta$ . itaque [Eucl. V, 9] figura ad  $N\Xi$ , hoc est [Eucl. I, 34] ad  $Z\Delta$ , adplicata figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae similis aequalis est rectangulo  $B\Xi \times \Xi\Delta$ . iam similiter demonstrabimus, figuram ad  $K\Delta$  adplicatam figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae similem aequalem esse rectangulo  $B\Delta \times \Delta\Delta$ . et quoniam recta  $N\Theta$  in  $H$  in partes aequales [I def. 6], in  $Z$  autem in inaequales secta est,

$MZK$  εἶδη ὅμοια τῷ πρὸς τῇ  $ΑΓ$  εἶδει διπλάσιά ἐστι  
 τῶν ἀπὸ  $KAZ$  ὁμοίων εἰδῶν. ἴσα δὲ ἐστὶ τὰ μὲν  
 ἀπὸ  $KAZ$  εἶδη τοῖς ὑπὸ  $BΞΔ, ΒΛΔ$ , τὰ δὲ ἀπὸ  $NHZ$   
 τετράγωνα τοῖς ἀπὸ  $ΞΕΑ$ . τὰ ἄρα ἀπὸ  $NZΘ$  τετρά-  
 5 γωνα μετὰ τῶν ἀπὸ  $KZM$  εἰδῶν ὁμοίων τῷ πρὸς τῇ  
 $ΑΓ$  εἶδει διπλάσιά ἐστι τῶν ὑπὸ  $BΞΔ, ΒΛΔ$  καὶ  
 τῶν ἀπὸ  $ΞΕΑ$ . καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ  $ΒΔ$  τέτμηται εἰς  
 μὲν ἴσα κατὰ τὸ  $E$ , εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ  $Ξ$ , τὸ ὑπὸ  
 $BΞΔ$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ΞΕ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $ΒΕ$ . ὁμοίως  
 10 δὲ καὶ τὸ ὑπὸ  $ΒΛΔ$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ΛΕ$  ἴσον ἐστὶ τῷ  
 ἀπὸ  $ΒΕ$ . ὥστε τὰ ὑπὸ  $BΞΔ$  καὶ ὑπὸ  $ΒΛΔ$  καὶ τὰ  
 ἀπὸ  $ΞΕ, ΛΕ$  ἴσα ἐστὶ τῷ δις ἀπὸ  $ΒΕ$ . τὰ ἄρα ἀπὸ  
 $NZΘ$  τετράγωνα μετὰ τῶν ἀπὸ  $KZM$  εἰδῶν ὁμοίων  
 τῷ πρὸς τῇ  $ΓΑ$  εἶδει διπλάσιά ἐστι τοῦ δις ἀπὸ  $ΒΕ$ .  
 15 ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ  $ΒΔ$  διπλάσιον τοῦ δις ἀπὸ  $ΒΕ$ .  
 τὰ ἄρα ἀπὸ  $NZΘ$  τετράγωνα προσλαβόντα τὰ ἀπὸ  
 $KZM$  εἶδη ὅμοια τῷ πρὸς τῇ  $ΑΓ$  εἶδει ἴσα ἐστὶ τῷ  
 ἀπὸ  $ΒΔ$ .

κη'.

20 Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις συζυγεῖς  
 διάμετροι ἀχθῶσι, καὶ λέγηται αὐτῶν ἡ μὲν ὀρθία,  
 ἡ δὲ πλαγία, ἀχθῶσι δὲ παρ' αὐτάς δύο εὐθεῖαι συμ-  
 πίπτουσαι ἀλλήλαις καὶ ταῖς τομαῖς, τὰ ἀπὸ τῶν λαμ-  
 βανομένων εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν ὀρθίαν  
 25 ἡγμένης μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν καὶ τῶν  
 τομῶν τετράγωνα πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων  
 εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν πλαγίαν ἡγμένης  
 μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν καὶ τῶν τομῶν

9. μετά] *pc*, *μ e corr. m. 1 V.* 10. δέ] *δὴ Halley.* 23.  
 ἀπολαμβανομένων *Halley.* 26. τά] *τό V; corr. p.* 27. ἡγ-  
 μένης] *τῆς ἡγμένης V; corr. p.*

erit [Eucl. II, 9]

$\Theta Z^2 + ZN^2 = 2(\Theta H^2 + HZ^2) = 2(NH^2 + HZ^2)$ .  
eadem de causa erit etiam

$$MZ^2 + ZK^2 = 2(KA^2 + AZ^2),$$

et figurae in  $MZ$ ,  $ZK$  descriptae figurae in  $A\Gamma$  descriptae similes duplo maiores sunt figuris in  $KA$ ,  $AZ$  similibus descriptis [Eucl. VI, 22]. uerum figurae in  $KA$ ,  $AZ$  descriptae rectangulis  $B\Xi \times \Xi A$ ,  $BA \times AA$  aequales sunt, et  $NH^2 + HZ^2 = \Xi E^2 + EA^2$  [Eucl. I, 34]; itaque  $NZ^2 + Z\Theta^2$  cum figuris in  $KZ$ ,  $ZM$  figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae similibus descriptis duplo maiora sunt quam  $B\Xi \times \Xi A + BA \times AA + \Xi E^2 + EA^2$ . et quoniam recta  $BA$  in  $E$  in partes aequales, in  $\Xi$  autem in partes inaequales secta est, erit [Eucl. II, 5]  $B\Xi \times \Xi A + \Xi E^2 = BE^2$ . et eodem modo

$$BA \times AA + AE^2 = BE^2.$$

quare erit

$B\Xi \times \Xi A + BA \times AA + \Xi E^2 + AE^2 = 2BE^2$ .  
itaque  $NZ^2 + Z\Theta^2$  cum figuris in  $KZ$ ,  $ZM$  figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae similibus descriptis aequalia sunt  $4BE^2$ . uerum etiam  $BA^2 = 4BE^2$ . itaque  $NZ^2 + Z\Theta^2$  adsumptis figuris in  $KZ$ ,  $ZM$  figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae similibus descriptis quadrato  $BA^2$  aequalia sunt.

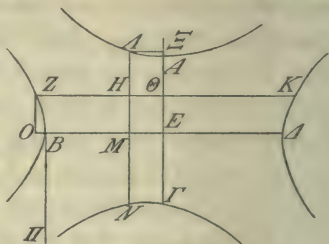
### XXVIII.

Si in oppositis coniugatis diametri coniugatae ducuntur, et altera earum diametrus recta sumitur, altera transuersa, iisque parallelae duae rectae ducuntur inter se et cum sectionibus concurrentes, quadrata rectarum in recta diametro rectae parallela ducta inter punctum concursus rectarum sectionesque sumptarum ad qua-



τετράγωνα λόγον ἔχουσιν, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ὀρθίας τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας τετράγωνον.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$ ,  
 διάμετροι δὲ αὐτῶν ὀρθία μὲν ἢ  $AE\Gamma$ , πλαγία δὲ ἢ  
 5  $BE\Delta$ , καὶ παρ' αὐτὰς ἤχθωσαν αἱ  $ZH\Theta K, \Lambda HMN$   
 τέμνουσαι ἀλλήλας καὶ  
 τὰς τομάς. λέγω, ὅτι τὰ  
 ἀπὸ τῶν  $\Lambda HN$  τετρά-  
 γωνα πρὸς τὰ ἀπὸ  $ZHK$   
 10 λόγον ἔχει, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς  
 $AG$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $BD$ .



ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ  
 τῶν  $Z, \Lambda$  τεταγμένως αἱ  
 $A\Xi, ZO$  παράλληλοι ἄρα εἰσὶ ταῖς  $AG, BD$ . ἀπὸ  
 15 δὲ τοῦ  $B$  ἤχθω ἡ ὀρθία τῆς  $BD$  ἢ  $B\Pi$ · φανερὸν  
 δὴ, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ  $\Pi B$  πρὸς  $BD$ , τὸ ἀπὸ  $AG$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $BD$  καὶ τὸ ἀπὸ  $AE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EB$  καὶ  
 τὸ ἀπὸ  $ZO$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BO\Delta$  καὶ τὸ ὑπὸ  $\Gamma\Xi A$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Xi$ . ἐστὶν ἄρα, ὡς ἐν τῶν ἠγουμένων  
 20 πρὸς ἐν τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἠγούμενα  
 πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $AG$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $BD$ , τὸ ὑπὸ  $\Gamma\Xi A$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $AE$  καὶ τοῦ  
 ἀπὸ  $OZ$ , τουτέστι τοῦ ἀπὸ  $E\Theta$ , πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta OB$   
 μετὰ τοῦ ἀπὸ  $BE$  καὶ τοῦ ἀπὸ  $A\Xi$ , τουτέστι τοῦ ἀπὸ  
 25  $ME$ . ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ  $\Gamma\Xi A$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $AE$  ἴσον  
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $\Xi E$ , τὸ δὲ ὑπὸ  $\Delta OB$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $BE$   
 ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $OE$ · ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $AG$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $BD$ , τὰ ἀπὸ  $\Xi E\Theta$  πρὸς τὰ ἀπὸ  $OEM$ , τουτέστι  
 τὰ ἀπὸ  $\Lambda MH$  πρὸς τὰ ἀπὸ  $Z\Theta H$ . καὶ ἐστὶ τῶν μὲν

5.  $BE\Delta$ ]  $AE\Delta$  V; corr. p.  $\Lambda HMN$ ]  $H\Lambda MN$  V;  
 corr. p. 14.  $AG, BD$ ]  $AB, \Gamma\Delta$  V; corr. p. 19.  $A\Xi$ ] p;

drata rectarum in recta diametro transuersae parallela ducta inter punctum concursus rectarum sectionesque abscisarum eam rationem habent, quam quadratum diametri rectae ad quadratum diametri transuersae.

sint oppositae coniugatae  $A, B, \Gamma, \Delta$ , diametri autem earum recta  $AE\Gamma$ , transuersa  $BE\Delta$ , iisque parallelae ducantur  $ZH\Theta K$ ,  $\Lambda HMN$  inter se sectionesque secantes. dico, esse

$$\Lambda H^2 + HN^2 : ZH^2 + HK^2 = A\Gamma^2 : B\Delta^2.$$

ducantur enim a  $Z, \Lambda$  ordinate  $\Lambda \Xi, ZO$ ; eae igitur rectis  $A\Gamma, B\Delta$  parallelae erunt [I def. 6]. a  $B$  autem latus rectum transuersi lateris  $B\Delta$  ducatur  $B\Pi$ . manifestum igitur, esse

$$\begin{aligned} \Pi B : B\Delta &= A\Gamma^2 : B\Delta^2 \text{ [I def. alt. 3; Eucl. V def. 9]} \\ &= AE^2 : EB^2 \text{ [Eucl. V, 15]} = ZO^2 : BO \times O\Delta \text{ [I, 21]} \\ &= \Gamma \Xi \times \Xi A : \Lambda \Xi^2 \text{ [I, 56].} \end{aligned}$$

itaque, ut unum praecedentium ad unum sequentium, ita omnia praecedentia ad omnia sequentia [Eucl. V, 12]; quare erit

$$\begin{aligned} &A\Gamma^2 : B\Delta^2 \\ &= \Gamma \Xi \times \Xi A + AE^2 + OZ^2 : \Delta O \times OB + BE^2 + \Lambda \Xi^2 \\ &= \Gamma \Xi \times \Xi A + AE^2 + E\Theta^2 : \Delta O \times OB + BE^2 + ME^2 \end{aligned}$$

[Eucl. I, 34]. est autem

$$\Gamma \Xi \times \Xi A + AE^2 = \Xi E^2, \Delta O \times OB + BE^2 = OE^2$$

[Eucl. II, 6]; itaque

$$\begin{aligned} A\Gamma^2 : B\Delta^2 &= \Xi E^2 + E\Theta^2 : OE^2 + EM^2 \\ &= \Lambda M^2 + MH^2 : Z\Theta^2 + \Theta H^2 \text{ [Eucl. I, 34].} \end{aligned}$$

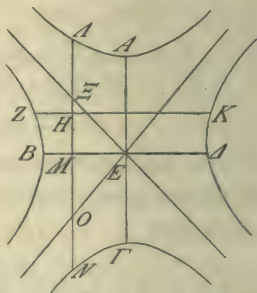
$\Delta \Xi$  c et corr. m. 1 ex  $\Delta Z$  V.  
 $Z\Theta H$ ]  $ZH\Theta$  V; corr. Memus.

23. τοῦ] p v; euan. V. 29.

ἀπὸ  $\Lambda MH$  διπλάσια τὰ ἀπὸ  $NH\Lambda$ , ὡς δέδεικται, τῶν  
δὲ ἀπὸ  $Z\Theta H$  τὰ ἀπὸ  $ZHK$ · καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $A\Gamma$   
πρὸς τὸ ἀπὸ  $B\Delta$ , τὰ ἀπὸ  $\Lambda HN$  πρὸς τὰ ἀπὸ  $ZHK$ .

κθ'.

- 5 Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἡ τῆ ὀρθία παρ-  
ἀλληλος τέμνη τὰς ἀσυμπτώτους, τὰ ἀπὸ τῶν ἀπο-  
λαμβανομένων εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν  
ὀρθίαν ἡγμένης μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν  
καὶ τῶν ἀσυμπτῶτων προσλαβόντα τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ  
10 τῆς ὀρθίας τετραγώνου πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ἀπολαμβανο-  
μένων ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν πλαγίαν ἡγμένης  
μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τῶν  
εὐθειῶν καὶ τῶν τομῶν τετρά-  
γωνα λόγον ἔχει, ὃν τὸ ἀπὸ  
15 τῆς ὀρθίας τετραγώνου πρὸς  
τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας τετρά-  
γωνον.



- ἔστω γὰρ τὰ αὐτὰ τῶ πρό-  
τερον, ἡ δὲ  $N\Lambda$  τεμνέτω τὰς  
20 ἀσυμπτώτους κατὰ τὰ  $\Xi, O$ .  
δεικτέον, ὅτι τὰ ἀπὸ  $\Xi HO$   
προσλαβόντα τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ  $A\Gamma$ , τουτέστι τὸ δις  
ἀπὸ  $EA$  [τουτέστι τὸ δις ὑπὸ  $O\Lambda\Xi$ ], πρὸς τὰ ἀπὸ  
 $ZHK$  λόγον ἔχει, ὃν τὸ ἀπὸ  $A\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $B\Delta$ .  
25 ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ  $\Lambda\Xi$  τῆ  $ON$ , τὰ ἀπὸ τῶν  
 $\Lambda HN$  τῶν ἀπὸ  $\Xi HO$  ὑπερέχει τῶ δις ὑπὸ  $N\Xi\Lambda$ · τὰ  
ἄρα ἀπὸ  $\Xi HO$  μετὰ τοῦ δις ἀπὸ  $AE$  ἴσα ἐστὶ τοῖς  
ἀπὸ  $\Lambda HN$ . τὰ δὲ ἀπὸ  $\Lambda HN$  πρὸς τὰ ἀπὸ  $ZHK$

2.  $Z\Theta H$ ]  $ZH\Theta$  V; corr. Comm. 8. Post συμπτώσεως  
del. compendium καὶ m. 1 V; non habet v; hab. pc. 19.  $N\Lambda$ ]

est autem, ut demonstrauius [prop. XXVII ex Eucl. II, 9]

$$NH^2 + HA^2 = 2(AM^2 + MH^2),$$

$$ZH^2 + HK^2 = 2(Z\Theta^2 + \Theta H^2).$$

ergo etiam

$$A\Gamma^2 : B\Delta^2 = AH^2 + HN^2 : ZH^2 + HK^2.$$

XXIX.

Iisdem suppositis si recta diametro rectae parallela asymptotas secat, quadrata rectarum in recta diametro rectae parallela ducta inter punctum concursus rectarum asymptotasque abscisarum adsumpto dimidio quadrato diametri rectae ad quadrata rectarum in recta diametro transuersae parallela ducta inter punctum concursus rectarum sectionesque abscisarum rationem habent, quam quadratum diametri rectae ad quadratum diametri transuersae.

sint enim eadem, quae in propositione praecedenti,  $NA$  autem asymptotas secet in  $\Xi, O$ . demonstrandum, esse

$$\begin{aligned} \Xi H^2 + HO^2 + \frac{1}{2} A\Gamma^2 : ZH^2 + HK^2 &= A\Gamma^2 : B\Delta^2 \\ &= \Xi H^2 + HO^2 + 2EA^2 : ZH^2 + HK^2. \end{aligned}$$

nam quoniam est  $A\Xi = ON$  [II, 16], erit [u. Pappi lemma VII et Eutocius]

$$\begin{aligned} AH^2 + HN^2 &= \Xi H^2 + HO^2 + 2N\Xi \times \Xi A \\ &= \Xi H^2 + HO^2 + 2AE^2 \text{ [II, 11, 16].} \end{aligned}$$

$MA$  V; corr. p ( $AN$ ). 20.  $\tau\acute{\alpha}$ ]  $\tau\acute{o}$  V; corr. p. 21.  $\Xi HO$ ]  $\Xi NO$  V; corr. Memus. 23.  $\tau\omicron\upsilon\tau\acute{\epsilon}\sigma\iota$  —  $OA\Xi$ ] deleo. 26.  $\tau\tilde{\omega}$ ]  $\tau\acute{o}$  V; corr. p.



λόγον ἔχει, ὃν τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΔ$ · καὶ τὰ ἀπὸ  $ΞΗΘ$  ἄρα μετὰ τοῦ δις ἀπὸ  $ΕΑ$  πρὸς τὰ ἀπὸ  $ΖΗΚ$  λόγον ἔχει, ὃν τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΔ$ .

## λ'.

- 5 Ἐὰν ὑπερβολῆς δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, καὶ διὰ μὲν τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῆ, διὰ δὲ τῆς συμπτώσεως ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ τινὰ τῶν ἀσυμπτῶτων τέμνουσα τὴν τε τομὴν καὶ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνύουσαν, ἢ μεταξὺ τῆς συμπτώσεως καὶ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνύουσης δίχα τμηθῆσεται ὑπὸ τῆς τομῆς.
- 10 ἔστω ὑπερβολὴ ἡ  $ΑΒΓ$ , καὶ ἐφαπτόμεναι μὲν αἱ  $ΑΔΓ$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ  $ΕΖΗ$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $ΑΓ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Δ$  παρὰ τὴν  $ΖΕ$  ἤχθω ἡ  $ΔΚΑ$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $ΔΚ$  τῇ  $ΚΑ$ .
- 15 ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ  $ΖΔΒΜ$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἐκάτερα, καὶ κείσθω τῇ  $ΒΖ$  ἴση ἡ  $ΖΘ$ , καὶ διὰ τῶν  $Β, Κ$  σημείων παρὰ τὴν  $ΑΓ$  ἤχθωσαν αἱ  $ΒΕ, ΚΝ$ · τεταγμένως ἄρα κατηγμέναι εἰσί. καὶ ἐπεὶ ὁμοίον ἐστὶ το  $ΒΕΖ$  τρίγωνον τῷ  $ΔΝΚ$ , ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ
- 20  $ΔΝ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΚ$ , τὸ ἀπὸ  $ΒΖ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΕ$ . ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $ΒΖ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΕ$ , οὕτως ἡ  $ΘΒ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΔΝ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΚ$ , ἡ  $ΘΒ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἀλλ' ὡς ἡ  $ΘΒ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν, οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΘΝΒ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΚ$ .
- 25 καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΔΝ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΚ$ , τὸ ὑπὸ  $ΘΝΒ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΚ$ . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $ΘΝΒ$  τῷ ἀπὸ  $ΔΝ$ . ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ  $ΜΖΔ$  ἴσον τῷ ἀπὸ

3. ἀπ.] (alt.) om. V; corr. p. 13. ΖΕ] ΖΗ V; corr. Comm. (ef). 23. ἀλλ' — 24. ὀρθίαν] om. V; corr. Memus.



$ZB$ , διότι ἡ μὲν  $A\Delta$  ἐφάπτεται, ἡ δὲ  $AM$  κατῆκται· ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ  $\Theta NB$  μετὰ τοῦ ἀπο  $ZB$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $MZ\Delta$  μετὰ τοῦ ἀπο  $\Delta N$ . τὸ δὲ ὑπὸ  $\Theta NB$  μετὰ τοῦ ἀπο  $ZB$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $ZN$ · καὶ τὸ ὑπὸ

5  $MZ\Delta$  ἄρα μετὰ τοῦ ἀπο  $\Delta N$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ZN$ . ἡ ἄρα  $\Delta M$  δίχα τέμνεται κατὰ τὸ  $N$  προσκειμένην ἔχουσα τὴν  $\Delta Z$ . καὶ παράλληλοί εἰσιν αἱ  $KN$ ,  $AM$ · ἴση ἄρα ἢ  $\Delta K$  τῇ  $KA$ .

λα'.

10 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, καὶ διὰ μὲν τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῇ, διὰ δὲ τῆς συμπτώσεως ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ τὴν ἀσύμπτωτον τέμνουσα τὴν τε τομὴν καὶ τὴν τὰς ἀφᾶς ἐπιξευγνύουσαν, ἡ μεταξὺ τῆς συμπτώσεως καὶ τῆς τὰς

15 ἀφᾶς ἐπιξευγνυούσης δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς τομῆς.

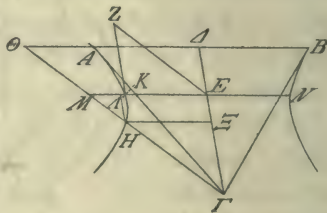
ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ  $AGB$ , καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἢ  $AB$  ἐκβεβλήσθω, ἀσύμπτωτος δὲ ἔστω ἡ  $ZE$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  παρὰ τὴν  $ZE$  ἤχθω

20 ἡ  $\Gamma H\Theta$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $\Gamma H$  τῇ  $H\Theta$ .

ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma E$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $\Delta$ , καὶ διὰ τῶν  $E, H$  παρὰ τὴν

25  $AB$  ἤχθωσαν ἡ  $NEKM$  καὶ ἡ  $H\Xi$ , διὰ δὲ τῶν  $H, K$  παρὰ τὴν  $\Gamma\Delta$  αἱ  $KZ, HA$ .

ἐπεὶ ὁμοίον ἐστὶ τὸ  $KZE$  τῷ  $MAH$ , ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $KE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KZ$ , τὸ ἀπο  $MA$  πρὸς τὸ ἀπὸ



17.  $AGB$ ]  $AGV$ ; corr. p ( $AG, BV$ ). 19.  $\Gamma$ ]  $\Gamma A V$ ; corr. p. 25.  $NEKM$ ]  $EK MN V$ ; corr. Halley. 28. τό] (tert.) om. V (in fine lineae); corr. p.

[I, 21]; quare etiam  $\triangle N^2 : NK^2 = \odot N \times NB : NK^2$ .  
 quare  $\odot N \times NB = \triangle N^2$  [Eucl. V, 9]. est autem  
 etiam  $MZ \times ZA = ZB^2$  [I, 37], quia  $AA$  contingit,  
 $AM$  autem ordinate ducta est. itaque etiam

$$\odot N \times NB + ZB^2 = MZ \times ZA + \triangle N^2.$$

uerum  $\odot N \times NB + ZB^2 = ZN^2$  [Eucl. II, 6]; quare  
 etiam  $MZ \times ZA + \triangle N^2 = ZN^2$ ; itaque  $\triangle M$  in  $N$   
 in duas partes aequales secta est adiectam habens  $AZ$   
 [Eucl. II, 6]. et  $KN$ ,  $AM$  parallelae sunt; ergo  
 [Eucl. VI, 2]  $\triangle K = KA$ .

XXXI.

Si duae rectae sectiones oppositas contingentes concurrunt, et per puncta contactus recta ducitur, per punctum concursus autem recta asymptotae parallela ducitur secans et sectionem et rectam puncta contactus coniungentem, recta inter punctum concursus rectamque puncta contactus coniungentem posita a sectione in duas partes aequales secabitur.

sint oppositae  $A$ ,  $B$ , contingentes autem  $AG$ ,  $GB$ ,  
 et ducta  $AB$  producat, asymptota autem sit  $ZE$ ,  
 et per  $G$  rectae  $ZE$  parallela ducatur  $GH\odot$ . dico,  
 esse  $GH = H\odot$ .

ducatur  $GE$  et ad  $A$  producat, per  $E$ ,  $H$  autem  
 rectae  $AB$  parallelae ducantur  $NEKM$ ,  $H\Xi$  et per  
 $H$ ,  $K$  rectae  $GA$  parallelae  $KZ$ ,  $HA$ .

quoniam  $KZE$ ,  $MAH$  similes sunt [Eucl. I, 29],  
 erit  $KE^2 : KZ^2 = MA^2 : AH^2$  [Eucl. VI, 4]. demon-  
 strauimus autem [prop. XXX ex II, 1 et I, 21], esse  
 $EK^2 : KZ^2 = NA \times AK : AH^2$ . itaque [Eucl. V, 9]  
 $NA \times AK = MA^2$ . commune adiiciatur  $KE^2$ ; itaque



$\Lambda\text{H}$ . ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $\text{EK}$  πρὸς τὸ ἀπο  $\text{KZ}$ , δέδεικται  
 τὸ ὑπὸ  $\text{N}\Lambda\text{K}$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda\text{H}$ . ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  
 $\text{N}\Lambda\text{K}$  τῷ ἀπὸ  $\text{M}\Lambda$ . κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπο  $\text{KE}$ .  
 τὸ ἄρα ὑπὸ  $\text{N}\Lambda\text{K}$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $\text{KE}$ , τουτέστι τὸ ἀπο  
 5  $\Lambda\text{E}$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $\text{H}\Xi$ , ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ  $\text{M}\Lambda$ ,  $\text{KE}$ .  
 ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $\text{H}\Xi$  πρὸς τὰ ἀπὸ  $\text{M}\Lambda$ ,  $\text{KE}$ , οὕτως τὸ  
 ἀπὸ  $\Xi\Gamma$  πρὸς τὰ ἀπὸ  $\Lambda\text{H}$ ,  $\text{KZ}$ . ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Xi\Gamma$   
 τοῖς ἀπὸ  $\text{H}\Lambda$ ,  $\text{KZ}$ . ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ  $\Lambda\text{H}$  τῷ ἀπὸ  
 $\Xi\text{E}$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $\text{KZ}$  τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς δευτέρας  
 10 διαμέτρου, τουτέστι τῷ ὑπο  $\Gamma\text{E}\Delta$ . το ἄρα ἀπὸ  $\Gamma\Xi$   
 ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ  $\Xi\text{E}$  καὶ τῷ ὑπὸ  $\Gamma\text{E}\Delta$ . ἡ ἄρα  
 $\Gamma\Delta$  δίχα μὲν τέμνεται κατὰ τὸ  $\Xi$ , εἰς δὲ ἄνισα κατὰ  
 το  $\text{E}$ . καὶ παράλληλος ἡ  $\Delta\Theta$  τῇ  $\text{H}\Xi$ . ἴση ἄρα ἡ  $\Gamma\text{H}$   
 τῇ  $\text{H}\Theta$ .

15

λβ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμ-  
 πίπτωσι, καὶ διὰ τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῆ, διὰ δὲ  
 τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ  
 τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν, διὰ δὲ τῆς διχοτομίας  
 20 τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνυούσης ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ τινὰ  
 τῶν ἀσυμπτῶτων, ἡ μεταξὺ τῆς διχοτομίας καὶ τῆς  
 παραλλήλου ἀπολαμβανομένη δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς  
 τομῆς.

ἔστω ὑπερβολὴ ἡ  $\text{AB}\Gamma$ , ἧς κέντρον τὸ  $\Delta$ , ἀσύμ-  
 25 πτωτος δὲ ἡ  $\Delta\text{E}$ , καὶ ἐφαπτέσθωσαν αἱ  $\text{AZ}$ ,  $\text{Z}\Gamma$ , καὶ  
 ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma\text{A}$  καὶ ἡ  $\text{Z}\Delta$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ  
 $\text{H}$ ,  $\Theta$ . φανερὸν δὴ, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $\Delta\Theta$  τῇ  $\Theta\Gamma$ . ἤχθω  
 δὴ διὰ μὲν τοῦ  $\text{Z}$  παρὰ τὴν  $\text{A}\Gamma$  ἡ  $\text{ZK}$ , διὰ δὲ τοῦ  $\Theta$

6.  $\text{H}\Xi$ ] p, corr. ex  $\text{H}\Gamma$  m. 1 V;  $\text{H}\Gamma\Xi$  cv. τὰ] τό V;  
 corr. p. 7. τὰ] τό V; corr. p. 26.  $\text{Z}\Delta$ ]  $\Xi\Delta$  vc et V?;  
 corr. p.

$$NA \times AK + KE^2 = MA^2 + KE^2 = AE^2 \text{ [Eucl. II, 6]} \\ = H\xi^2 \text{ [Eucl. I, 34].}$$

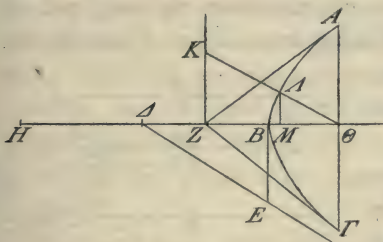
est autem  $H\xi^2 : MA^2 + KE^2 = \xi\Gamma^2 : AH^2 + KZ^2$  [Eucl. VI, 4; V, 12]; itaque  $\xi\Gamma^2 = HA^2 + KZ^2$ . est autem  $HA^2 = \xi E^2$  [Eucl. I, 34] et  $KZ^2$  quadrato dimidiae secundae diametri aequale [II, 1], hoc est  $KZ^2 = \Gamma E \times EA$  [I, 38]; itaque

$$\Gamma\xi^2 = \xi E^2 + \Gamma E \times EA.$$

$\Gamma A$  igitur in  $\xi$  in duas partes aequales, in  $E$  autem in inaequales secta est [Eucl. II, 5]. et  $A\Theta$ ,  $H\xi$  parallelae sunt; ergo  $\Gamma H = H\Theta$  [Eucl. VI, 2].

XXXII.

Si duae rectae hyperbolam contingentes concurrunt, et per puncta contactus recta ducitur, per punctum autem concursus contingentium recta rectae puncta contactus coniungenti parallela ducitur, et per punctum medium rectae puncta contactus coniungentis recta



alterutri asymptotarum parallela ducitur, recta inter punctum medium parallelamque absisa a sectione in duas partes aequales secabitur.

sit hyperbola  $AB\Gamma$ , cuius centrum sit  $\Delta$ , asymptota autem  $\Delta E$ , et contingant  $AZ$ ,  $Z\Gamma$ , ducaturque  $\Gamma A$  et  $Z\Delta$ , quae ad  $H$ ,  $\Theta$  producantur; manifestum igitur, esse  $A\Theta = \Theta\Gamma$  [II, 30]. iam per  $Z$  rectae  $A\Gamma$  par-

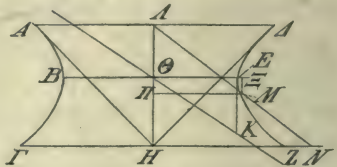
παρὰ τὴν  $\Delta E$  ἢ  $\Theta \Delta K$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $K \Lambda$   
τῇ  $\Theta \Lambda$ .

ἤχθωσαν διὰ τῶν  $B, \Lambda$  παρὰ τὴν  $A\Gamma$  αἱ  $\Lambda M, B E$   
ἔσται δὴ, ὡς προδέδεικται, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ  
5 ἀπὸ  $B E$ , τὸ τε ἀπὸ  $\Theta M$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $M \Lambda$  καὶ τὸ ὑπο  
 $B M H$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $M \Lambda$  ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  $H M B$  τῶ  
ἀπὸ  $M \Theta$ . ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ  $\Theta \Delta Z$  ἴσον τῶ ἀπὸ  $\Delta B$ ,  
διότι ἐφάπτεται ἡ  $A Z$ , καὶ κατῆκται ἡ  $A \Theta$ . τὶ ἄρα  
ὑπὸ  $H M B$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $\Delta B$ , ὅ ἐστι τὸ ἀπὸ  $\Delta M$ ,  
10 ἴσον ἐστὶ τῶ ὑπὸ  $\Theta \Delta Z$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $M \Theta$ . διόχα ἄρα  
τέτμηται ἡ  $Z \Theta$  κατὰ τὸ  $M$  προσκειμένην ἔχουσα τὴν  
 $\Delta Z$ . καὶ εἰσι παράλληλοι αἱ  $K Z, \Lambda M$ . ἴση ἄρα ἡ  $K \Lambda$   
τῇ  $\Lambda \Theta$ .

λγ'.

15 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι  
συμπίπτωσι, καὶ διὰ μὲν τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῆ,  
διὰ δὲ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων ἀχθῆ εὐθεῖα  
παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν, διὰ δὲ τῆς διχο-  
τομίας τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνυούσης ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ  
20 τινὰ τῶν ἀσυμπύτων συμπίπτουσα τῇ τομῇ καὶ τῇ  
διὰ τῆς συμπτώσεως ἠγμένη παραλλήλω, ἡ μεταξὺ τῆς  
διχοτομίας καὶ τῆς παρ-  
αλλήλου ὑπὸ τῆς τομῆς  
δίχα διαιρεθῆσεται.

25 ἔστωσαν ἀντικείμεναι  
αἱ  $A B \Gamma, \Delta E Z$  καὶ ἐφ-  
απτόμεναι αἱ  $A H, \Delta H$ ,  
κέντρον δὲ τὸ  $\Theta$ , ἀσύμπτωτος δὲ ἡ  $K \Theta$ , καὶ ἐπε-  
ξεύχθω ἡ  $\Theta H$  καὶ ἐκβεβλήσθω, ἐπεξεύχθω δὲ καὶ ἡ



7. τῶ] πε, corr. ex τό m. 1 V. 11. ZΘ] ΞΘ V; corr.  
Memus. 27. ΔH] HΔ Halley cum Comm.

allela ducatur  $ZK$ , per  $\Theta$  autem rectae  $\Delta E$  parallela  $\Theta \Delta K$ . dico, esse  $K\Delta = \Theta \Delta$ .

per  $B$ ,  $\Delta$  rectae  $\Delta \Gamma$  parallelae ducantur  $\Delta M$ ,  $BE$ ; erit igitur, ut antea demonstratum est [prop. XXX ex II, 1 et I, 21]

$\Delta B^2 : BE^2 = \Theta M^2 : M\Delta^2$  [Eucl. VI, 4]  $= BM \times MH : M\Delta^2$ . itaque [Eucl. V, 9]  $HM \times MB = M\Theta^2$ . uerum etiam  $\Theta \Delta \times \Delta Z = \Delta B^2$ , quia  $\Delta Z$  contingit, et  $A\Theta$  ordinate ducta est [I, 37]. itaque

$HM \times MB + \Delta B^2 = \Theta \Delta \times \Delta Z + M\Theta^2 = \Delta M^2$  [Eucl. II, 6].  $Z\Theta$  igitur in  $M$  in duas partes aequales secta est adiectam habens  $\Delta Z$  [Eucl. II, 6]. et  $KZ$ ,  $\Delta M$  parallelae sunt; ergo  $K\Delta = \Delta \Theta$  [Eucl. VI, 2].

### XXXIII.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, per puncta autem contactus recta ducitur, et per punctum concursus contingentium recta rectae puncta contactus coniungenti parallela ducitur, per punctum autem medium rectae puncta contactus coniungentis recta alterutri asymptotarum parallela ducitur concurrens cum sectione et cum recta per punctum concursus parallela ducta, recta inter punctum medium parallelamque posita a sectione in duas partes aequales secabitur.

sint oppositae  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  contingentesque  $AH$ ,  $\Delta H$ , centrum autem  $\Theta$  et asymptota  $K\Theta$ , ducaturque  $\Theta H$  et producat, ducatur autem etiam  $A\Delta\Delta$ ; manifestum igitur, eam in  $\Delta$  in duas partes aequales secari [II, 30]. iam per  $H$ ,  $\Theta$  rectae  $A\Delta$  parallelae ducantur  $B\Theta E$ ,



$ΑΔΔ$ · φανερόν δὴ, ὅτι δίχα τέμνεται κατὰ τὸ  $Α$ . ἤχθωσαν δη διὰ τῶν  $Η, Θ$  παρὰ τὴν  $ΑΔ$  αἱ  $ΒΘΕ, ΓΗΖ$ , παρα δὲ τὴν  $ΘΚ$  διὰ τοῦ  $Α$  ἢ  $ΑΜΝ$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἢ  $ΑΜ$  τῇ  $ΜΝ$ .

- 5 κατήχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  $Ε, Μ$  παρὰ τὴν  $ΗΘ$  αἱ  $ΕΚ, ΜΞ$ , διὰ δὲ τοῦ  $Μ$  παρὰ τὴν  $ΑΔ$  ἢ  $ΜΠ$ .  
 ἐπεὶ οὖν διὰ τὰ δεδειγμένα ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΘΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΚ$ , τὸ ὑπὸ  $ΒΞΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΞΜ$ , ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΘΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΚ$ , τὸ ὑπὸ  $ΒΞΕ$   
 10 μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ΘΕ$ , ὅ ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $ΘΞ$ , πρὸς τὰ ἀπὸ  $ΚΕ, ΞΜ$ . τὸ δὲ ἀπὸ  $ΚΕ$  ἴσον δέδεικται τῷ ὑπὸ  $ΗΘΑ$ , καὶ τὸ ἀπὸ  $ΞΜ$  τῷ ἀπὸ  $ΘΠ$ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΘΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΚ$ , τὸ ἀπὸ  $ΘΞ$ , τουτέστι το ἀπὸ  $ΜΠ$ , πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΑΘΗ$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ΘΠ$ . ὡς δὲ  
 15 τὸ ἀπὸ  $ΘΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΚΕ$ , τὸ ἀπὸ  $ΜΠ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΠΑ$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΜΠ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΠΑ$ , τὸ ἀπὸ  $ΜΠ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΗΘΑ$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ΘΠ$ . ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΑΠ$  τῷ ὑπὸ  $ΗΘΑ$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ΘΠ$ . εὐθεῖα ἄρα ἢ  $ΑΗ$  τέμνεται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ  $Π$ , εἰς  
 20 δὲ ἄνισα κατὰ τὸ  $Θ$ . καὶ εἰσι παράλληλοι αἱ  $ΜΠ, ΗΝ$ . ἴση ἄρα ἢ  $ΑΜ$  τῇ  $ΜΝ$ .

λδ'.

- Ἐὰν ὑπερβολῆς ἐπὶ μιᾷς τῶν ἀσυμπτῶτων ληφθῆ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ εὐθεῖα ἐφάπτηται τῆς τομῆς,  
 25 καὶ διὰ τῆς ἀφῆς ἀχθῆ παράλληλος τῇ ἀσυμπτῶτι, ἢ διὰ τοῦ ληφθέντος σημείου ἀγομένη παράλληλος τῇ ἑτέρῃ τῶν ἀσυμπτῶτων ὑπὸ τῆς τομῆς εἰς ἴσα διαιρεθῆσεται.

6. τήν] pc, τ corr. ex δ m. 1 V. 8. ΒΞΕ] ΞΕ V; corr. Memus. 9. ΒΞΕ] c, corr. ex BZE m. 1 V. 10. ΘΕ, ὅ]

$\Gamma H Z$ , rectae autem  $\Theta K$  parallela per  $A$  recta  $AMN$ . dico, esse  $AM = MN$ .

ducantur enim ab  $E$ ,  $M$  rectae  $H\Theta$  parallelae  $EK$ ,  $M\xi$ , per  $M$  autem rectae  $A\Lambda$  parallela  $M\Pi$ .

quoniam igitur propter ea, quae demonstrata sunt [prop. XXX ex II, 1 et I, 21],

$$\Theta E^2 : EK^2 = B\xi \times \xi E : \xi M^2,$$

erit

$$\begin{aligned} \Theta E^2 : EK^2 &= B\xi \times \xi E + \Theta E^2 : KE^2 + \xi M^2 \text{ [Eucl. V, 12]} \\ &= \Theta \xi^2 : KE^2 + \xi M^2 \text{ [Eucl. II, 6]}. \end{aligned}$$

demonstrauimus autem [I, 38 coll. II, 1 et I deff. alt. 3], esse  $H\Theta \times \Theta A = KE^2$ , et [Eucl. I, 34]  $\xi M^2 = \Theta \Pi^2$ ; itaque

$$\begin{aligned} \Theta E^2 : EK^2 &= \Theta \xi^2 : A\Theta \times \Theta H + \Theta \Pi^2 \\ &= M\Pi^2 : A\Theta \times \Theta H + \Theta \Pi^2 \text{ [Eucl. I, 34]}. \end{aligned}$$

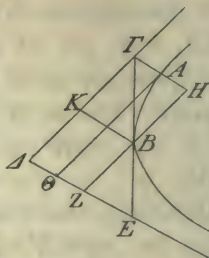
est autem  $\Theta E^2 : KE^2 = M\Pi^2 : \Pi A^2$  [Eucl. VI, 4]; itaque  $M\Pi^2 : \Pi A^2 = M\Pi^2 : H\Theta \times \Theta A + \Theta \Pi^2$ . quare  $A\Pi^2 = H\Theta \times \Theta A + \Theta \Pi^2$  [Eucl. V, 9]. itaque recta  $AH$  in  $\Pi$  in partes aequales, in  $\Theta$  autem in inaequales secta est [Eucl. II, 5]. et  $M\Pi$ ,  $HN$  parallelae sunt; ergo  $AM = MN$  [Eucl. VI, 2].

### XXXIV.

Si in hyperbola in alterutra asymptotarum punctum aliquod sumitur, et ab eo recta sectionem contingit, per punctum contactus autem recta asymptotae parallela ducitur, recta per punctum sumptum alteri asymptotae parallela ducta a sectione in partes aequales secabitur.

$\Theta \xi \Theta$  V; corr. p. 11.  $H\Theta A$ ]  $\Theta H A$  V; corr. p ( $\tau \tilde{\omega} \nu$   $H\Theta$ ,  $\Theta A$ ).  
 14.  $A\Theta H$ ]  $\Theta A$ ,  $\Theta H$  V; corr. p ( $\tau \tilde{\omega} \nu$   $H\Theta$ ,  $\Theta A$ ).

ἔστω ὑπερβολὴ ἡ  $AB$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ  $\Gamma\Delta E$ ,  
καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  $\Gamma\Delta$  τυχὸν σημεῖον τὸ  $\Gamma$ , καὶ  
δι' αὐτοῦ ἤχθω ἐφαπτομένη τῆς  
τομῆς ἡ  $\Gamma BE$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $B$   
5 παρὰ τὴν  $\Gamma\Delta$  ἤχθω ἡ  $ZBH$ , διὰ  
δὲ τοῦ  $\Gamma$  τῆ  $\Delta E$  ἡ  $\Gamma AH$ . λέγω,  
ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $\Gamma A$  τῆ  $AH$ .



ἤχθω γὰρ διὰ μὲν τοῦ  $A$  τῆ  
 $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἡ  $A\Theta$ , διὰ δὲ τοῦ  
10  $B$  τῆ  $\Delta E$  ἡ  $BK$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν  
ἡ  $\Gamma B$  τῆ  $BE$ , ἴση ἄρα καὶ ἡ  $\Gamma K$  τῆ  $K\Delta$  καὶ ἡ  $\Delta Z$   
τῆ  $ZE$ . καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ  $KBZ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  
 $\Gamma A\Theta$ , ἴση δὲ ἡ  $BZ$  τῆ  $\Delta K$ , τουτέστι τῆ  $\Gamma K$ , καὶ ἡ  
 $A\Theta$  τῆ  $\Delta \Gamma$ , τὸ ἄρα ὑπὸ  $\Delta \Gamma A$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $K\Gamma H$ .  
15 ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $\Delta \Gamma$  πρὸς  $\Gamma K$ , ἡ  $\Gamma H$  πρὸς  $A\Gamma$ . διπλῆ  
δὲ ἡ  $\Delta \Gamma$  τῆς  $\Gamma K$ . διπλῆ ἄρα καὶ ἡ  $\Gamma H$  τῆς  $A\Gamma$ . ἴση  
ἄρα ἡ  $\Gamma A$  τῆ  $AH$ .

λε'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἀπὸ τοῦ ληφθέντος σημείου  
20 εὐθειά τις ἀχθῆ τέμνουσα τὴν τομὴν κατὰ δύο σημεία,  
ἔσται, ὡς ὅλη πρὸς τὴν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένην, τὰ  
τεμνόμενα τῆς ἐντὸς ἀπολαμβανομένης εὐθείας.

ἔστω γὰρ ἡ  $AB$  ὑπερβολὴ καὶ αἱ  $\Gamma\Delta E$  ἀσύμπτωτοι  
καὶ ἡ  $\Gamma BE$  ἐφαπτομένη καὶ ἡ  $\Theta B$  παράλληλος, καὶ  
25 διὰ τοῦ  $\Gamma$  διήχθω τις εὐθεῖα ἡ  $\Gamma A\Lambda ZH$  τέμνουσα  
τὴν τομὴν κατὰ τὰ  $A, Z$ . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ  $Z\Gamma$   
πρὸς  $\Gamma A$ , ἡ  $Z\Lambda$  πρὸς  $A\Lambda$ .

ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν  $\Gamma, A, B, Z$  παρὰ τὴν  $\Delta E$

12.  $KBZ$ ]  $KZB$  V; corr. p (τῶν  $KB, BZ$ ).  
 $\eta\gamma\alpha$  V; corr. p.

21. ἡ ὅλη?

17.  $\Gamma A$ ]

sit hyperbola  $AB$ , asymptotae autem  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta E$ , et in  $\Gamma\Delta$  punctum quoduis sumatur  $\Gamma$ , et per id sectionem contingens ducatur  $\Gamma BE$ , et per  $B$  rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $ZBH$ , per  $\Gamma$  autem rectae  $\Delta E$  parallela  $\Gamma AH$ . dico, esse  $\Gamma A = AH$ .

ducatur enim per  $A$  rectae  $\Gamma\Delta$  parallela  $A\Theta$ , per  $B$  autem rectae  $\Delta E$  parallela  $BK$ . iam quoniam est  $\Gamma B = BE$  [II, 3], erit etiam  $\Gamma K = K\Delta$  et  $\Delta Z = ZE$  [Eucl. VI, 2]. et quoniam  $KB \times BZ = \Gamma A \times A\Theta$  [II, 12], et  $BZ = \Delta K$  [Eucl. I, 34] =  $\Gamma K$ , et  $A\Theta = \Delta \Gamma$  [ib.], erit  $\Delta \Gamma \times \Gamma A = \Gamma K \times \Gamma H$ . itaque [Eucl. VI, 16]  $\Delta \Gamma : \Gamma K = \Gamma H : \Gamma A$ . uerum  $\Delta \Gamma = 2 \Gamma K$ ; itaque etiam  $\Gamma H = 2 \Gamma A$ . ergo  $\Gamma A = AH$ .

XXXV.

Iisdem positis si a puncto sumpto recta ducitur sectionem in duobus punctis secans, erunt, ut tota ad partem extrinsecus abscisam, ita partes rectae intra abscisae.

sit enim hyperbola  $AB$ , asymptotae  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta E$ , contingens  $\Gamma BE$ , parallela  $\Theta B$ , et per  $\Gamma$  recta ducatur

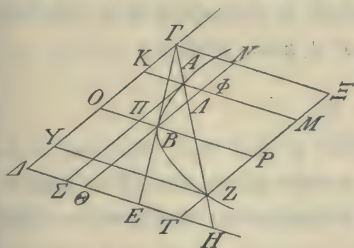
$\Gamma A \Lambda ZH$  sectionem secans in  $A$ ,  $Z$ . dico, esse

$$Z\Gamma : \Gamma A = Z\Lambda : \Lambda A.$$

nam per  $\Gamma$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $Z$  rectae  $\Delta E$  parallelae ducantur  $\Gamma N \Xi$ ,  $KAM$ ,  $O \Pi B P$ ,  $Z \Upsilon$ , per  $A$ ,  $Z$

autem rectae  $\Gamma\Delta$  parallelae  $A \Pi \Sigma$ ,  $TZ P M \Xi$ .

quoniam igitur  $A\Gamma = ZH$  [II, 8], erit etiam





αί ΓΝΞ, ΚΑΜ, ΟΠΒΡ, ΖΥ, διὰ δὲ τῶν Α, Ζ παρὰ τὴν ΓΔ αἱ ΑΠΣ, ΤΖΡΜΞ.

ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆ ΖΗ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΚΑ τῆ ΤΗ. ἡ δὲ ΚΑ τῆ ΔΣ· καὶ ἡ ΤΗ ἄρα τῆ ΔΣ ἴση. ὥστε καὶ ἡ ΓΚ τῆ ΔΥ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΚ τῆ ΔΥ, ἴση καὶ ἡ ΔΚ τῆ ΓΥ· ὡς ἄρα ἡ ΔΚ πρὸς ΚΓ, ἡ ΥΓ πρὸς ΓΚ. ὡς δὲ ἡ ΥΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΖΓ πρὸς ΓΑ, ὡς δὲ ἡ ΖΓ πρὸς ΓΑ, ἡ ΜΚ πρὸς ΚΑ, ὡς δὲ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΑ, τὸ ΜΔ πρὸς ΔΑ, ὡς δὲ ἡ ΔΚ πρὸς ΚΓ, τὸ ΘΚ πρὸς ΚΝ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΜΔ πρὸς τὸ ΔΑ, τὸ ΘΚ πρὸς ΚΝ. ἴσον δὲ τὸ ΑΔ τῷ ΔΒ, τουτέστι τῷ ΟΝ· ἴση γὰρ ἡ ΓΒ τῆ ΒΕ καὶ ἡ ΔΟ τῆ ΟΓ. ὡς ἄρα τὸ ΔΜ πρὸς ΟΝ, τὸ ΚΘ πρὸς ΚΝ, καὶ λοιπὸν τὸ ΜΘ πρὸς λοιπὸν τὸ ΒΚ ἐστὶν, ὡς ὅλον τὸ ΔΜ πρὸς ὅλον τὸ ΟΝ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΚΣ τῷ ΘΟ, κοινὸν ἀφηρησθῶ τὸ ΔΠ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΚΠ ἴσον ἐστὶ τῷ ΠΘ. κοινὸν προσκεῖσθῶ τὸ ΑΒ· ὅλον ἄρα τὸ ΚΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΘ. ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ΜΔ πρὸς ΔΑ, οὕτως τὸ ΜΘ πρὸς ΘΑ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΜΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΜΚ πρὸς ΚΑ, τουτέστιν ἡ ΖΓ πρὸς ΓΑ, ὡς δὲ τὸ ΜΘ πρὸς ΘΑ, ἡ ΜΦ πρὸς ΦΑ, τουτέστιν ἡ ΖΑ πρὸς ΛΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΓ πρὸς ΓΑ, ἡ ΖΑ πρὸς ΛΑ.

λς'.

25 Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἡ ἀπὸ τοῦ σημείου διαγομένη εὐθεῖα μήτε τὴν τομὴν τέμνη κατὰ δύο σημεῖα μήτε παράλληλος ἢ τῆ ἀσυμπιώτῳ, συμπεσεῖται μὲν

2. ΖΤΡΜΞ V; corr. p. ΔΚ] (pr.) ΔΥ V; corr. p. 22. ΖΑ] ΧΑ V; corr. p.

4. ΚΑ] (pr.) ΓΑ V; corr. p. 6. 15. ΔΜ] ΛΜ V; corr. Comm.

$KA = TH$  [Eucl. VI, 4]. uerum  $KA = \Delta\Sigma$  [Eucl. I, 34]; itaque etiam  $TH = \Delta\Sigma$ . quare etiam  $\Gamma K = \Delta\Upsilon$  [Eucl. VI, 4; I, 34]. et quoniam  $\Gamma K = \Delta\Upsilon$ , erit etiam  $\Delta K = \Gamma\Upsilon$ . itaque  $\Delta K : K\Gamma = \Upsilon\Gamma : \Gamma K$  [Eucl. V, 7]. est autem

$$\Upsilon\Gamma : \Gamma K = Z\Gamma : \Gamma A \text{ [Eucl. VI, 4]}$$

$$= MK : KA \text{ [Eucl. VI, 4; V, 12, 16]} = M\Delta : \Delta A$$

[Eucl. VI, 1], et [ib.]  $\Delta K : K\Gamma = \Theta K : KN$ ; quare etiam  $M\Delta : \Delta A = \Theta K : KN$ . est autem

$$\Delta A = \Delta B \text{ [II, 12]} = ON \text{ [Eucl. VI, 1];}$$

nam  $\Gamma B = BE$  [II, 3] et  $\Delta O = O\Gamma$  [Eucl. VI, 2]. itaque  $\Delta M : ON = K\Theta : KN$ , et reliquum

$$M\Theta : BK = \Delta M : ON \text{ [Eucl. V, 19].}$$

et quoniam est  $K\Sigma = \Theta O$  [II, 12], auferatur, quod commune est,  $\Delta\Pi$ ; itaque reliquum  $K\Pi = \Pi\Theta$ . commune adiciatur  $AB$ ; itaque totum  $KB = A\Theta$ . quare  $M\Delta : \Delta A = M\Theta : \Theta A$ . uerum

$$M\Delta : \Delta A = MK : KA \text{ [Eucl. VI, 1]} = Z\Gamma : \Gamma A,$$

et

$$M\Theta : \Theta A = M\Phi : \Phi A \text{ [Eucl. VI, 1]} = ZA : AA \text{ [Eucl. VI, 2].}$$

ergo etiam  $Z\Gamma : \Gamma A = ZA : AA$ .

### XXXVI.

Iisdem positis si recta a puncto illo ducta neque sectionem in duobus punctis secat neque asymptotae parallela est, cum sectione opposita concurret, et ut tota ad partem inter sectionem parallelamque per punctum contactus ductam, ita erit recta inter sectio-

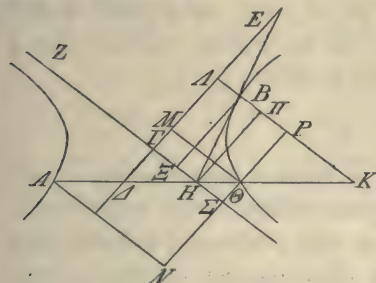
τῆ ἀντικειμένη τομῇ, ἔσται δέ, ὡς ὅλη πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς διὰ τῆς ἀφῆς παραλλήλου, ἢ μεταξὺ τῆς ἀντικειμένης καὶ τῆς ἀσυμπιῶτου πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς ἀσυμπιῶτου καὶ τῆς ἐτέρας τομῆς.

- 5 ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ὧν κέντρον τὸ  $\Gamma$ , ἀσύμπιῶτοι δὲ αἱ  $\Delta E, ZH$ , καὶ ἐπὶ τῆς  $\Gamma H$  σημείον εἰλήφθω τὸ  $H$ , καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἤχθω ἢ μὲν  $HBE$  ἐφαπτομένη, ἢ δὲ  $H\Theta$  μήτε παράλληλος οὔσα τῇ  $\Gamma E$  μήτε τὴν τομὴν τέμνουσα κατὰ δύο σημεία.
- 10 ὅτι μὲν ἢ  $\Theta H$  ἐκβαλλομένη συμπίπτει τῇ τε  $\Gamma \Delta$  καὶ διὰ τοῦτο καὶ τῇ  $A$  τομῇ, δέδεικται. συμπιπτέτω κατὰ τὸ  $A$ , καὶ ἤχθω διὰ τοῦ  $B$  τῇ  $\Gamma H$  παράλληλος ἢ  $KBA$ . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἢ  $AK$  πρὸς  $K\Theta$ , οὔτως ἢ  $AH$  πρὸς  $H\Theta$ .
- 15 ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  $A, \Theta$  σημείων παρὰ τὴν  $\Gamma H$  αἱ  $\Theta M, AN$ , ἀπὸ δὲ τῶν  $B, H, \Theta$  παρὰ τὴν  $\Delta E$  αἱ  $B\Xi, H\Pi, P\Theta\Sigma N$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἢ  $A\Delta$  τῇ  $H\Theta$ , ἔστιν, ὡς ἢ  $AH$  πρὸς  $H\Theta$ , ἢ  $\Delta\Theta$  πρὸς  $\Theta H$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἢ  $AH$  πρὸς  $H\Theta$ , ἢ  $N\Sigma$  πρὸς  $\Sigma\Theta$ , ὡς δὲ ἢ
- 20  $\Delta\Theta$  πρὸς  $\Theta H$ , ἢ  $\Gamma\Sigma$  πρὸς  $\Sigma H$ . καὶ ὡς ἄρα ἢ  $N\Sigma$  πρὸς  $\Sigma\Theta$ , ἢ  $\Gamma\Sigma$  πρὸς  $\Sigma H$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἢ  $N\Sigma$  πρὸς  $\Sigma\Theta$ , τὸ  $ΝΓ$  πρὸς  $\Gamma\Theta$ , ὡς δὲ ἢ  $\Gamma\Sigma$  πρὸς  $\Sigma H$ , τὸ  $\rho\Gamma$  πρὸς  $\rho H$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  $ΝΓ$  πρὸς τὸ  $\Gamma\Theta$ , τὸ  $\rho\Gamma$  πρὸς τὸ  $\rho H$ . καὶ ὡς ἔν πρὸς ἔν, οὔτως ἅπαντα πρὸς
- 25 ἅπαντα· ὡς ἄρα τὸ  $ΝΓ$  πρὸς  $\Gamma\Theta$ , ὅλον τὸ  $ΝΑ$  πρὸς  $\Gamma\Theta$  καὶ  $\rho H$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ  $EB$  τῇ  $BH$ , ἴση ἐστὶ καὶ ἢ  $AB$  τῇ  $B\Pi$  καὶ τὸ  $A\Xi$  τῷ  $BH$ . τὸ δὲ  $A\Xi$  ἴσον τῷ  $\Gamma\Theta$  καὶ τὸ  $BH$  ἄρα ἴσον τῷ  $\Gamma\Theta$ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ  $ΝΓ$  πρὸς  $\Gamma\Theta$ , οὔτως ὅλον τὸ  $ΑΝ$  πρὸς τὸ  $BH$

1. ἢ ὅλη? 2. ἀφῆς] om. V; corr. Memus. 13.  $KBA$ ]  $BKA$  V; corr. p ( $ABK$ ). 17.  $P\Theta\Sigma N$ ]  $\Theta P\Sigma N$  V; corr. p.

nem oppositam asymptotamque posita ad rectam inter asymptotam alteramque sectionem positam.

sint oppositae  $A, B$ , quarum centrum sit  $\Gamma$ , asymptotae autem  $\Delta E, ZH$ , et in  $\Gamma H$  sumatur punctum  $H$ ,



ab eoque contingens ducatur  $HBE, H\Theta$  autem ita, ut neque rectae  $\Gamma E$  parallela sit neque sectionem in duobus punctis secet.

iam rectam  $\Theta H$  productam et cum  $\Gamma \Delta$  concurrere et ea de

causa cum sectione, demonstratum est [II, 11]. concurrat in  $A$ , et per  $B$  rectae  $\Gamma H$  parallela ducatur  $KBA$ . dico, esse  $AK : K\Theta = AH : H\Theta$ .

ducantur enim a punctis  $A, \Theta$  rectae  $\Gamma H$  parallelae  $\Theta M, AN$ , a  $B, H, \Theta$  autem rectae  $\Delta E$  parallelae  $B\Xi, H\Pi, P\Theta\Sigma N$ . quoniam igitur  $A\Delta = H\Theta$  [II, 16], erit  $AH : H\Theta = \Delta\Theta : \Theta H$  [Eucl. V, 7]. uerum  $AH : H\Theta = N\Sigma : \Sigma\Theta$  [Eucl. VI, 2] et  $\Delta\Theta : \Theta H = \Gamma\Sigma : \Sigma H$  [Eucl. VI, 4; V, 12, 16]; quare etiam  $N\Sigma : \Sigma\Theta = \Gamma\Sigma : \Sigma H$ . uerum  $N\Sigma : \Sigma\Theta = N\Gamma : \Gamma\Theta$  et  $\Gamma\Sigma : \Sigma H = P\Gamma : PH$  [Eucl. VI, 1]; quare etiam  $N\Gamma : \Gamma\Theta = P\Gamma : PH$ . et ut unum ad unum, ita omnia ad omnia [Eucl. V, 12]; itaque  $N\Gamma : \Gamma\Theta = N\Delta : \Gamma\Theta + PH$ . et quoniam est  $EB = BH$  [II, 3], erit etiam [Eucl. VI, 2; I, 34]  $AB = B\Pi, \Delta\Xi = BH$  [Eucl. VI, 1]. est autem  $\Delta\Xi = \Gamma\Theta$  [II, 12]; quare etiam  $BH = \Gamma\Theta$ . itaque

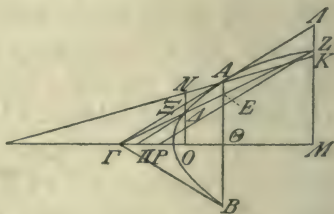
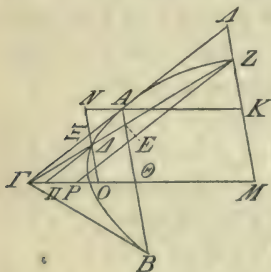
18. ἢ  $\Delta\Theta$  — 19.  $H\Theta$ ] om. V; corr. Comm. 22. τὸ  $N\Gamma$ ] τὸν  $\bar{\gamma}$  V; corr. pvc. 26.  $PH$ ] ἢ  $\bar{\varrho}\eta$  V; corr. p.



καὶ  $P\Theta$ , τουτέστι τὸ  $P\Xi$ . ἴσον δὲ τὸ  $P\Xi$  τῷ  $\Lambda\Theta$ ,  
 ἐπεὶ καὶ τὸ  $\Gamma\Theta$  τῷ  $B\Gamma$  καὶ τὸ  $M\Theta$  τῷ  $\Xi\Theta$ . ἔστιν ἄρα,  
 ὡς τὸ  $N\Gamma$  πρὸς τὸ  $\Gamma\Theta$ , οὕτως τὸ  $N\Lambda$  πρὸς  $\Lambda\Theta$ . ἀλλ'  
 ὡς μὲν τὸ  $N\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Theta$ , ἢ  $N\Sigma$  πρὸς  $\Sigma\Theta$ , τουτέστιν  
 5 ἢ  $AH$  πρὸς  $H\Theta$ , ὡς δὲ τὸ  $N\Lambda$  πρὸς  $\Lambda\Theta$ , ἢ  $NP$   
 πρὸς  $P\Theta$ , τουτέστιν ἢ  $AK$  πρὸς  $K\Theta$  καὶ ὡς ἄρα ἢ  
 $AK$  πρὸς  $K\Theta$ , ἢ  $AH$  πρὸς  $H\Theta$ .

λζ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας ἢ τῶν  
 10 ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι,  
 καὶ ἐπὶ μὲν τὰς ἀφὰς αὐτῶν ἐπιζευχθῆ εὐθεῖα, ἀπὸ  
 δὲ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων διαχθῆ τις τέμ-  
 νουσα τὴν γραμμὴν κατὰ δύο σημεῖα, ἔσται, ὡς ὅλη  
 πρὸς τὴν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένην, τὰ γινόμενα τμή-  
 15 ματα ὑπὸ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνυούσης.



ἔστω κώνου τομῆς ἢ  $AB$  καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ  $AG, GB$ ,  
 καὶ ἐπεζεύχθω ἢ  $AB$ , καὶ διήχθω ἢ  $\Gamma\Delta EZ$ . λέγω,  
 ὅτι ἔστιν, ὡς ἢ  $\Gamma Z$  πρὸς  $\Gamma\Delta$ , ἢ  $ZE$  πρὸς  $E\Delta$ .

ἤχθωσαν διὰ τῶν  $\Gamma, A$  διάμετροι τῆς τομῆς αἱ

2.  $B\Gamma$ ]  $B\Theta V$ ; corr. Memus. 13. ἢ ὅλη? 15. τῆς]  
 τῆς ἐπὶ  $V$ ; corr. Memus. 18.  $\Gamma Z$ ]  $\Gamma\Delta V$ ; corr. p ( $Z\Gamma$ ).  
 $\Gamma\Delta$ ]  $\Gamma Z V$ ; corr. p.

$NG : \Gamma\Theta = AN : BH + PH = AN : P\Sigma$ . est autem  $P\Sigma = A\Theta$ , quoniam etiam  $\Gamma\Theta = B\Gamma$  [II, 12] et  $MB = \Sigma\Theta$ . itaque  $NG : \Gamma\Theta = NA : A\Theta$ . uerum

$NG : \Gamma\Theta = N\Sigma : \Sigma\Theta$  [Eucl. VI, 1] =  $AH : H\Theta$  [Eucl. VI, 2], et

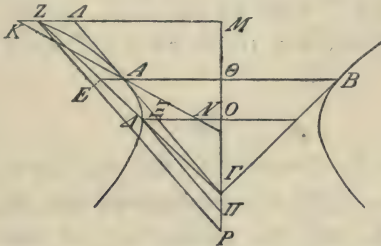
$$NA : A\Theta = NP : P\Theta \text{ [Eucl. VI, 1]}$$

$$= AK : K\Theta \text{ [Eucl. VI, 4; V, 12, 16].}$$

ergo etiam  $AK : K\Theta = AH : H\Theta$ .

XXXVII.

Si duae rectae coni sectionem uel ambitum circuli uel sectiones oppositas contingentes concurrunt, et ad puncta contactus earum recta ducitur, a puncto autem concursus contingentium recta ducitur lineam in duobus punctis secans, erunt, ut tota ad partem extrinsecus abscisam, ita partes a recta puncta contactus coniungenti effectae.



sit coni sectio  $AB$  contingentesque  $AG$ ,  $GB$ , et ducatur  $AB$ , ducaturque  $GAEZ$ . dico, esse

$$\Gamma Z : \Gamma A = ZE : EA.$$

per  $\Gamma$ ,  $A$  diametri sectionis ducantur  $\Gamma\Theta$ ,  $AK$ ,

Praeter nostras figuras duas habet V alios casus in oppositis repraesentantes.

$\Gamma\Theta$ ,  $AK$ , διὰ δὲ τῶν  $Z$ ,  $\Delta$  παρὰ τὰς  $A\Theta$ ,  $\Lambda\Gamma$  αἱ  
 $\Delta\Pi$ ,  $ZP$ ,  $\Lambda ZM$ ,  $N\Delta O$ . ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστιν  
ἡ  $\Lambda ZM$  τῇ  $\Xi\Delta O$ , ἔστιν, ὡς ἡ  $Z\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Delta$ , ἡ  $\Lambda Z$   
πρὸς  $\Xi\Delta$  καὶ ἡ  $ZM$  πρὸς  $\Delta O$  καὶ ἡ  $\Lambda M$  πρὸς  $\Xi O$ .  
5 καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Lambda M$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Xi O$ , τὸ ἀπὸ  $ZM$   
πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta O$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $\Lambda M$  πρὸς τὸ  
ἀπὸ  $\Xi O$ , τὸ  $\Lambda M\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $\Xi\Gamma O$ , ὡς δὲ τὸ  
ἀπὸ  $ZM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $O\Delta$ , τὸ  $ZPM$  τρίγωνον πρὸς  
τὸ  $\Delta\Pi O$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  $\Lambda\Gamma M$  πρὸς τὸ  $\Xi O\Gamma$ , τὸ  
10  $ZPM$  πρὸς τὸ  $\Delta\Pi O$ , καὶ λοιπὸν τὸ  $\Lambda\Gamma PZ$  τετρά-  
πλευρον πρὸς λοιπὸν τὸ  $\Xi\Gamma\Pi\Delta$ . ἴσον δὲ τὸ μὲν  
 $\Lambda\Gamma PZ$  τετράπλευρον τῷ  $\Lambda AK$  τριγώνῳ, τὸ δὲ  $\Xi\Gamma\Pi\Delta$   
τῷ  $AN\Xi$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Lambda M$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Xi O$ , τὸ  
 $\Lambda AK$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $AN\Xi$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  
15  $\Lambda M$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Xi O$ , τὸ ἀπὸ  $Z\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$ ,  
ὡς δὲ τὸ  $\Lambda AK$  πρὸς τὸ  $AN\Xi$ , τὸ ἀπὸ  $\Lambda A$  πρὸς τὸ  
ἀπὸ  $A\Xi$  καὶ τὸ ἀπὸ  $ZE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $E\Delta$ . καὶ ὡς  
ἄρα τὸ ἀπὸ  $Z\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $ZE$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $E\Delta$ . καὶ διὰ τοῦτο ὡς ἡ  $Z\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Delta$ , ἡ  $ZE$   
20 πρὸς  $\Delta E$ .

λη'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν διὰ τῆς συμπτώσεως τῶν  
ἐφαπτομένων ἀχθῆ τις εὐθεῖα παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπι-  
ξενυγνύουσαν, καὶ διὰ μέσης τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξενυ-  
25 ννούσης ἀχθεῖσα εὐθεῖα τέμνη τὴν τομὴν κατὰ δύο  
σημεῖα καὶ τὴν διὰ τῆς συμπτώσεως παράλληλον τῇ  
τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνύουση, ἔσται, ὡς ὅλη ἡ διηγμένη  
πρὸς τὴν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένην μεταξὺ τῆς τομῆς

10.  $\Lambda\Gamma PZ$ ] p,  $\Lambda\Gamma PZ$  corr. ex  $\Lambda\Gamma P\Xi$  m. 1 V. 15.  $\Lambda M$   
— τὸ ἀπό (alt.)] om. V; corr. p (τῆς  $\Lambda M$ , τῆς  $\Xi O$ , ἀπὸ τῆς).

per  $Z$ ,  $\Delta$  autem rectis  $A\Theta$ ,  $A\Gamma$  parallelae  $\Delta\Pi$ ,  $ZP$ ,  $AZM$ ,  $N\Delta O$ . iam quoniam  $AZM$ ,  $\Xi\Delta O$  parallelae sunt, erit

$Z\Gamma : \Gamma\Delta = AZ : \Xi\Delta$  [Eucl. VI, 4] =  $ZM : \Delta O = AM : \Xi O$ ;  
quare etiam  $AM^2 : \Xi O^2 = ZM^2 : \Delta O^2$ . uerum

$$AM^2 : \Xi O^2 = AM\Gamma : \Xi\Gamma O \text{ [Eucl. VI, 19],}$$

et  $ZM^2 : O\Delta^2 = ZPM : \Delta\Pi O$ ; quare etiam

$$A\Gamma M : \Xi O\Gamma = ZPM : \Delta\Pi O = A\Gamma PZ : \Xi\Gamma\Pi\Delta \text{ [Eucl. V, 19].}$$

uerum  $A\Gamma PZ = A\Lambda K$ ,  $\Xi\Gamma\Pi\Delta = AN\Xi$  [II, 30; II, 5—6; III, 2; — III, 11]; itaque

$$AM^2 : \Xi O^2 = A\Lambda K : AN\Xi.$$

est autem  $AM^2 : \Xi O^2 = Z\Gamma^2 : \Gamma\Delta^2$ ,

$$A\Lambda K : AN\Xi = AA^2 : A\Xi^2 \text{ [Eucl. VI, 19]} \\ = ZE^2 : E\Delta^2 \text{ [Eucl. VI, 2];}$$

quare etiam  $Z\Gamma^2 : \Gamma\Delta^2 = ZE^2 : E\Delta^2$ . ergo

$$Z\Gamma : \Gamma\Delta = ZE : \Delta E.$$

### XXXVIII.

Iisdem positis si per punctum concursus contingentium recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela, rectaque per mediam rectam puncta contactus coniungentem ducta sectionem secat in duobus punctis rectamque per punctum concursus rectae puncta contactus coniungenti parallelam ductam, erunt, ut tota recta ita ducta ad partem extrinsecus inter sectionem parallelamque abscisam, ita partes a recta ad puncta contactus ducta effectae.

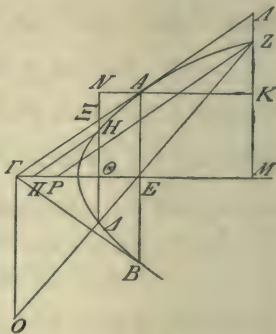


καὶ τῆς παραλλήλου, τὰ γινόμενα τμήματα ὑπὸ τῆς ἐπὶ τὰς ἀφὰς ἐπιξεννυμένης.

ἔστω ἡ  $AB$  τομὴ καὶ αἱ  $AG, BG$  ἐφαπτόμεναι καὶ ἡ  $AB$  τὰς ἀφὰς ἐπιξεννύουσα καὶ αἱ  $AN, GM$  διά-  
5 μετροὶ φανερόν δὴ, ὅτι ἡ  $AB$  δίχα τέμνεται κατὰ τὸ  $E$ .

ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  τῆ  $AB$  παράλληλος ἡ  $\Gamma O$ , καὶ διήχθω διὰ τοῦ  $E$  ἡ  $ZE\Delta O$ . λέγω,  
10 ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ  $ZO$  πρὸς  $O\Delta$ , ἡ  $ZE$  πρὸς  $E\Delta$ .

ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  $Z, \Delta$  παρὰ τὴν  $AB$  αἱ  $AZKM, \Delta\Theta H\Xi N$ , διὰ δὲ  
15 τῶν  $Z, H$  παρὰ τὴν  $AG$



αἱ  $ZP, HP$ . ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $AM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Xi\Theta$ , τὸ ἀπὸ  $AA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Xi$ . καὶ ἐστίν, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $AM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Xi\Theta$ , τὸ ἀπὸ  $AG$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Xi$  καὶ  
20 τὸ ἀπὸ  $ZO$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $O\Delta$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $AA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Xi$ , τὸ ἀπὸ  $ZE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $E\Delta$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $ZO$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $O\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $ZE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $E\Delta$ , καὶ ὡς ἡ  $ZO$  πρὸς  $O\Delta$ , ἡ  $ZE$  πρὸς  $E\Delta$ .

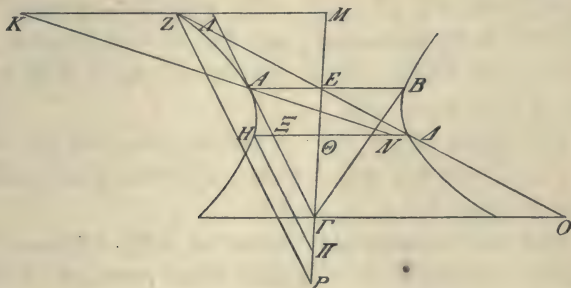
λθ'.

25 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, καὶ διὰ τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῆ, ἀπὸ δὲ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων ἀχθεῖσα εὐθεῖα

9.  $ZEO\Delta$  V; corr. p. 13.  $Z] \Xi$  V; corr. p. 14.  
 $\Delta\Theta HN\Xi N$  V; corr. Memus. 20.  $O\Delta] A\Delta$  V; corr. p. 23.  
 In  $E\Delta$  (alt.) desinit uol. I codicis V (fol. 120).

sit sectio  $AB$ , contingentes  $A\Gamma$ ,  $B\Gamma$ , puncta contactus coniungens  $AB$ , diametri  $AN$ ,  $\Gamma M$ ; manifestum igitur,  $AB$  in  $E$  in duas partes aequales secari [II, 30, 39].

a  $\Gamma$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $\Gamma O$ , et per  $E$  ducatur  $ZE\Delta O$ . dico, esse  $ZO : O\Delta = ZE : E\Delta$ .



nam a  $Z$ ,  $\Delta$  rectae  $AB$  parallelae ducantur  $AZKM$ ,  $\Delta\Theta H\Xi N$ , per  $Z$ ,  $H$  autem rectae  $A\Gamma$  parallelae  $ZP$ ,  $H\Pi$ . iam eodem modo, quo antea, demonstrabimus, esse  $AM^2 : \Xi\Theta^2 = A\Delta^2 : A\Xi^2$  [u. prop. XXXVII]. est autem

$$AM^2 : \Xi\Theta^2 = A\Gamma^2 : \Gamma\Xi^2 \text{ [Eucl. VI, 4]}$$

$$= ZO^2 : O\Delta^2 \text{ [Eucl. VI, 2]},$$

et  $A\Delta^2 : A\Xi^2 = ZE^2 : E\Delta^2$  [Eucl. VI, 2]; itaque  $ZO^2 : O\Delta^2 = ZE^2 : E\Delta^2$  et  $ZO : O\Delta = ZE : E\Delta$ .

XXXIX.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et per puncta contactus recta ducitur, a puncto autem concursus contingentium ducta recta utramque sectio-

In V figura 2 minus adcurate descripta est; V praeterea tertiam figuram oppositarum habet.

τέμνη ἑκατέραν τῶν τομῶν καὶ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπι-  
 ζευγνύουσαν, ἔσται, ὡς ὅλη ἢ διηγμένη πρὸς τὴν ἐκτὸς  
 ἀπολαμβανομένην μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς τὰς ἀφὰς  
 ἐπιζευγνυούσης, οὕτως τὰ γινόμενα τμήματα τῆς εὐθείας  
 5 ὑπὸ τῶν τομῶν καὶ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ὧν κέντρον τὸ  $\Gamma$ ,  
 ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ  $A\Delta, \Delta B$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ  
 $AB, \Gamma\Delta$  ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ διὰ τοῦ  $\Delta$  διήχθω τις  
 εὐθεῖα ἢ  $E\Delta ZH$ . λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς ἢ  $EH$  πρὸς  
 10  $HZ$ , ἢ  $E\Delta$  πρὸς  $\Delta Z$ .

ἐπεξεύχθω γὰρ ἢ  $A\Gamma$  καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ διὰ τῶν  
 $E, Z$  παρὰ μὲν τὴν  $AB$  ἤχθωσαν αἱ  $E\Theta\Sigma, Z\Lambda MN\Xi O$ ,  
 παρὰ δὲ τὴν  $A\Delta$  αἱ  $E\Pi, ZP$ .

ἐπεὶ οὖν παράλληλοί εἰσιν αἱ  $Z\Xi, E\Sigma$  καὶ δι-  
 15 ηγμέναι εἰς αὐτὰς αἱ  $EZ, \Xi\Sigma, \Theta M$ , ἔστιν, ὡς ἢ  $E\Theta$   
 πρὸς  $\Theta\Sigma$ , ἢ  $ZM$  πρὸς  $M\Xi$ . καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἢ  $E\Theta$   
 πρὸς  $ZM$ , ἢ  $\Theta\Sigma$  πρὸς  $\Xi M$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Theta E$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $MZ$ , τὸ ἀπὸ  $\Theta\Sigma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Xi M$ . ἀλλ'  
 ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $E\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $MZ$ , τὸ  $E\Theta\Pi$  τρί-  
 20 γωνον πρὸς τὸ  $ZPM$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $\Theta\Sigma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $\Xi M$ , τὸ  $\Delta\Theta\Sigma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $\Xi M\Delta$ . καὶ ὡς ἄρα  
 τὸ  $E\Theta\Pi$  πρὸς τὸ  $ZPM$ , τὸ  $\Delta\Theta\Sigma$  πρὸς τὸ  $\Xi M\Delta$ .  
 ἴσον δὲ τὸ μὲν  $E\Theta\Pi$  τοῖς  $A\Sigma K, \Theta\Delta\Sigma$ , τὸ δὲ  $PMZ$   
 τοῖς  $A\Xi N, \Delta M\Xi$ . ὡς ἄρα τὸ  $\Delta\Theta\Sigma$  πρὸς τὸ  $\Xi M\Delta$ ,  
 25 τὸ  $A\Sigma K$  μετὰ τοῦ  $\Theta\Delta\Sigma$  πρὸς τὸ  $A\Xi N$  μετὰ τοῦ  
 $\Xi M\Delta$ , καὶ λοιπὸν τὸ  $A\Sigma K$  πρὸς λοιπὸν τὸ  $A\Xi N$   
 ἔστιν, ὡς τὸ  $\Delta\Sigma\Theta$  πρὸς τὸ  $\Delta\Xi M$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ

4. τῆς] ὑπὸ τῆς V; ἐπὶ τῆς p; corr. Memus. 8.  $\Delta$ ] E V;  
 corr. Memus. 12.  $\Xi\Lambda MN\Xi O$  V; corr. p. 16.  $ZM$ ]  $\Xi M$  V;  
 corr. p. 24.  $A\Xi N$ ]  $A\Xi M$  V; corr. Memus. 26. τό] (pr.)  
 ego; ὡς τό V; ἄρα τό Halley.





$ΑΣΚ$  πρὸς τὸ  $ΑΝΞ$ , τὸ ἀπὸ  $ΚΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΝ$ ,  
 τουτέστι τὸ ἀπὸ  $ΕΗ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΖΗ$ , ὡς δὲ τὸ  $ΔΘΣ$   
 πρὸς τὸ  $ΞΔΜ$ , τὸ ἀπὸ  $ΘΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔΜ$ , τουτέ-  
 5 πρὸς  $ΕΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔΖ$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  $ΕΗ$   
 πρὸς  $ΗΖ$ , ἢ  $ΕΔ$  πρὸς  $ΔΖ$ .

μ'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν διὰ τῆς συμπτώσεως τῶν  
 ἐφαπτομένων ἀχθῆ εὐθεία παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπι-  
 ζευγνύουσαν, καὶ ἀπὸ μέσης τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγ-  
 10 ννούσης ἀχθεῖσα εὐθεία τέμνη ἑκατέραν τῶν τομῶν  
 καὶ τὴν παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν, ἔσται,  
 ὡς ὅλη ἢ διηγμένη πρὸς τὴν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένην  
 μεταξὺ τῆς παραλλήλου καὶ τῆς τομῆς, οὕτως τὰ γι-  
 νόμενα τμήματα τῆς εὐθείας ὑπὸ τῶν τομῶν καὶ τῆς  
 15 τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσας.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ὧν κέντρον τὸ  $\Gamma$ ,  
 ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ  $ΑΔ, ΔΒ$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $ΑΒ$   
 καὶ ἡ  $\GammaΔΕ$ . ἴση ἄρα ἡ  $ΑΕ$  τῇ  $ΕΒ$ . καὶ ἀπὸ μὲν  
 τοῦ  $\Delta$  παρὰ τὴν  $ΑΒ$  ἤχθω ἡ  $ΖΔΗ$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $Ε$ ,  
 20 ὡς ἔτυχεν, ἡ  $ΑΕ$ . λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς ἡ  $\ThetaΔ$  πρὸς  
 $ΑΚ$ , ἢ  $\ThetaΕ$  πρὸς  $ΕΚ$ .

ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν  $\Theta, Κ$  παρὰ μὲν τὴν  $ΑΒ$  αἱ  
 $ΝΜ\ThetaΞ, ΚΟΠ$ , παρὰ δὲ τὴν  $ΑΔ$  αἱ  $\ThetaΡ, ΚΣ$ , καὶ  
 διήχθω ἡ  $\XiΑΓΤ$ .

25 ἐπεὶ οὖν εἰς παραλλήλους τὰς  $\XiΜ, ΚΠ$  διηγμέναι  
 εἰσὶν αἱ  $\XiΑΡ, ΜΑΠ$ , ἔστιν, ὡς ἡ  $\XiΑ$  πρὸς  $ΑΡ$ ,  
 ἢ  $ΜΑ$  πρὸς  $ΑΠ$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $\XiΑ$  πρὸς  $ΑΤ$ , ἢ  $\ThetaΕ$

20.  $ΑΕ$ ] ego;  $ΔΕ$  V;  $\ThetaΕΚΑ$  Halley cum Memo. 23.  
 $ΝΜ\ThetaΞ$ ]  $\ThetaΜΝΞ$  V; corr. p ( $\Xi\ThetaΜΝ$ ). 24.  $\XiΑΓΤ$ ]  
 $ΑΓΞΤ$  V; corr. p. 26.  $ΜΑΠ$ ]  $ΜΑΓ$  V; corr. p. 27.  $ΜΑ$ ]  
 $ΜΔ$  V; corr. p.

$$A\Sigma K : AN\Xi = KA^2 : AN^2 \text{ [Eucl. VI, 19]} \\ = EH^2 : ZH^2 \text{ [Eucl. VI, 2; VI, 4; V, 12; V, 16],}$$

et

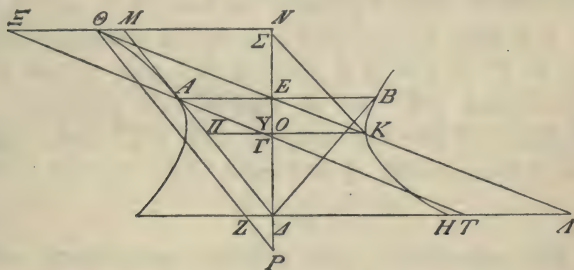
$$\Delta\Theta\Sigma : \Xi\Delta M = \Theta\Delta^2 : \Delta M^2 \text{ [Eucl. VI, 19]} \\ = E\Delta^2 : \Delta Z^2 \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

ergo etiam  $EH : HZ = E\Delta : \Delta Z$ .

XL.

Iisdem positis si per punctum concursus contingentium recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela, et recta a media recta puncta contactus coniungenti ducta utramque sectionem secat rectamque rectae puncta contactus coniungenti parallelam, erunt, ut tota recta ita ducta ad partem extrinsecus inter parallelam sectionemque abscisam, ita partes rectae a sectionibus rectaque puncta contactus coniungenti effectae.

sint oppositae  $A, B$ , quarum centrum sit  $\Gamma$ , contingentes autem  $\Delta A, \Delta B$ , et ducantur  $AB$  et  $\Gamma\Delta E$ ;



itaque  $AE = EB$  [II, 39]. et a  $\Delta$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $Z\Delta H$ , ab  $E$  autem quoquo modo  $AE$ , dico, esse  $\Theta A : \Delta K = \Theta E : EK$ .

πρὸς  $EK$ . ὡς δὲ ἡ  $\Theta E$  πρὸς  $EK$ , ἡ  $\Theta N$  πρὸς  $KO$   
 διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν  $\Theta EN$ ,  $KEO$  τριγώνων· ὡς  
 ἄρα ἡ  $\Theta N$  πρὸς  $KO$ , ἡ  $MA$  πρὸς  $AP$ . καὶ ὡς ἄρα  
 τὸ ἀπὸ  $\Theta N$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KO$ , τὸ ἀπὸ  $MA$  πρὸς τὸ  
 5 ἀπὸ  $AP$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $\Theta N$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $OK$ ,  
 τὸ  $\Theta PN$  τριγώνου πρὸς τὸ  $KSO$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $MA$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $AP$ , τὸ  $\Xi MA$  τριγώνου πρὸς τὸ  $ATP$ .  
 καὶ ὡς ἄρα τὸ  $\Theta NP$  πρὸς τὸ  $KOS$ , τὸ  $\Xi MA$  πρὸς  
 τὸ  $ATP$ . ἴσον δὲ τὸ  $\Theta NP$  τοῖς  $\Xi AM$ ,  $MN\Delta$ , τὸ  
 10 δὲ  $\Sigma OK$  τοῖς  $ATP$ ,  $\Delta OP$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  $\Xi MA$   
 μετὰ τοῦ  $MN\Delta$  τριγώνου πρὸς τὸ  $ATP$  τριγώνου  
 μετὰ τοῦ  $\Pi\Delta O$  τριγώνου, οὕτως τὸ  $\Xi MA$  τριγώνου  
 πρὸς τὸ  $\Pi\Gamma A$  τριγώνου· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ  $NM\Delta$   
 πρὸς λοιπὸν τὸ  $\Delta OP$  τριγώνον ἔστιν, ὡς ὅλον πρὸς  
 15 ὅλον. ἀλλ' ὡς τὸ  $\Xi MA$  τριγώνου πρὸς τὸ  $ATP$   
 τριγώνου, τὸ ἀπὸ  $\Xi A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AT$ , ὡς δὲ τὸ  
 $M\Delta N$  πρὸς τὸ  $\Pi\Delta O$ , τὸ ἀπὸ  $MN$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $PO$ .  
 καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $MN$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $PO$ , τὸ ἀπὸ  
 $\Xi A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AT$ . ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $MN$  πρὸς τὸ  
 20 ἀπὸ  $PO$ , τὸ ἀπὸ  $N\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $O\Delta$ , ὡς δὲ τὸ  
 ἀπὸ  $\Xi A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AT$ , τὸ ἀπὸ  $\Theta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $EK$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $N\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta O$ , τὸ ἀπὸ  $\Theta A$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $AK$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Theta E$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $EK$ , τὸ ἀπὸ  $\Theta A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AK$ . ἔστιν ἄρα,  
 25 ὡς ἡ  $\Theta E$  πρὸς  $EK$ , ἡ  $\Theta A$  πρὸς  $AK$ .

μα'.

Ἐὰν παραβολῆς τρεῖς εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσιν ἀλλήλαις, εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τμηθήσονται.

4. πρὸς] (alt.) bis V; corr. p. c. 8. τὸ  $\Xi MA$ ] om. V;  
 corr. p. 13.  $\Xi NM\Delta$  V; corr. p ( $MN\Delta$ ). 25.  $\Theta E$ ] cp,  
 E obscurum in V;  $\Theta \Sigma$  v.

a  $\Theta$ ,  $K$  rectae  $AB$  parallelae ducantur  $NM\Theta E$ ,  $KO\Pi$ , rectae autem  $A\Delta$  parallelae  $\Theta P$ ,  $K\Sigma$ , et ducatur  $\Xi A\Gamma T$ .

quoniam igitur in parallelas  $\Xi M$ ,  $K\Pi$  incidunt  $\Xi A\Gamma$ ,  $M A\Pi$ , erit [Eucl. VI, 4]  $\Xi A : A\Gamma = M A : A\Pi$ . uerum  $\Xi A : A\Gamma = \Theta E : EK$  [Eucl. VI, 2]; et

$$\Theta E : EK = \Theta N : KO$$

propter similitudinem triangulorum  $\Theta EN$ ,  $KEO$  [Eucl. VI, 4]; itaque  $\Theta N : KO = M A : A\Pi$ . quare etiam  $\Theta N^2 : KO^2 = M A^2 : A\Pi^2$ . uerum

$\Theta N^2 : OK^2 = \Theta PN : K\Sigma O$ ,  $M A^2 : A\Pi^2 = \Xi M A : A\Gamma\Pi$  [Eucl. VI, 19]; itaque etiam  $\Theta NP : KO\Sigma = \Xi M A : A\Gamma\Pi$ . est autem [prop. XI]  $\Theta NP = \Xi AM + MN\Delta$  et  $\Sigma OK = A\Gamma\Pi + \Delta O\Pi$ ; quare etiam

$$\Xi M A + MN\Delta : A\Gamma\Pi + \Pi\Delta O = \Xi M A : \Pi\Gamma A.$$

itaque etiam [Eucl. V, 19]  $NM\Delta : \Delta O\Pi$ , ut totum ad totum. est autem

$\Xi M A : A\Gamma\Pi = \Xi A^2 : A\Gamma^2$ ,  $M\Delta N : \Pi\Delta O = MN^2 : \Pi O^2$  [Eucl. VI, 19]; quare etiam  $MN^2 : \Pi O^2 = \Xi A^2 : A\Gamma^2$ . uerum

$$MN^2 : \Pi O^2 = N\Delta^2 : O\Delta^2 \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

$$\Xi A^2 : A\Gamma^2 = \Theta E^2 : EK^2 \text{ [Eucl. VI, 2],}$$

$$N\Delta^2 : \Delta O^2 = \Theta A^2 : AK^2 \text{ [Eucl. VI, 4; VI, 2; V, 12; V, 16];}$$

itaque etiam  $\Theta E^2 : EK^2 = \Theta A^2 : AK^2$ . ergo

$$\Theta E : EK = \Theta A : AK.$$

XLI.

Si tres rectae parabolam contingentes inter se concurrunt, secundum eandem rationem secabuntur.



ἔστω παραβολὴ ἡ  $ΑΒΓ$ , ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ  $ΑΔΕ$ ,  $ΕΖΓ$ ,  $ΔΒΖ$ . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ  $ΓΖ$  πρὸς  $ΖΕ$ , ἡ  $ΕΔ$  πρὸς  $ΔΑ$  καὶ ἡ  $ΖΒ$  πρὸς  $ΒΔ$ .

ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ  $ΑΓ$  καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ  
5 τὸ  $H$ .

ὅτι μὲν οὖν ἡ ἀπὸ τοῦ  $E$  ἐπὶ τὸ  $H$  διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς, φανερόν.

εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ  $B$  ἔρχεται, παράλληλός ἐστὶν ἡ  $ΔΖ$  τῇ  $ΑΓ$  καὶ δίχα τμηθήσεται κατὰ τὸ  $B$  ὑπὸ  
10 τῆς  $ΕΗ$ , καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἔσται ἡ  $ΑΔ$  τῇ  $ΔΕ$  καὶ ἡ  $ΓΖ$  τῇ  $ΖΕ$ , καὶ φανερόν τὸ ζητούμενον.

μὴ ἐρχέσθω διὰ τοῦ  $B$ , ἀλλὰ διὰ τοῦ  $\Theta$ , καὶ ἤχθω διὰ τοῦ  $\Theta$  παρὰ τὴν  $ΑΓ$  ἡ  $Κ\Theta Α$ . ἐφάπεται ἄρα τῆς τομῆς κατὰ τὸ  $\Theta$ , καὶ διὰ τὰ εἰρημμένα ἴση ἔσται ἡ  $ΑΚ$   
15 τῇ  $ΚΕ$  καὶ ἡ  $ΑΓ$  τῇ  $ΑΕ$ . ἤχθω διὰ μὲν τοῦ  $B$  παρὰ τὴν  $ΕΗ$  ἡ  $ΜΝΒΞ$ , διὰ δὲ τῶν  $A, Γ$  παρὰ τὴν  $ΔΖ$  αἱ  $ΑΟ, ΓΠ$ . ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστὶν ἡ  $ΜΒ$  τῇ  $Ε\Theta$ , διάμετρος ἐστὶν ἡ  $ΜΒ$  καὶ ἐφάπτεται κατὰ τὸ  $B$  ἡ  $ΔΖ$  κατηγμέναι ἄρα εἰσὶν αἱ  $ΑΟ, ΓΠ$ . καὶ ἐπεὶ  
20 διάμετρος ἐστὶν ἡ  $ΜΒ$ , ἐφαπτομένη δὲ ἡ  $ΓΜ$ , κατηγμένη δὲ ἡ  $ΓΠ$ , ἴση ἔσται ἡ  $ΜΒ$  τῇ  $ΒΠ$ . ὥστε καὶ ἡ  $ΜΖ$  τῇ  $ΖΓ$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ  $ΜΖ$  τῇ  $ΖΓ$  καὶ ἡ  $ΕΑ$  τῇ  $ΑΓ$ , ἔστιν, ὡς ἡ  $ΜΓ$  πρὸς  $ΓΖ$ , ἡ  $ΕΓ$  πρὸς  $ΓΑ$  καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $ΜΓ$  πρὸς  $ΓΕ$ , ἡ  $ΖΓ$  πρὸς  $ΓΑ$ .  
25 ἀλλ' ὡς ἡ  $ΜΓ$  πρὸς  $ΓΕ$ , ἡ  $ΞΓ$  πρὸς  $ΓΗ$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  $ΖΓ$  πρὸς  $ΓΑ$ , ἡ  $ΞΓ$  πρὸς  $ΓΗ$ . ὡς δὲ ἡ  $ΗΓ$  πρὸς  $ΓΑ$ , ἡ  $ΑΓ$  πρὸς  $ΓΕ$  [διπλασία γὰρ ἑκατέρω] δι' ἴσου ἄρα, ὡς ἡ  $ΑΓ$  πρὸς  $ΓΞ$ , ἡ  $ΕΓ$  πρὸς  $ΓΖ$ ,

13.  $Κ\Theta Α$ ]  $\Theta Κ Α$  V; corr. p. 20. Post  $ΜΒ$  del. m. 1  
τῇ  $Ε\Theta$  διάμετρος ἐστὶν ἡ  $ΜΒ$  V. 21. ἔσται] bis V; corr. p.vc.  
27. διπλασία γὰρ ἑκατέρω] deleo.

sit parabola  $AB\Gamma$ , contingentes autem  $A\Delta E$ ,  $EZ\Gamma$ ,  $\Delta BZ$ . dico, esse  $\Gamma Z:ZE = E\Delta:\Delta A = ZB:BA$ .

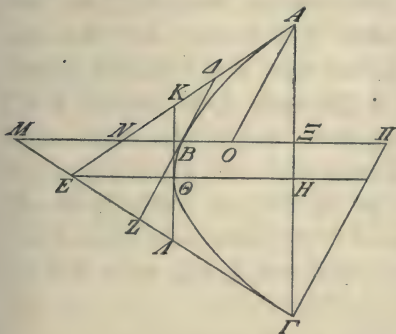
ducatur enim  $A\Gamma$  et in  $H$  in duas partes aequales secetur.

iam rectam ab  $E$  ad  $H$  ductam diametrum esse sectionis, manifestum est [II, 29].

iam si ea per  $B$  cadit,  $\Delta Z$  rectae  $A\Gamma$  parallela erit [II, 5] et ad  $B$  ab  $EH$  in duas partes aequales secabitur [Eucl. VI, 4], qua de causa erit  $A\Delta = \Delta E$ ,

$\Gamma Z = ZE$  [I, 35; Eucl. VI, 2], et manifestum est, quod quaerimus.

iam ne cadat per  $B$ , sed per  $\Theta$ , et per  $\Theta$  rectae  $A\Gamma$  parallela ducatur  $K\Theta A$ ; ea igitur sectionem continget in  $\Theta$  [I, 32], et



propter ea, quae diximus, erit  $AK = KE$ ,  $A\Gamma = \Delta E$ . iam per  $B$  rectae  $EH$  parallela ducatur  $MNB\Xi$ , per  $A, \Gamma$  autem rectae  $\Delta Z$  parallelae  $AO, \Gamma\Pi$ . quoniam igitur  $MB, E\Theta$  parallelae sunt, diameter est  $MB$  [I, 51 coroll.]; et  $\Delta Z$  in  $B$  contingit; itaque  $AO, \Gamma\Pi$  ordinate ductae sunt [I def.4]. et quoniam  $MB$  diameter est, contingens  $\Gamma M$ , ordinate ducta  $\Gamma\Pi$ , erit  $MB = B\Pi$  [I, 35]; quare etiam  $MZ = Z\Gamma$  [Eucl. VI, 2]. et quoniam est  $MZ = Z\Gamma$ ,  $E\Delta = A\Gamma$ , erit

$$M\Gamma : \Gamma Z = E\Gamma : \Gamma A$$

et permutando [Eucl. V, 16]  $M\Gamma : \Gamma E = Z\Gamma : \Gamma A$ .

καὶ ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ  $ΕΓ$  πρὸς  $ΕΖ$ , ἡ  $ΓΑ$  πρὸς  $ΑΞ$ .  
 διελόντι, ὡς ἡ  $ΓΖ$  πρὸς  $ΖΕ$ , ἡ  $ΓΞ$  πρὸς  $ΞΑ$ . πάλιν  
 ἐπεὶ διάμετρος ἐστὶν ἡ  $ΜΒ$  καὶ ἐφαπτομένη ἡ  $ΑΝ$   
 καὶ κατηγμένη ἡ  $ΑΟ$ , ἴση ἐστὶν ἡ  $ΝΒ$  τῇ  $ΒΟ$  καὶ ἡ  
 5  $ΝΔ$  τῇ  $ΔΑ$ . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $ΕΚ$  τῇ  $ΚΑ$ . ὡς ἄρα ἡ  
 $ΑΕ$  πρὸς  $ΑΚ$ , ἡ  $ΝΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ . ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $ΕΑ$   
 πρὸς  $ΑΝ$ , ἡ  $ΚΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $ΕΑ$  πρὸς  $ΑΝ$ ,  
 ἡ  $ΗΑ$  πρὸς  $ΑΞ$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  $ΚΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ , ἡ  $ΗΑ$   
 πρὸς  $ΑΞ$ . ἐστὶ δὲ καί, ὡς ἡ  $ΓΑ$  πρὸς  $ΑΗ$ , ἡ  $ΕΑ$   
 10 πρὸς  $ΑΚ$  [διπλασία γὰρ ἑκατέρω ἐκατέρας]. δι' ἴσου  
 ἄρα, ὡς ἡ  $ΓΑ$  πρὸς  $ΑΞ$ , ἡ  $ΕΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ . διελόντι,  
 ὡς ἡ  $ΓΞ$  πρὸς  $ΞΑ$ , ἡ  $ΕΔ$  πρὸς  $ΔΑ$ . ἐδείχθη δὲ καί,  
 ὡς ἡ  $ΓΞ$  πρὸς  $ΑΞ$ , ἡ  $ΓΖ$  πρὸς  $ΖΕ$ . ὡς ἄρα ἡ  $ΓΖ$   
 πρὸς  $ΖΕ$ , ἡ  $ΕΔ$  πρὸς  $ΑΔ$ . πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ  
 15  $ΓΞ$  πρὸς  $ΞΑ$ , ἡ  $ΓΠ$  πρὸς  $ΑΟ$ , καὶ ἐστὶν ἡ μὲν  $ΓΠ$   
 τῆς  $ΒΖ$  διπλῆ, ἐπεὶ καὶ ἡ  $ΓΜ$  τῆς  $ΜΖ$ , ἡ δὲ  $ΑΟ$   
 τῆς  $ΒΔ$ , ἐπεὶ καὶ ἡ  $ΑΝ$  τῆς  $ΝΔ$ , ὡς ἄρα ἡ  $ΓΞ$   
 πρὸς  $ΞΑ$ , ἡ  $ΖΒ$  πρὸς  $ΒΔ$  καὶ ἡ  $ΓΖ$  πρὸς  $ΖΕ$  καὶ  
 ἡ  $ΕΔ$  πρὸς  $ΔΑ$ .

20

μβ'.

Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερείᾳ  
 ἢ ταῖς ἀντικειμέναις ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου ἀχθῶσι  
 παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, ἄλλη δέ τις, ὡς ἔτυχεν,  
 ἀχθῆ ἐφαπτομένη, ἀποτεμεῖ ἀπ' αὐτῶν εὐθείας ἴσον  
 25 περιεχούσας τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ πρὸς τῇ αὐτῇ δια-  
 μέτρῳ εἶδους.

ἔστω γάρ τις τῶν προειρημένων τομῶν, ἧς διά-  
 μετρος ἡ  $ΑΒ$ , καὶ ἀπὸ τῶν  $Α$ ,  $Β$  ἤχθωσαν παρὰ

1.  $ΑΞ$ ] *vc*, corr. ex  $ΑΓ$  m. 1 V. 10. διπλασία — ἐκα-  
 τέρας] *deleo*. 21. ἐν] *om.* V; corr. p.

uerum  $M\Gamma : \Gamma E = \Xi\Gamma : \Gamma H$  [Eucl. VI, 4]; itaque etiam  $Z\Gamma : \Gamma A = \Xi\Gamma : \Gamma H$ . est autem

$$H\Gamma : \Gamma A = A\Gamma : \Gamma E;$$

nam utraque duplo maior est; ex aequo igitur [Eucl. V, 22]  $A\Gamma : \Gamma \Xi = E\Gamma : \Gamma Z$ , et conuertendo [Eucl. V, 19 coroll.]  $E\Gamma : EZ = \Gamma A : A\Xi$ ; dirimendo [Eucl. V, 17]

$$\Gamma Z : ZE = \Gamma \Xi : \Xi A.$$

rursus quoniam diameter est  $MB$ , contingens  $AN$ , ordinate ducta  $AO$ , erit  $NB = BO$  [I, 35] et [Eucl. VI, 2]  $N\Delta = \Delta A$ . est autem etiam  $EK = KA$ ; quare  $AE : AK = NA : A\Delta$ , et permutando [Eucl. V, 16]  $EA : AN = KA : A\Delta$ . est autem  $EA : AN = HA : A\Xi$  [Eucl. VI, 4]; quare etiam  $KA : A\Delta = HA : A\Xi$ . est autem etiam  $\Gamma A : AH = EA : AK$ ; nam utraque duplo maior est utraque; itaque ex aequo  $\Gamma A : A\Xi = EA : A\Delta$  [Eucl. V, 22]; dirimendo [Eucl. V, 17]  $\Gamma \Xi : \Xi A = E\Delta : \Delta A$ . demonstrauius autem etiam, esse  $\Gamma \Xi : A\Xi = \Gamma Z : ZE$ ; itaque  $\Gamma Z : ZE = E\Delta : \Delta A$ . rursus quoniam est  $\Gamma \Xi : \Xi A = \Gamma \Pi : AO$  [Eucl. VI, 4; V, 16], et  $\Gamma \Pi = 2BZ$  [Eucl. VI, 4], quoniam etiam  $\Gamma M = 2MZ$ , et  $AO = 2B\Delta$  [Eucl. VI, 4], quoniam etiam  $AN = 2N\Delta$ , erit

$$\Gamma \Xi : \Xi A = ZB : B\Delta = \Gamma Z : ZE = E\Delta : \Delta A.$$

## XLII.

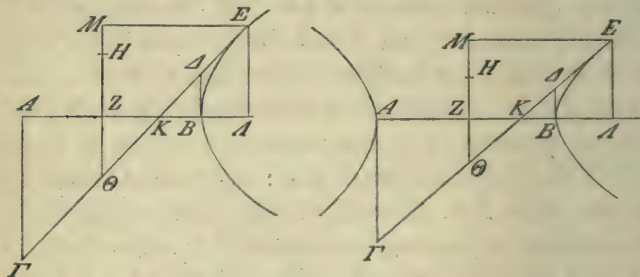
Si in hyperbola uel ellipsi uel circulo uel oppositis a terminis diametri rectae ducuntur rectae ordinate ductae parallelae, alia autem aliqua quoquo modo contingens ducitur, haec ab illis rectas abscindet rectangulum comprehendentes aequale quartae parti figurae eidem diametro adplicatae.

sit enim aliqua sectionum, quas diximus, cuius



τεταγμένως κατηγμένην αἰ  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$ , ἄλλη δέ τις ἐφαπτέσθω κατὰ τὸ  $Ε$  ἢ  $ΓΕΔ$ . λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ πρὸς τῇ  $ΑΒ$  εἵδους.

- 5 ἔστω γὰρ κέντρον τὸ  $Z$ , καὶ δι' αὐτοῦ ἤχθω παρὰ τὰς  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  ἢ  $ZHΘ$ . ἐπεὶ οὖν αἰ  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  παράλληλοι εἰσιν, ἔστι δὲ καὶ ἡ  $ZH$  παράλληλος, συζυγῆς



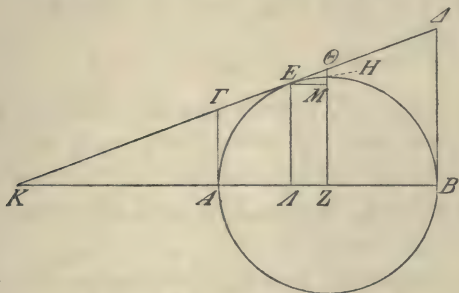
ἄρα διάμετρος ἐστὶ τῇ  $ΑΒ$ . ὥστε τὸ ἀπὸ  $ZH$  ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ  $ΑΒ$  εἵδους.

- 10 εἰ μὲν οὖν ἡ  $ZH$  ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου διὰ τοῦ  $Ε$  ἔρχεται, ἴσαι γίνονται αἰ  $ΑΓ$ ,  $ZH$ ,  $ΒΔ$ , καὶ φανερόν αὐτόθεν, ὅτι τὸ ὑπὸ  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $ZH$ , τουτέστι τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ  $ΑΒ$  εἵδους.
- 15 μὴ ἐρχέσθω δὴ, καὶ συμπιπέτωσαν αἰ  $ΔΓ$ ,  $ΒΑ$  ἐμβαλλόμεναι κατὰ τὸ  $K$ , καὶ διὰ τοῦ  $Ε$  παρὰ μὲν τὴν  $ΑΓ$  ἤχθω ἢ  $ΕΑ$ , παρὰ δὲ τὴν  $ΑΒ$  ἢ  $ΕΜ$ . ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $KZΑ$  τῷ ἀπὸ  $AZ$ , ἔστιν, ὡς ἡ  $KZ$  πρὸς  $ZΑ$ , ἢ  $ZΑ$  πρὸς  $ZΑ$ , καὶ ἡ  $ΚΑ$  πρὸς
- 20  $ΑΑ$  ἐστὶν, ὡς ἡ  $KZ$  πρὸς  $ZΑ$ , τουτέστι πρὸς  $ZB$ .

20. ἐστὶν] scripsi, ἔστι δὲ Vp.  $ZΑ$ ] pcv,  $A$  e corr. m. 1 V.  
 $ZB$ ] pcv;  $B$  e corr. m. 1 V.

diameter sit  $AB$ , et ab  $A, B$  rectae ordinate ductae parallelae ducantur  $A\Gamma, B\Delta$ , alia autem recta  $\Gamma E\Delta$  in  $E$  contingat. dico,  $A\Gamma \times B\Delta$  quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae aequale esse.

sit enim centrum  $Z$ , et per id rectis  $A\Gamma, B\Delta$  parallela ducatur  $ZH\Theta$ . quoniam igitur  $A\Gamma, B\Delta$



parallelae sunt, et etiam  $ZH$  iis parallela est, diameter est coniugata cum  $AB$  [I def. 6]; quare  $ZH^2$  quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae aequale est [I deff. alt. 3].

iam si in ellipsi circuloque  $ZH$  per  $E$  cadit, erit  $A\Gamma = ZH = B\Delta$ , et statim adparet, esse

$$A\Gamma \times B\Delta = ZH^2,$$

hoc est quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae aequale.

iam per  $E$  ne cadat, et  $A\Gamma, B\Delta$  productae concurrant in  $K$ , per  $E$  autem rectae  $A\Gamma$  parallela ducatur  $EA$  et rectae  $AB$  parallela  $EM$ . iam quoniam est [I, 37]  $KZ \times ZA = AZ^2$ , erit  $KZ : ZA = ZA : ZA$  [Eucl. VI, 17] et

$$KA : AA = KZ : ZA \text{ [Eucl. V, 12; — V, 19 coroll.; V, 16]} \\ = KZ : ZB.$$



e contrario [Eucl. V, 7 coroll.]  $BZ : ZK = AA : AK$ .  
 componendo [Eucl. V, 18] uel dirimendo [Eucl. V, 17]  
 $BK : KZ = AK : KA$ . quare etiam

$$\Delta B : Z\Theta = EA : \Gamma A \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

itaque [Eucl. VI, 16]  $\Delta B \times \Gamma A = Z\Theta \times EA = \Theta Z \times ZM$   
 [Eucl. I, 34]. uerum  $\Theta Z \times ZM = ZH^2$  [I, 38], hoc  
 est quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae aequale:  
 ergo etiam  $\Delta B \times \Gamma A$  quartae parti figurae ad  $AB$   
 adplicatae aequale est.

XLIII.

Si recta hyperbolam contingit, ab asymptotis ad  
 centrum sectionis rectas abscindet rectangulum com-  
 prehendentes aequale rectangulo comprehenso rectis  
 abscisis a recta in uertice sectionis ad axem posito  
 contingenti.

sit hyperbola  $AB$ , asymptotae autem  $\Gamma A$ ,  $\Delta E$ ,  
 axis autem  $B A$ , et per  $B$  contingens ducatur  $ZBH$ ,  
 alia autem quaeuis contingens  $\Gamma A\Theta$ . dico, esse

$$Z\Delta \times \Delta H = \Gamma\Delta \times \Delta\Theta.$$

ducantur enim ab  $A, B$  rectae  $\Delta H$  parallelae  $AK$ ,  
 $BA$ , rectae autem  $\Gamma A$  parallelae  $AM, BN$ . iam  
 quoniam  $\Gamma A\Theta$  contingit, erit  $\Gamma A = A\Theta$  [II, 3]. quare  
 erit  $\Gamma\Theta = 2\Theta A$ ,  $\Gamma\Delta = 2AM$  [Eucl. VI, 2; I, 34],  
 $\Delta\Theta = 2AK$  [Eucl. VI, 4]. itaque erit

$$\Gamma\Delta \times \Delta\Theta = 4KA \times AM.$$

iam eodem modo demonstrabimus, esse

$$Z\Delta \times \Delta H = 4AB \times BN.$$

est autem  $KA \times AM = AB \times BN$  [II, 12]. ergo  
 etiam  $\Gamma\Delta \times \Delta\Theta = Z\Delta \times \Delta H$ .



τὸ ὑπὸ  $Z\Delta H$  τετραπλάσιον τοῦ ὑπὸ  $\Lambda B N$ . ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $K A M$  τῷ ὑπὸ  $\Lambda B N$ . ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ  $\Gamma \Delta \Theta$  τῷ ὑπὸ  $Z \Delta H$ .

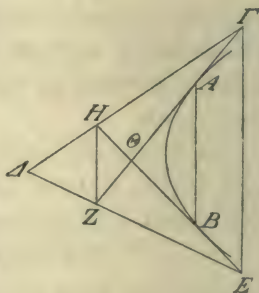
ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, κἂν ἡ  $\Delta B$  ἑτέρα τις ἢ  
5 διάμετρος καὶ μὴ ἄξων.

μδ'.

Ἐὰν υπερβολῆς ἢ τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεΐαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι ταῖς ἀσυμπτώτοις, αἱ ἐπὶ τὰς τομας ἀγόμεναι παράλληλοι ἔσονται τῇ τὰς ἀφᾶς ἐπι-  
10 ζευγνυούσῃ.

ἔστω γὰρ ἡ ὑπερβολὴ ἢ ἀντικείμεναι ἡ  $AB$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ  $\Gamma \Delta E$  καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ  $\Gamma A \Theta Z$ ,  $E B \Theta H$ , καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ  $AB$ ,  $ZH$ ,  $\Gamma E$ . λέγω, ὅτι παράλληλοι  
15 εἰσιν.

ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ  $\Gamma \Delta Z$  ἴσον τῷ ὑπὸ  $H \Delta E$ , ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $\Gamma \Delta$  πρὸς  $\Delta E$ , ἡ  $H \Delta$  πρὸς  $\Delta Z$ . παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  
20  $\Gamma E$  τῇ  $ZH$ . καὶ διὰ τοῦτο ὡς ἡ  $\Theta Z$  πρὸς  $Z \Gamma$ , ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $H E$ . ὡς δὲ ἡ  $H E$  πρὸς  $H B$ , ἡ  $\Gamma Z$  πρὸς  $A Z$ . διπλῆ γὰρ ἑκατέρα· δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $H B$ , ἡ  $\Theta Z$  πρὸς  $Z A$ . παρ-  
25 ἄλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $ZH$  τῇ  $AB$ .



με'.

Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἑλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία ἢ ταῖς ἀντικειμέναις ἀπ' ἄκρου τοῦ ἄξωνος ἀχθῶσιν

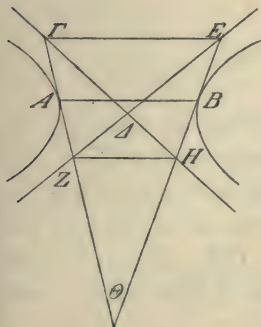
13.  $AB$ ]  $AH V$ ; corr. p. 17. τῷ] τό  $V$ ; corr. p. c. ἔστιν  
— 18.  $\Gamma \Delta$ ] om.  $V$ ; corr. p.

iam eodem modo hoc demonstrabimus, etiam si  $\Delta B$  alia aliqua diametrus est, non axis.

XLIV.

Si duae rectae hyperbolam uel oppositas contingentes cum asymptotis concurrunt, rectae ad puncta sectionis ductae parallelae erunt rectae puncta contactus coniungenti.

sit enim  $\Delta B$  aut hyperbola aut oppositae, asymptotae autem  $\Gamma \Delta$ ,  $\Delta E$  contingentesque  $\Gamma A \textcircled{+} Z$ ,  $EB \textcircled{+} H$ , et ducantur  $AB$ ,  $ZH$ ,  $\Gamma E$ . dico, eas parallelas esse.



nam quoniam est

$$\Gamma \Delta \times \Delta Z = H \Delta \times \Delta E$$

[prop. XLIII; cfr. Eutocius],  
erit [Eucl. VI, 16]

$$\Gamma \Delta : \Delta E = H \Delta : \Delta Z;$$

itaque [Eucl. VI, 6; I, 27, 28]

$\Gamma E$  et  $ZH$  parallelae sunt. qua  
de causa erit

$$\textcircled{+} Z : Z \Gamma = \textcircled{+} H : H E \text{ [Eucl. VI, 2].}$$

est autem  $HE : HB = \Gamma Z : AZ$ ; nam utraque duplo maior est utraque [II, 3]. ex aequo igitur [Eucl V, 22]  
 $\textcircled{+} H : HB = \textcircled{+} Z : ZA$ . ergo [Eucl. VI, 2]  $ZH$ ,  $AB$   
parallelae sunt.

XLV.

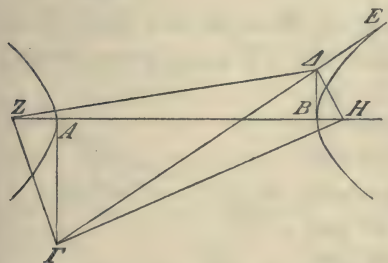
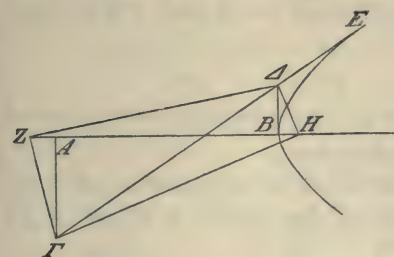
Si in hyperbola uel ellipsi uel circulo uel oppositis a terminis axis rectae perpendiculares ducuntur, et quartae parti figurae aequale axi adplicatur in utramque partem spatium in hyperbola oppositisque figura



quadrata excedens, in ellipsi autem deficiens, sectionemque contingens recta ducitur cum rectis perpendicularibus concurrentibus, rectae a punctis concursus ad puncta

adplicatione orta ductae ad puncta, quae diximus, rectos angulos efficiunt.

sit aliqua sectionum, quas diximus, cuius axis sit  $AB$ , perpendiculares autem  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  contingensque  $\Gamma E\Delta$ , et quartae parti figurae aequale in utramque partem adplicetur ita, ut diximus,  $AZ \times ZB$  et  $AH \times HB$ , ducanturque  $\Gamma Z$ ,  $\Gamma H$ ,



$\Delta Z$ ,  $\Delta H$ . dico, angulos  $\Gamma Z\Delta$  et  $\Gamma H\Delta$  rectos esse.

nam quoniam demonstrauius, esse  $A\Gamma \times B\Delta$  quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae aequale [prop. XLII], uerum etiam  $AZ \times ZB$  quartae parti figurae aequale est, erit  $A\Gamma \times \Delta B = AZ \times ZB$ . itaque  $\Gamma A : AZ = ZB : B\Delta$  [Eucl. VI, 16]. et anguli ad  $A$ ,  $B$  positi recti sunt; itaque [Eucl. VI, 6]  $\angle A\Gamma Z = BZ\Delta$ ,  $\angle AZ\Gamma = Z\Delta B$ . et quoniam  $\angle \Gamma AZ$  rectus est,  $\angle A\Gamma Z + \angle AZ\Gamma$  uni recto aequales sunt [Eucl. I, 32]. et demonstrauius etiam, esse

$$\angle A\Gamma Z = \angle ZB\Delta;$$

itaque  $\angle \Gamma ZA + \angle ZB\Delta$  uni recto aequales erunt. ergo



$AZΓ$  μιᾶ ὀρθῆ ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ  $ΑΓΖ$  ἴση τῇ ὑπὸ  $ΔΖΒ$ · αἱ ἄρα ὑπὸ  $ΓΖΑ$ ,  $ΔΖΒ$  μιᾶ ὀρθῆ ἴσαι εἰσί. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ  $ΔΖΓ$  ὀρθή ἐστίν. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ  $ΓΗΔ$  ὀρθή.

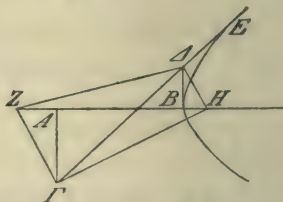
5

μς'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων αἱ ἐπιξενγνύμεναι ἴσας ποιούσι γωνίας πρὸς ταῖς ἐφαπτομέναις.

τῶν γὰρ αὐτῶν ὑποκειμένων λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ  $ΑΓΖ$  γωνία τῇ ὑπὸ  $ΔΓΗ$ , ἡ δὲ ὑπὸ  $ΓΔΖ$  τῇ ὑπὸ  $ΒΔΗ$ .

ἐπεὶ γὰρ ἐδείχθη ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ  $ΓΖΔ$ ,  $ΓΗΔ$ , ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $ΓΔ$  γραφόμενος κύκλος ἤξει διὰ τῶν  $Z$ ,  $H$  σημείων· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΔΓΗ$  τῇ ὑπὸ  $ΔΖΗ$ · ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι τοῦ κύκλου εἰσίν. ἡ δὲ ὑπὸ  $ΔΖΗ$  ἐδείχθη ἴση τῇ ὑπὸ  $ΑΓΖ$ · ὥστε ἡ ὑπὸ  $ΔΓΗ$  ἴση τῇ ὑπὸ  $ΑΓΖ$ . ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ὑπὸ  $ΓΔΖ$  τῇ ὑπὸ  $ΒΔΗ$ .



μξ'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἡ ἀπὸ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐπιξενχθεισῶν ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἀγομένη πρὸς ὀρθὰς ἐστὶ τῇ ἐφαπτομένῃ.

ὑποκείσθω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ συμπιπέτωσαν ἀλλήλαις αἱ μὲν  $ΓΗ$ ,  $ZΔ$  κατὰ τὸ  $\Theta$ , αἱ

4.  $ΓΗΔ$ ] p,  $ΓΔ''H'$  V (lineolae a m. 2?),  $ΓΔΗ$  vc. 9.  $ΓΔΖ$ ] cp,  $ΓΔΞ$  V. 19.  $ΔΓΗ$ ]  $ΔΓΖ$  V; corr. p.

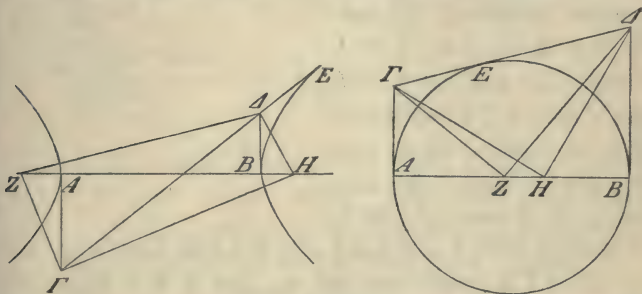
reliquus angulus  $\triangle Z\Gamma$  rectus est [Eucl. I, 13]. iam eodem modo demonstrabimus, etiam  $\angle \Gamma H\Delta$  rectum esse.

XLVI.

Iisdem positis rectae ductae ad contingentes angulos aequales efficiunt.

nam iisdem suppositis dico, esse  $\angle A\Gamma Z = \angle \Gamma H\Delta$ ,  $\angle \Gamma\Delta Z = \angle B\Delta H$ .

quoniam enim demonstrauius, utrumque angulum  $\Gamma Z\Delta$ ,  $\Gamma H\Delta$  rectum esse [prop. XLV], circulus circum diametrum  $\Gamma\Delta$  descriptus per puncta  $Z, H$  ueniet [Eucl. III, 31]; itaque  $\angle \Delta\Gamma H = \angle \Delta ZH$  [Eucl. III, 21];



nam in eodem segmento circuli positi sunt. demonstrauius autem, esse  $\angle \Delta ZH = \angle A\Gamma Z$  [prop. XLV]; quare etiam  $\angle \Delta\Gamma H = \angle A\Gamma Z$ . et eodem modo demonstrabimus, esse etiam  $\angle \Gamma\Delta Z = \angle B\Delta H$ .

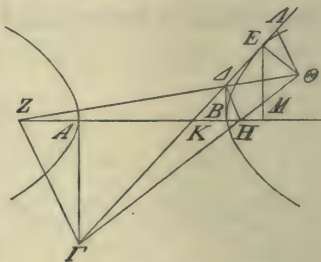
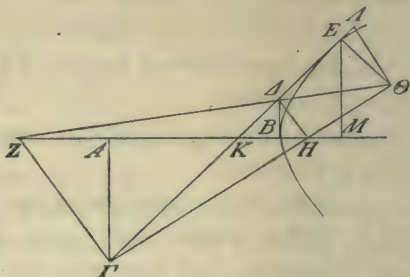
XLVII.

Iisdem positis recta a puncto concursus rectarum ductarum ad punctum contactus ducta ad contingentem perpendicularis erit.

supponantur enim eadem, quae antea, et  $\Gamma H, Z\Delta$

δὲ  $\Gamma\Delta$ ,  $BA$  ἐκβαλλόμεναι κατὰ τὸ  $K$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $E\Theta$ . λέγω, ὅτι κάθετός ἐστιν ἡ  $E\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Gamma\Delta$ .

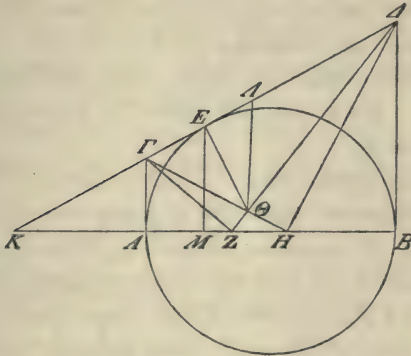
- εἰ γὰρ μή, ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Gamma\Delta$  κάθετος ἡ  $\Theta\Lambda$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ ὑπὸ  $\Gamma\Delta Z$  τῇ ὑπὸ  $H\Delta B$ , ἔστι δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ  $\Delta B H$  ὀρθῇ τῇ ὑπὸ  $\Delta\Lambda\Theta$  ἴση, ὅμοιον ἄρα τὸ  $\Delta H B$  τριγωνον τῷ  $\Delta\Theta\Lambda$ . ὡς ἄρα ἡ  $H\Delta$  πρὸς  $\Delta\Theta$ , ἡ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta\Lambda$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $H\Delta$  πρὸς  $\Delta\Theta$ , ἡ  $Z\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Theta$  διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς  $Z, H$  καὶ τὰς πρὸς τῷ  $\Theta$  ἴσας· ὡς δὲ ἡ  $\Gamma Z$  πρὸς  $\Gamma\Theta$ , ἡ  $A\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Lambda$  διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν  $AZ\Gamma, \Delta\Gamma\Theta$  τριγώνων· καὶ ὡς ἄρα ἡ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta\Lambda$ , ἡ  $A\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Lambda$ . ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $\Delta B$  πρὸς  $\Gamma\Lambda$ , ἡ  $\Delta\Lambda$  πρὸς  $A\Gamma$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $\Delta B$  πρὸς  $\Gamma\Lambda$ , ἡ  $BK$  πρὸς  $KA$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ  $\Delta\Lambda$  πρὸς  $\Gamma\Lambda$ , ἡ  $BK$  πρὸς  $KA$ . ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $E$  παρὰ τὴν  $A\Gamma$  ἡ  $EM$ · τεταγμένως ἄρα ἔσται κατηγμένη ἐπὶ τὴν  $AB$ · καὶ ἔσται, ὡς ἡ  $BK$  πρὸς  $KA$ , ἡ  $BM$  πρὸς  $MA$ . ὡς δὲ ἡ  $BM$  πρὸς  $MA$ , ἡ  $\Delta E$  πρὸς  $E\Gamma$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ  $\Delta\Lambda$  πρὸς  $A\Gamma$ , ἡ  $\Delta E$



7. ἴση ἔστιν ἡ  $\epsilon\rho$ .  $\Gamma\Delta Z]$   $\rho\nu\epsilon$ , in V littera Z mire deformata. 10.  $\Delta B H]$   $B\Delta''H'$  V (lineolae a m. 2); corr. p. 12. τό] τὸ ὑπό V; corr. p.

inter se concurrant in  $\Theta$ ,  $\Gamma\Delta$  autem et  $BA$  productae in  $K$ , ducaturque  $E\Theta$ . dico, esse  $E\Theta$  ad  $\Gamma\Delta$  perpendiculararem.

nam si minus, a  $\Theta$  ad  $\Gamma\Delta$  perpendicularis ducatur  $\Theta\Lambda$ . quoniam igitur  $\angle \Gamma\Delta Z = H\Delta B$  [prop. XLVI],



et  $\angle \Delta BH = \Delta A\Theta$  (nam recti sunt), trianguli  $\Delta HB$ ,  $\Delta\Theta\Delta$  similes sunt. itaque  $H\Delta : \Delta\Theta = B\Delta : \Delta\Lambda$  [Eucl. VI, 4]. uerum  $H\Delta : \Delta\Theta = Z\Gamma : \Gamma\Theta$  [ibid.], quia anguli ad  $Z$ ,  $H$  positi recti sunt [prop. XLV] et anguli ad  $\Theta$  positi aequales; et [Eucl. VI, 4]  $\Gamma Z : \Gamma\Theta = A\Gamma : \Gamma\Lambda$  propter similitudinem triangulorum  $AZ\Gamma$ ,  $\Delta\Gamma\Theta$  [prop. XLVI]; quare etiam

$$B\Delta : \Delta\Lambda = A\Gamma : \Gamma\Lambda.$$

permutando [Eucl. V, 16]  $\Delta B : \Gamma\Lambda = \Delta\Lambda : A\Gamma$ . uerum  $\Delta B : \Gamma\Lambda = BK : KA$  [Eucl. VI, 4]; quare etiam  $\Delta\Lambda : \Gamma\Lambda = BK : KA$ . ducatur ab  $E$  rectae  $A\Gamma$  parallela  $EM$ ; ea igitur ad  $AB$  ordinate ducta erit [I def. 4]; et erit  $BK : KA = BM : MA$  [I, 36]. est autem  $BM : MA = \Delta E : E\Gamma$  [Eucl. VI, 2]; ita-



πρὸς  $ΕΓ$ . ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἡ  $ΘΑ$  κάθετός ἐστιν,  
οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς  $ΘΕ$ .

μη'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων δεικτέον, ὅτι αἱ ἀπὸ τῆς ἀφῆς  
5 ἐπὶ τὰ ἐκ τῆς παραβολῆς γινόμενα σημεῖα ἴσας ποιοῦσι  
γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ.

ὑποκείσθω γὰρ τὰ αὐτά, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  
 $ΕΖ$ ,  $ΕΗ$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΓΕΖ$  γωνία  
τῇ ὑπὸ  $ΗΕΔ$ .

10 ἐπεὶ γὰρ ὀρθαί εἰσιν αἱ ὑπὸ  $ΔΗΘ$ ,  $ΔΕΘ$  γωνίαι,  
ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $ΔΘ$  γραφόμενος κύκλος ἤξει  
διὰ τῶν  $Ε$ ,  $Η$  σημείων· ὥστε ἴση ἐστὶ ἡ ὑπὸ  $ΔΘΗ$   
τῇ ὑπὸ  $ΔΕΗ$ . ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι. ὁμοίως δὲ  
καὶ ἡ ὑπὸ  $ΓΕΖ$  τῇ ὑπὸ  $ΓΘΖ$  ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ὑπὸ  
15  $ΓΘΖ$  τῇ ὑπὸ  $ΔΘΗ$  ἴση· κατὰ κορυφὴν γάρ· καὶ ἡ  
ὑπὸ  $ΓΕΖ$  ἄρα τῇ ὑπὸ  $ΔΕΗ$  ἐστὶν ἴση.

μθ'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἀπὸ τινος τῶν σημείων  
κάθετος ἀχθῇ ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένῃν, αἱ ἀπὸ τοῦ γενο-  
20 μένου σημείου ἐπὶ τὰ πέρατα τοῦ ἄξονος ὀρθὴν ποιοῦσι  
γωνίαν.

υποκείσθω γὰρ τὰ αὐτά, καὶ ἀπὸ τοῦ  $Η$  ἐπὶ τὴν  
 $ΓΔ$  κάθετος ἤχθῃ ἡ  $ΗΘ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΑΘ$ ,  $ΒΘ$ .  
λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ  $ΑΘΒ$  γωνία ὀρθὴ ἐστὶν.

25 ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ  $ΔΒΗ$  καὶ ἡ ὑπὸ  $ΔΘΗ$ , ὁ  
περὶ διάμετρον τὴν  $ΔΗ$  γραφόμενος κύκλος ἤξει διὰ

4. αἱ] om. V; corr. p. 19. γενομένου] γινομένου Halley.  
24.  $ΑΘΒ$ ]  $ΑΒΘ$  V; corr. p.

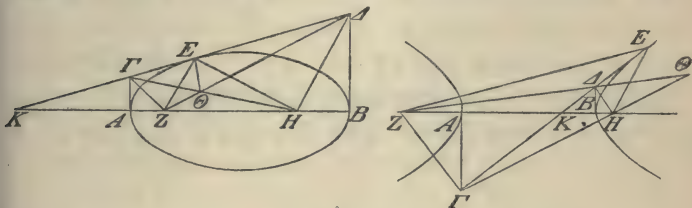
que etiam  $\angle A : \angle \Gamma = \angle E : \angle \Gamma$ ; quod absurdum est. ergo  $\odot A$  perpendicularis non est nec ulla alia praeter  $\odot E$ .

XLVIII.

Iisdem positis demonstrandum, rectas a puncto contactus ad puncta adplicatione orta ductas ad contingentem angulos aequales efficere.

supponantur enim eadem, ducanturque  $EZ, EH$ . dico, esse  $\angle \Gamma EZ = \angle HEA$ .

nam quoniam anguli  $\angle H\odot, \angle E\odot$  recti sunt [prop. XLV, XLVII], circulus circum diametrum  $\Delta\odot$



descriptus per puncta  $E, H$  ueniet [Eucl. III, 31]; quare  $\angle \Delta\odot H = \angle AEH$  [Eucl. III, 21]; nam in eodem segmento positi sunt. eadem de causa etiam

$$\angle \Gamma EZ = \angle \Gamma\odot Z.$$

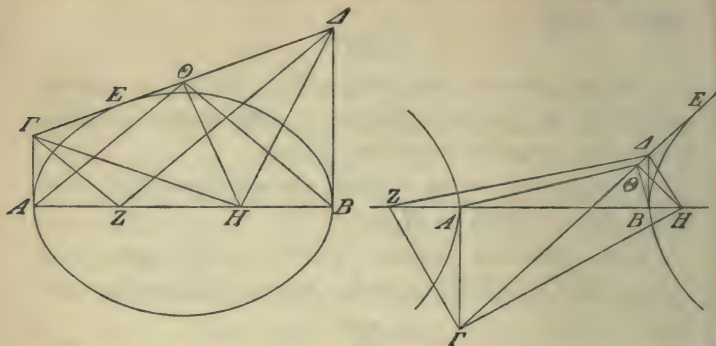
est autem  $\angle \Gamma\odot Z = \angle \Delta\odot H$  [Eucl. I, 15]; nam ad uerticem positi sunt. ergo etiam  $\angle \Gamma EZ = \angle AEH$ .

XLIX.

Iisdem positis si ab aliquo punctorum perpendicularis ad contingentem ducitur, rectae a puncto ita orto ad terminos axis ductae rectum angulum efficiunt.

supponantur enim eadem, et ab  $H$  ad  $\Gamma A$  perpendicularis ducatur  $H\odot$ , ducanturque  $A\odot, B\odot$ . dico, angulum  $A\odot B$  rectum esse.

τῶν  $\Theta$ ,  $B$ , καὶ ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ  $H\Theta B$  γωνία τῇ ὑπὸ  $B\Delta H$ . ἡ δὲ ὑπὸ  $AHG$  τῇ ὑπὸ  $B\Delta H$  ἐδείχθη ἴση·



καὶ ἡ ὑπὸ  $B\Theta H$  ἄρα τῇ ὑπὸ  $AHG$ , τουτέστι τῇ ὑπὸ  $A\Theta G$ , ἔστιν ἴση. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ  $\Gamma\Theta H$  τῇ ὑπὸ  $A\Theta B$ .  
 5 ὀρθῆ δὲ ἡ ὑπὸ  $\Gamma\Theta H$ · ὀρθῆ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ  $A\Theta B$ .

ν'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς προσπέσῃ τις τῇ ἐφαπτομένῃ παράλληλος τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ ἐνὸς τῶν σημείων ἠγμένη εὐθεία, ἴση ἔσται  
 10 τῇ ἡμισείᾳ τοῦ ἄξονος.

ἔστω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον καὶ κέντρον τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $EZ$ , καὶ αἱ  $\Delta\Gamma$ ,  $BA$  συμπιπέτωσαν κατὰ τὸ  $K$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Theta$  παρὰ τὴν  $EZ$  ἤχθω ἡ  $\Theta A$ . λέγω, ὅτι ἴση ἔστιν ἡ  $\Theta A$  τῇ  $\Theta B$ .  
 15 ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ  $EH$ ,  $AA$ ,  $AH$ ,  $AB$ , καὶ διὰ τοῦ  $H$  παρὰ τὴν  $EZ$  ἤχθω ἡ  $HM$ . ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ  $AZB$  ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ  $AHB$ , ἴση ἄρα ἡ  $AZ$  τῇ  $HB$ . ἔστι δὲ καὶ ἡ  $A\Theta$  τῇ  $\Theta B$  ἴση· καὶ ἡ  $Z\Theta$  ἄρα τῇ  $\Theta H$

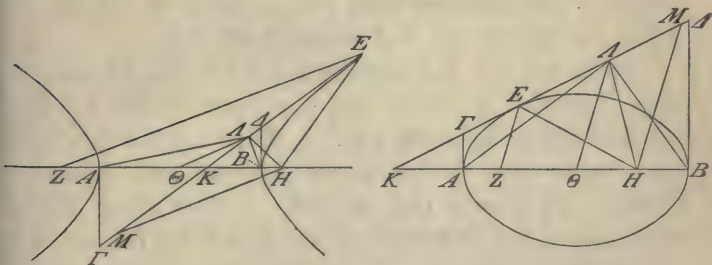
nam quoniam  $\angle \Delta BH$ ,  $\angle \Theta H$  recti sunt, circulus circum diametrum  $\Delta H$  descriptus per  $\Theta$ ,  $B$  ueniet [Eucl. III, 31], et  $\angle H\Theta B = B\Delta H$  [Eucl. III, 21]. demonstrauius autem, esse  $\angle AH\Gamma = B\Delta H$  [prop. XLV]; quare etiam  $\angle B\Theta H = AH\Gamma = A\Theta\Gamma$  [Eucl. III, 31, 21]. itaque etiam  $\angle \Gamma\Theta H = A\Theta B$ . uerum  $\angle \Gamma\Theta H$  rectus est; ergo etiam  $\angle A\Theta B$  rectus est.

L.

Iisdem positis si a centro sectionis ad contingentem recta ducitur parallela rectae per punctum contactus alterumque punctorum ductae, dimidio axi aequalis erit.

sint enim eadem, quae antea, et centrum sit  $\Theta$ , ducaturque  $EZ$ , et  $\Delta\Gamma$ ,  $BA$  in  $K$  concurrant, per  $\Theta$  autem rectae  $EZ$  parallela ducatur  $\Theta A$ . dico, esse  $\Theta A = \Theta B$ .

ducantur enim  $EH$ ,  $AA$ ,  $\Delta H$ ,  $\Delta B$ , et per  $H$  rectae  $EZ$  parallela ducatur  $HM$ . quoniam igitur est  $AZ \times ZB = AH \times HB$  [ex hypothesi; cfr. prop XLV],



erit  $AZ = HB$ . uerum etiam  $A\Theta = \Theta B$ ; quare etiam  $Z\Theta = \Theta H$ . itaque etiam  $EA = AM$  [Eucl. VI, 2].



ἴση. ὥστε καὶ ἡ  $ΕΛ$  τῆ  $ΑΜ$  ἴση. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη  
 ἡ ὑπὸ  $ΓΕΖ$  γωνία τῆ ὑπὸ  $ΔΕΗ$  ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ  $ΓΕΖ$   
 ἴση ἐστὶ τῆ ὑπὸ  $ΕΜΗ$ , ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ  $ΕΜΗ$   
 τῆ ὑπὸ  $ΜΕΗ$ . ἴση ἄρα καὶ ἡ  $ΕΗ$  τῆ  $ΗΜ$ . ἀλλὰ  
 5 καὶ ἡ  $ΕΛ$  τῆ  $ΑΜ$  ἐδείχθη ἴση· κάθετος ἄρα ἡ  $ΗΛ$   
 ἐπὶ τὴν  $ΕΜ$ . ὥστε διὰ τὸ προδειχθὲν ὀρθὴ ἐστὶν ἡ  
 ὑπὸ  $ΑΔΒ$ , καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $ΑΒ$  γραφόμενος  
 κύκλος ἤξει διὰ τοῦ  $Α$ . καὶ ἐστὶν ἴση ἡ  $ΘΑ$  τῆ  $ΘΒ$ .  
 καὶ ἡ  $ΘΑ$  ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου οὔσα τοῦ ἡμικυκλίου  
 10 ἴση ἐστὶ τῆ  $ΘΒ$ .

να'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ τῶν ἀντικειμένων παρὰ τὸν ἄξονα  
 ἴσον ἐφ' ἐκάτερα παραβληθῆ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ  
 εἴδους ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, καὶ ἀπὸ τῶν γενο-  
 15 μένων ἐκ τῆς παραβολῆς σημείων κλασθῶσιν εὐθεῖαι  
 πρὸς ὁποτερανοῦν τῶν τομῶν, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος  
 υπερέρχει τῷ ἄξονι.

ἔστω γὰρ ὑπερβολὴ ἢ ἀντικείμενα, ὧν ἄξων ὁ  $ΑΒ$ ,  
 κέντρον δὲ τὸ  $Γ$ , καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἴδους ἴσον  
 20 ἔστω ἐκάτερον τῶν ὑπὸ  $ΑΔΒ$ ,  $ΑΕΒ$ , καὶ ἀπὸ τῶν  $Ε$ ,  $Δ$   
 σημείων κεκλάσθωσαν πρὸς τὴν γραμμὴν αἱ  $ΕΖ$ ,  $ΖΔ$ .  
 λέγω, ὅτι ἡ  $ΕΖ$  τῆς  $ΖΔ$  ὑπερέχει τῆ  $ΑΒ$ .

ἤχθω διὰ τοῦ  $Ζ$  ἐφαπτομένη ἡ  $ΖΚΘ$ , διὰ δὲ τοῦ  $Γ$   
 παρὰ τὴν  $ΖΔ$  ἡ  $ΗΓΘ$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΚΘΗ$   
 25 τῆ ὑπὸ  $ΚΖΔ$ . ἐναλλάξ γάρ. ἡ δὲ ὑπὸ  $ΚΖΔ$  ἴση τῆ  
 ὑπὸ  $ΗΖΘ$ . καὶ ἡ ὑπὸ  $ΗΖΘ$  ἄρα ἴση ἐστὶ τῆ ὑπὸ  
 $ΗΘΖ$ . ἴση ἄρα ἡ  $ΗΖ$  τῆ  $ΗΘ$ . ἡ δὲ  $ΖΗ$  τῆ  $ΗΕ$   
 ἴση, ἐπεὶ καὶ ἡ  $ΑΕ$  τῆ  $ΒΔ$  καὶ ἡ  $ΑΓ$  τῆ  $ΓΒ$  καὶ ἡ

3.  $ΕΜΗ$ ] (pr.)  $ΕΗΜ$  V; corr. p.  
 corr. p.  $Γ$ ] pcv; corr. ex K m. 1 V.  
 (alt.)] bis V; corr. p.

23.  $ΖΚΘ$ ]  $ΖΘΚ$  V;  
 27.  $ΗΘ$  — 28. καὶ

et quoniam demonstraui[m]us [prop. XLVIII], esse  $\angle \Gamma EZ = \angle E H$ , et est [Eucl. I, 29]  $\angle \Gamma EZ = \angle E M H$ , erit etiam  $\angle E M H = \angle M E H$ . itaque etiam  $E H = H M$  [Eucl. I, 6]. demonstraui[m]us autem, esse etiam  $E A = A M$ ; itaque  $H A$  ad  $E M$  perpendicularis est [Eucl. I, 8]. quare propter id, quod antea demonstraui[m]us [prop. XLIX],  $\angle A A B$  rectus est, et [Eucl. III, 31] circulus circum diametrum  $A B$  descriptus per  $A$  ueniet. et  $\odot A = \odot B$ ; ergo etiam radius semicirculi  $\odot A = \odot B$ .

LI.

Si axi hyperbolae uel oppositarum ad utramque partem adplicatur spatium quartae parti figurae aequale figura quadrata excedens, et a punctis adplicatione ortis ad utramuis sectionum franguntur rectae, maior minorem excedit axe.

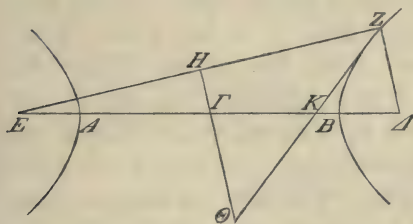
sit enim hyperbola uel oppositae, quarum axis sit  $A B$ , centrum autem  $\Gamma$ , quartaeque parti figurae aequalia sint

$$A A \times A B, \\ A E \times E B,$$

et a punctis  $E, A$  ad lineam frangantur  $E Z, Z A$ . dico, esse

$$E Z = Z A + A B.$$

nam per  $Z$  contingens ducatur  $Z K \odot$ , per  $\Gamma$  autem rectae  $Z A$  parallela  $H \Gamma \odot$ ; itaque [Eucl. I, 29]  $\angle K \odot H = \angle K Z A$ ; nam alterni sunt. uerum [prop. XLVIII]  $\angle K Z A = \angle H Z \odot$ ; quare etiam  $\angle H Z \odot = \angle H \odot Z$ . ita-



ΕΓ τῆ ΓΔ· καὶ ἡ ΗΘ ἄρα τῆ ΕΗ ἐστὶν ἴση. ὥστε  
 ἡ ΖΕ τῆς ΗΘ ἐστὶ διπλῆ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΘ ἴση δέ-  
 δεικται τῆ ΓΒ, ἡ ΕΖ ἄρα διπλῆ ἐστὶ συναμφοτέρου  
 τῆς ΗΓΒ. ἀλλὰ τῆς μὲν ΗΓ διπλῆ ἡ ΖΔ, τῆς δὲ  
 5 ΓΒ διπλῆ ἡ ΑΒ· ἡ ΕΖ ἄρα ἴση ἐστὶ συναμφοτέρου  
 τῆ ΖΔ, ΑΒ. ὥστε ἡ ΕΖ τῆς ΖΔ ὑπερέχει τῆ ΑΒ.

νβ'.

Ἐὰν ἐν ἐλλείψει παρα τὸν μείζονα τῶν ἀξόνων τῷ  
 τετάρτῳ μέρει τοῦ εἶδους ἴσον ἐφ' ἑκάτερα παραβληθῆ  
 10 ἐλλείπον εἶδει τετραγώνῳ, καὶ ἀπὸ τῶν γενομένων ἐκ  
 τῆς παραβολῆς σημείων κλασθῶσιν εὐθεῖαι πρὸς τὴν  
 γραμμὴν, ἴσαι ἔσονται τῷ ἄξονι.

ἔστω ἐλλειψις, ἧς μείζων τῶν ἀξόνων ὁ ΑΒ, καὶ  
 τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἶδους ἑκάτερον ἴσον ἔστω τῶν  
 15 ὑπὸ ΑΓΒ, ΑΔΒ, καὶ ἀπὸ τῶν Γ, Δ κεκλάσθωσαν  
 πρὸς τὴν γραμμὴν αἱ ΓΕΔ. λέγω, ὅτι αἱ ΓΕΔ ἴσαι  
 εἰσὶ τῆ ΑΒ.

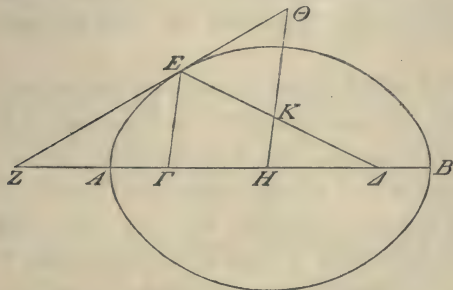
ἡχθῶ ἐφαπτομένη ἡ ΖΕΘ, καὶ κέντρον τὸ Η, καὶ  
 δι' αὐτοῦ παρὰ τὴν ΓΕ ἡ ΗΚΘ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν  
 20 ἡ ὑπὸ ΓΕΖ τῆ ὑπὸ ΘΕΚ, ἡ δὲ ὑπὸ ΖΕΓ τῆ ὑπὸ  
 ΕΘΚ ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΕΘΚ ἄρα τῆ ὑπὸ ΘΕΚ ἐστὶν  
 ἴση. ἴση ἄρα καὶ ἡ ΘΚ τῆ ΚΕ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΗ  
 τῆ ΗΒ ἴση καὶ ἡ ΑΓ τῆ ΔΒ, καὶ ἡ ΓΗ ἄρα τῆ ΗΔ  
 ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΕΚ τῆ ΚΔ. καὶ διὰ τοῦτο διπλῆ  
 25 ἐστὶν ἡ μὲν ΕΔ τῆς ΘΚ, ἡ δὲ ΕΓ τῆς ΚΗ, καὶ συν-  
 αμφοτέρος ἡ ΓΕΔ διπλῆ ἐστὶ τῆς ΗΘ. ἀλλὰ καὶ ἡ  
 ΑΒ διπλῆ τῆς ΗΘ· ἴση ἄρα ἡ ΑΒ ταῖς ΓΕΔ.

8. ἐν] om. V; corr. p. 10. λείπον V (initio paginae);  
 corr. p. 18. ΖΕΘ] ΕΖΘ V; corr. p. 19. ΗΚΘ] ΗΘΚ V;  
 corr. p.

que [Eucl. I, 6]  $HZ = H\Theta$ . est autem  $ZH = HE$  [Eucl. VI, 2], quoniam  $AE = B\Delta$ ,  $A\Gamma = \Gamma B$ ,  $E\Gamma = \Gamma\Delta$ . itaque etiam  $H\Theta = EH$ ; quare  $ZE = 2H\Theta$ . et quoniam demonstrauimus, esse  $\Gamma\Theta = \Gamma B$  [prop. L], erit  $EZ = 2(H\Gamma + \Gamma B)$ . uerum  $Z\Delta = 2H\Gamma$  [Eucl. VI, 4] et  $AB = 2\Gamma B$ . ergo  $EZ = Z\Delta + AB$ .

LII.

Si in ellipsi maiori axi ad utramque partem applicatur spatium quartae parti figurae aequale figura quadrata deficiens, et a punctis adplicatione ortis ad



lineam franguntur rectae, eae axi aequales erunt.

sit ellipsis, cuius axis maior sit  $AB$ , et quartae parti figurae aequalia sint

$A\Gamma \times \Gamma B$ ,  $A\Delta \times \Delta B$ , et a  $\Gamma$ ,  $\Delta$  ad lineam frangantur  $\Gamma E$ ,  $E\Delta$ . dico, esse  $\Gamma E + E\Delta = AB$ .

ducatur contingens  $ZE\Theta$ , centrum autem sit  $H$ , et per id rectae  $\Gamma E$  parallela ducatur  $HK\Theta$ . iam quoniam  $\angle \Gamma EZ = \Theta EK$  [prop. XLVIII], et [Eucl. I, 29]  $\angle ZEG = \Theta EK$ , erit etiam  $\angle E\Theta K = \Theta EK$ . quare etiam  $\Theta K = KE$  [Eucl. I, 6]. et quoniam  $AH = HB$  et  $A\Gamma = \Delta B$ , erit etiam  $\Gamma H = H\Delta$ ; quare etiam  $EK = K\Delta$  [Eucl. VI, 2]. ideo  $E\Delta = 2\Theta K$ ,

$$E\Gamma = 2KH \text{ [Eucl. VI, 4],}$$



νγ'.

Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία  
ἢ ταῖς ἀντικειμέναις ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου ἀχθῶσιν  
παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, καὶ ἀπὸ τῶν αὐτῶν  
5 περάτων πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς γραμμῆς ἀχθεῖσαι  
εὐθεῖαι τέμνωσι τὰς παραλλήλους, τὸ περιεχόμενον  
ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων ἴσον ἐστὶ τῷ πρὸς τῇ αὐτῇ  
διαμέτρῳ εἶδει.

ἔστω μία τῶν εἰρημένων τομῶν ἢ  $ABΓ$ , ἣς δια-  
10 μετρος ἢ  $ΑΓ$ , καὶ παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἤχθω-  
σαν αἱ  $ΑΔ$ ,  $ΓΕ$ , καὶ διήχθωσαν αἱ  $ΑΒΕ$ ,  $ΓΒΔ$ .  
λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $ΑΔ$ ,  $ΕΓ$  ἴσον ἐστὶ τῷ εἶδει τῷ πρὸς  
τῇ  $ΑΓ$ .

ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ  $B$  παρὰ τεταγμένως κατηγμένην  
15 ἢ  $BZ$ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ  $AZΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZB$ ,  
ἢ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν καὶ πρὸς τὸ εἶδος τὸ ἀπὸ  
τῆς  $ΑΓ$  τετράγωνον. ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ  $AZΓ$  πρὸς τὸ  
ἀπὸ  $BZ$  λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς  $AZ$  πρὸς  $ZB$   
καὶ τοῦ τῆς  $ΓZ$  πρὸς  $ZB$ . ὁ ἄρα τοῦ εἶδους πρὸς τὸ  
20 ἀπὸ τῆς  $ΑΓ$  τετράγωνον λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς  
 $ZB$  πρὸς  $ZA$  καὶ τοῦ τῆς  $BZ$  πρὸς  $ΓZ$ . ἀλλ' ὡς  
μὲν ἢ  $AZ$  πρὸς  $ZB$ , ἢ  $ΑΓ$  πρὸς  $ΓΕ$ , ὡς δὲ ἢ  $ΓZ$   
πρὸς  $ZB$ , ἢ  $ΓΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ . ὁ ἄρα τοῦ εἶδους πρὸς  
τὸ ἀπὸ τῆς  $ΑΓ$  τετράγωνον λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ  
25 τῆς  $ΓΕ$  πρὸς  $ΓΑ$  καὶ τοῦ τῆς  $ΑΔ$  πρὸς  $ΓΑ$ . σύγ-  
κείται δὲ καὶ ὁ τοῦ ὑπὸ  $ΑΔ$ ,  $ΓΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$   
τετράγωνον ἐκ τῶν αὐτῶν. ὡς ἄρα τὸ εἶδος πρὸς τὸ

2. ἐν] e corr. p, om. Vc.  
τεταγμένην V; corr. Halley.

10. τεταγμένως κατηγμένην]  
11. διήχθωσαν] v, διή- corr.  
ex η m. 1 V; ἤχθωσαν c.

12.  $ΑΔ$ ] pcv, post  $A$  del. B m. 1 V.

21.  $ZA$ ]  $BA$  V; corr. Comm.

et  $\Gamma E + E\Delta = 2H\Theta$ . uerum etiam  $AB = 2H\Theta$   
 [prop. L]. ergo  $AB = \Gamma E + E\Delta$ .

LIII.

Si in hyperbola uel ellipsi uel circulo uel oppositis  
 a terminis diametri rectae ordinate ductae parallelae  
 rectae ducuntur, et ab iisdem terminis ad idem  
 punctum lineae ductae rectae parallelas secant, rectan-  
 gulum comprehensum partibus abscisis figurae eidem  
 diametro adplicatae aequale est.

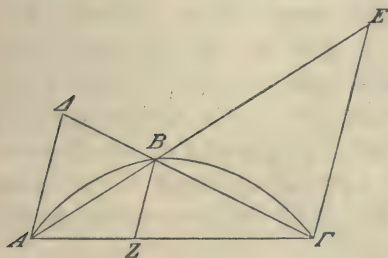
sit una sectionum, quas diximus,  $AB\Gamma$ , cuius dia-  
 metrus sit  $A\Gamma$ , et rectae ordinate ductae parallelae

ducantur  $A\Delta$ ,  $\Gamma E$ ,  
 ducanturque  $ABE$ ,  
 $\Gamma B\Delta$ . dico, esse

$$A\Delta \times E\Gamma$$

figurae ad  $A\Gamma$  ad-  
 plicatae aequale.

nam a  $B$  rectae  
 ordinate ductae par-  
 allela ducatur  $BZ$ .



itaque erit [I, 21], ut  $AZ \times Z\Gamma : ZB^2$ , ita latus  
 transuersum ad rectum et  $A\Gamma^2$  ad figuram. uerum  
 $AZ \times Z\Gamma : ZB^2 = (AZ : ZB) \times (\Gamma Z : ZB)$ . itaque  
 ratio figurae ad  $A\Gamma^2$  aequalis est

$$(ZB : ZA) \times (BZ : \Gamma Z).$$

est autem  $AZ : ZB = A\Gamma : \Gamma E$ ,  $\Gamma Z : ZB = \Gamma A : A\Delta$   
 [Eucl. VI, 4]; itaque ratio figurae ad

$$A\Gamma^2 = (\Gamma E : \Gamma A) \times (A\Delta : \Gamma A).$$

Praeter nostram figuram aliam habet V in oppositis, sed  
 imperfectam et litteris omissis; in nostra quoque litterae a  
 manu 2 esse uideri possunt.

ἀπὸ τῆς  $ΑΓ$  τετράγωνον, οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΑΔ, ΓΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  τετράγωνον. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΑΔ, ΓΕ$  τῷ παρὰ τὴν  $ΑΓ$  εἶδει.

νδ'.

5 Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, διὰ δὲ τῶν ἀφῶν παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις, καὶ ἀπὸ τῶν ἀφῶν πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς γραμμῆς διαχθῶσιν εὐθεῖαι τέμνουσαι τὰς παραλλήλους, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον  
 10 ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπιξεννυούσης τὰς ἀφὰς τετράγωνον λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τῆς ἐπιξεννυούσης τὴν σύμπτωσιν τῶν ἐφαπτομένων καὶ τὴν διχοτομίαν τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξεννυούσης τὸ ἐντὸς τμήμα πρὸς τὸ  
 15 λοιπὸν δυνάμει, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων περιεχόμενον ὀρθογώνιον πρὸς τὸ τέταρτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξεννυούσης τετραγώνου.

ἔστω κώνου τομὴ ἢ κύκλου περιφέρεια ἢ  $ΑΒΓ$   
 20 καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ  $ΑΔ, ΓΔ$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $ΑΓ$  καὶ δίχα τεμήσθω κατὰ τὸ  $Ε$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $ΔΒΕ$ , καὶ ἤχθω ἀπὸ μὲν τοῦ  $Α$  παρὰ τὴν  $ΓΔ$  ἢ  $ΑΖ$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $Γ$  παρὰ τὴν  $ΑΔ$  ἢ  $ΓΗ$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς γραμμῆς τὸ  $Θ$ , καὶ ἐπιξεννυθεῖσαι αἱ  
 25  $ΑΘ, ΓΘ$  ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ  $Η, Ζ$ . λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $ΑΖ, ΓΗ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ  $ΕΒ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΔ$

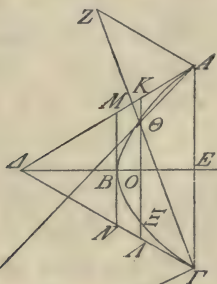
est autem etiam

$$A\Delta \times \Gamma E : A\Gamma^2 = (\Gamma E : \Gamma A) \times (A\Delta : \Gamma A);$$

itaque ut figura ad  $A\Gamma^2$ , ita  $A\Delta \times \Gamma E : A\Gamma^2$ . ergo  $A\Delta \times \Gamma E$  figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae aequale est [Eucl. V, 9].

LIV.

Si duae rectae conici sectionem uel circuli ambitum contingentes concurrunt, et per puncta contactus contingentibus parallelae ducuntur, et a punctis contactus ad idem punctum lineae ducuntur rectae parallelas secantes, rectangulum comprehensum partibus abscisis ad quadratum rectae puncta contactus coniun-



gentis rationem habet compositam ex ea, quam habet pars interior rectae coniungentis punctum concursus contingentium punctumque medium rectae

puncta contactus coniungentis ad reliquam potentia, et ea, quam habet rectangulum con-

tingentibus comprehensum ad quartam partem quadrati rectae puncta contactus coniungentis.

sit conici sectio uel ambitus circuli  $AB\Gamma$  contingen-

In Vv figurae adiectae sunt rectae octo et sex rectangula uel amplius cum litteris.



καὶ τὸ ὑπὸ  $AΔΓ$  πρὸς τὸ τέταρτον τοῦ ἀπὸ  $ΑΓ$ ,  
τουτέστι τὸ ὑπὸ  $ΑΕΓ$ .

ἤχθω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ  $\Theta$  παρὰ τὴν  $ΑΓ$  ἢ  $K\Theta OΞA$ ,  
ἀπὸ δὲ τοῦ  $B$  ἢ  $MBN$ . φανερὸν δὴ, ὅτι ἐφάπτεται  
5 ἢ  $MN$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἢ  $ΑΕ$  τῇ  $ΕΓ$ , ἴση ἐστὶ  
καὶ ἢ  $MB$  τῇ  $BN$  καὶ ἢ  $KO$  τῇ  $ΟA$  καὶ ἢ  $\Theta O$  τῇ  $OΞ$   
καὶ ἢ  $K\Theta$  τῇ  $ΞA$ . ἐπεὶ οὖν ἐφάπτονται αἱ  $MB, MA$ ,  
καὶ παρὰ τὴν  $MB$  ἤκται ἢ  $K\Theta A$ , ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  
 $AM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $MB$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $MBN$ , τὸ  
10 ἀπὸ  $AK$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΞK\Theta$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $A\Theta K$   
[καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ  $AM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AK$ , το  
ὑπὸ  $NBM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta K$ ]. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $NG, MA$   
πρὸς τὸ ἀπὸ  $MA$ , τὸ ὑπὸ  $ΑΓ, KA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KA$ .  
δι' ἴσον ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ  $NG, MA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NBM$ ,  
15 τὸ ὑπὸ  $ΑΓ, KA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta K$ . τὸ δὲ ὑπὸ  
 $ΑΓ, KA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta K$  τὸν συγκείμενον ἔχει  
λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $ΓA$  πρὸς  $A\Theta$ , τουτέστι τῆς  $ZA$   
πρὸς  $ΑΓ$ , καὶ τοῦ τῆς  $AK$  πρὸς  $K\Theta$ , τουτέστι τῆς  $HΓ$   
πρὸς  $ΓA$ , ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῶ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ  $HΓ, ZA$   
20 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓA$ . ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $NG, MA$  πρὸς τὸ  
ὑπὸ  $NBM$ , τὸ ὑπὸ  $HΓ, ZA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓA$ . τὸ δὲ  
ὑπὸ  $ΓN, MA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NBM$  τοῦ ὑπὸ  $NΔM$   
μέσου λαμβανομένου τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ  
τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ  $ΓN, AM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NΔM$   
25 καὶ τὸ ὑπὸ  $NΔM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NBM$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  
 $HΓ, ZA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓA$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον  
ἐκ τοῦ τοῦ ὑπὸ  $ΓN, AM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NΔM$  καὶ  
τοῦ ὑπὸ  $NΔM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NBM$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ  
ὑπὸ  $NG, AM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NΔM$ , τὸ ἀπὸ  $EB$  πρὸς

3.  $K\Theta OΞA$ ] p,  $\Theta K A \Xi O$  V. 4.  $MBN$ ] p,  $BMN$  V. 11.  
καί—12.  $A\Theta K$ ] deleo cum Halleio. 27. τοῦ τοῦ] scripsi; τοῦ V.

tesque  $A\Delta$ ,  $\Gamma\Delta$ , et ducatur  $A\Gamma$  seceturque in  $E$  in duas partes aequales, et ducatur  $\Delta BE$ , et ab  $A$  rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $AZ$ , a  $\Gamma$  autem rectae  $A\Delta$  parallela  $\Gamma H$ , sumaturque in linea punctum aliquod  $\Theta$ , et ductae  $A\Theta$ ,  $\Gamma\Theta$  ad  $H$ ,  $Z$  producantur. dico, esse  $AZ \times \Gamma H : A\Gamma^2 = (EB^2 : B\Delta^2) \times (A\Delta \times \Delta\Gamma : \frac{1}{4}A\Gamma^2)$   
 $= (EB^2 : B\Delta^2) \times (A\Delta \times \Delta\Gamma : AE \times E\Gamma)$ .

ducatur enim a  $\Theta$  rectae  $A\Gamma$  parallela  $K\Theta O \Xi A$ , a  $B$  autem  $MBN$ ; manifestum igitur,  $MN$  contingere [I, 32]. iam quoniam  $AE = E\Gamma$ , erit etiam  $MB = BN$ ,  $KO = OA$  [Eucl. VI, 4; V, 16] et  $\Theta O = O\Xi$  [II, 7; I, 46–47],  $K\Theta = \Xi A$ . quoniam igitur  $MB$ ,  $MA$  contingunt, et rectae  $MB$  parallela ducta est  $K\Theta A$ , erit [prop. XVI]  $AM^2 : MB^2 = AK^2 : \Xi K \times K\Theta$ , hoc est  $AM^2 : MB \times BN = AK^2 : A\Theta \times \Theta K$ . est autem

$$N\Gamma \times MA : MA^2 = A\Gamma \times KA : KA^2$$

[Eucl. VI, 2; V, 18]; ex aequo igitur

$$N\Gamma \times MA : NB \times BM = A\Gamma \times KA : A\Theta \times \Theta K$$

[Eucl. V, 22]. est autem

$$\begin{aligned} A\Gamma \times KA : A\Theta \times \Theta K &= (\Gamma A : A\Theta) \times (AK : K\Theta) \\ &= (ZA : A\Gamma) \times (H\Gamma : \Gamma A) \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ &= H\Gamma \times ZA : \Gamma A^2. \end{aligned}$$

itaque  $N\Gamma \times MA : NB \times BM = H\Gamma \times ZA : \Gamma A^2$ . est autem

$$\begin{aligned} &\Gamma N \times MA : NB \times BM \\ &= (\Gamma N \times MA : N\Delta \times \Delta M) \times (N\Delta \times \Delta M : NB \times BM) \end{aligned}$$

medio sumpto  $N\Delta \times \Delta M$ . itaque

$$\begin{aligned} &H\Gamma \times ZA : \Gamma A^2 \\ &= (\Gamma N \times AM : N\Delta \times \Delta M) \times (N\Delta \times \Delta M : NB \times BM). \end{aligned}$$

τὸ ἀπὸ  $B\Delta$ , ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $N\Delta M$  πρὸς τὸ ὑπο  $NBM$ ,  
 τὸ ὑπὸ  $\Gamma\Delta A$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma E A$ · τὸ ἄρα ὑπὸ  $H\Gamma$ ,  $AZ$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Gamma$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ  
 τοῦ ἀπὸ  $BE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $B\Delta$  καὶ τοῦ ὑπὸ  $\Gamma\Delta A$   
 5 πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma E A$ .

νε'.

Ἐὰν τῶν ἀντικείμενων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι  
 συμπίπτωσι, καὶ διὰ μὲν τῆς συμπτώσεως ἄχθῃ εὐθεῖα  
 παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν, ἀπὸ δὲ τῶν ἀφῶν  
 10 διαχθῶσι παράλληλοι ταῖς ἐφαπτομέναις, προσβληθῶσι  
 δὲ ἀπὸ τῶν ἀφῶν πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς ἐτέρας  
 τομῆς τέμνουσαι τὰς παραλλήλους, τὸ περιεχόμενον  
 ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τὰς ἀφὰς  
 ἐπιζευγνυούσης τετραγώνου λόγον ἔξει, ὃν το ὑπο  
 15 τῶν ἐφαπτομένων περιεχόμενον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἡγ-  
 μένης διὰ τῆς συμπτώσεως παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπι-  
 ζευγνύουσαν ἕως τῆς τομῆς.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$ , ἐφαπτόμεναι  
 δὲ αὐτῶν αἱ  $AH$ ,  $H\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $A\Delta$ , καὶ ἀπο  
 20 μὲν τοῦ  $H$  παρὰ τὴν  $A\Delta$  ἤχθω ἡ  $\Gamma HE$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $A$   
 παρὰ τὴν  $\Delta H$  ἡ  $AM$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $\Delta$  παρὰ τὴν  $AH$   
 ἡ  $\Delta M$ , εἰλήφθω δὲ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $\Delta Z$  τομῆς  
 τὸ  $Z$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ANZ$ ,  $Z\Delta\Theta$ . λέγω, ὅτι  
 ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Gamma H$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AH\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $A\Delta$   
 25 πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta$ ,  $N\Delta$ .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $Z$  παρὰ τὴν  $A\Delta$  ἡ  $ZAKB$ .

ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EH$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $H\Delta$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $B\Delta Z$  πρὸς τὸ ἀπὸ

3. τοῦ τοῦ] τοῦ V; corr. Halley. 23. Ante λέγω spatium  
 4—5 litt. hab. V.

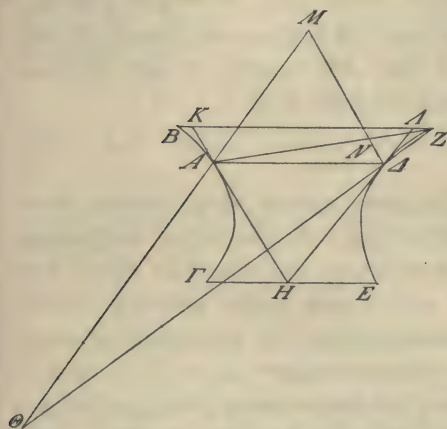
uerum  $N\Delta \times N\Gamma : N\Delta \times \Delta M = EB^2 : B\Delta^2$  [u. Eutocius] et

$N\Delta \times \Delta M : NB \times BM = \Gamma\Delta \times \Delta A : \Gamma E \times EA$  [ibid.]; ergo

$$H\Gamma \times AZ : A\Gamma^2 = (BE^2 : B\Delta^2) \times (\Gamma\Delta \times \Delta A : \Gamma E \times EA).$$

LV.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et per punctum concursus recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela, a punctis contactus autem rectae contingentibus parallelae ducuntur, et a punctis contactus ad idem punctum alterius sectionis



rectae adcidunt parallelas secantes, rectangulum comprehensum partibus abscisis ad quadratum rectae puncta contactus coniungentis rationem habebit, quam rectangulum comprehensum contingentibus ad quadra-

tum rectae per punctum concursus ductae rectae puncta contactus coniungenti parallelae usque ad sectionem.

sint oppositae  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  easque contingentes  $AH$ ,  $H\Delta$ , ducaturque  $A\Delta$ , et ab  $H$  rectae  $A\Delta$  par-



$\Delta\Lambda$ , ἴση δὲ ἰ μὲν  $\Gamma\text{H}$  τῆ  $\text{EH}$ , ἡ δὲ  $\text{BK}$  τῆ  $\Lambda\text{Z}$ ,  
ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Gamma\text{H}$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\text{H}\Delta$ , τὸ ὑπὸ  $\text{KZ}\Lambda$   
πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\Lambda$ . ἔστι δὲ καί, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta\text{H}$  πρὸς  
τὸ ὑπὸ  $\Delta\text{H}\Lambda$ , τὸ ἀπὸ  $\Delta\Lambda$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta\Lambda$ ,  $\text{AK}$ .  
5 δι' ἴσον ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\text{H}$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta\text{H}\Lambda$ , τὸ  
ὑπὸ  $\text{KZ}\Lambda$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta\Lambda$ ,  $\text{AK}$ . ὁ δὲ τοῦ ὑπο  
 $\text{KZ}\Lambda$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\text{AK}$ ,  $\Delta\Lambda$  λόγος ὁ συγκείμενός  
ἐστιν ἐκ τοῦ τῆς  $\text{ZK}$  πρὸς  $\text{KA}$  καὶ τοῦ τῆς  $\text{Z}\Lambda$  πρὸς  
 $\Delta\Lambda$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $\text{ZK}$  πρὸς  $\text{KA}$ , ἡ  $\text{A}\Delta$  πρὸς  $\Delta\text{N}$ ,  
10 ὡς δὲ ἡ  $\text{Z}\Lambda$  πρὸς  $\Delta\Delta$ , ἡ  $\text{A}\Delta$  πρὸς  $\Theta\text{A}$ . ὁ ἄρα τοῦ  
ἀπὸ  $\Gamma\text{H}$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta\text{H}\Lambda$  λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ  
τῆς  $\text{A}\Delta$  πρὸς  $\Delta\text{N}$  καὶ τοῦ τῆς  $\Delta\text{A}$  πρὸς  $\text{A}\Theta$ . σύγκει-  
ται δὲ καὶ ὁ τοῦ ἀπὸ  $\text{A}\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\text{A}\Theta$ ,  $\text{N}\Delta$   
λόγος ἐκ τῶν αὐτῶν· ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\text{H}$  πρὸς  
15 τὸ ὑπὸ  $\text{A}\text{H}\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $\text{A}\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\text{N}\Delta$ ,  $\text{A}\Theta$ .  
[ἀνάπαλιν, ὡς τὸ ὑπὸ  $\text{A}\text{H}\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\text{H}$ , τὸ  
ὑπὸ  $\text{N}\Delta$ ,  $\text{A}\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\text{A}\Delta$ ].

νς'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπ-  
20 τόμεναι συμπίπτωσι, διὰ δὲ τῶν ἀφῶν παράλληλοι  
ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις, καὶ ἀπο τῶν ἀφῶν πρὸς  
τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς ἐτέρας τομῆς ἀχθῶσιν εὐθεῖαι  
τέμνουσαι τὰς παραλλήλους, τὸ περιεχόμενον ὀρθο-  
γώνιον ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων λόγον ἔξει πρὸς τὸ  
25 ἀπὸ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξευγνυούσης τετραγώνου τὸν  
συγκείμενον ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τῆς ἐπιξευγνυούσης  
τὴν σύμπτωσιν καὶ τὴν διχοτομίαν ἢ μεταξὺ τῆς διχοτο-  
μίας καὶ τῆς ἐτέρας τομῆς πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς αὐτῆς

16. ἀνάπαλιν — 17.  $\text{A}\Delta$ ] deleo. 24. λόγον ἔξει] bis V;  
corr. pc.

allela ducatur  $\Gamma HE$ , ab  $A$  autem rectae  $\Delta H$  parallela  $AM$ , a  $\Delta$  autem rectae  $AH$  parallela  $\Delta M$ , et in sectione  $\Delta Z$  sumatur punctum aliquod  $Z$ , ducanturque  $ANZ$ ,  $Z\Delta\Theta$ . dico, esse

$$\Gamma H^2 : AH \times H\Delta = A\Delta^2 : A\Theta \times N\Delta.$$

nam per  $Z$  rectae  $A\Delta$  parallela ducatur  $ZAKB$ . quoniam igitur demonstratum est, esse

$$EH^2 : H\Delta^2 = BA \times AZ : \Delta A^2 \text{ [prop. XX],}$$

et  $\Gamma H = EH$ ,  $BK = AZ$  [II, 38; Eucl. VI, 4], erit

$$\Gamma H^2 : H\Delta^2 = KZ \times ZA : \Delta A^2. \text{ uerum etiam}$$

$$\Delta H^2 : \Delta H \times HA = \Delta A^2 : \Delta A \times AK \text{ [Eucl. VI, 2];}$$

ex aequo igitur [Eucl. V, 22]

$$\Gamma H^2 : \Delta H \times HA = KZ \times ZA : \Delta A \times AK.$$

uerum

$$KZ \times ZA : AK \times \Delta A = (ZK : KA) \times (ZA : \Delta A).$$

est autem  $ZK : KA = A\Delta : \Delta N$ ,

$$ZA : \Delta A = A\Delta : \Theta A \text{ [Eucl. VI, 4];}$$

$$\text{itaque } \Gamma H^2 : \Delta H \times HA = (A\Delta : \Delta N) \times (\Delta A : A\Theta).$$

est autem

$$A\Delta^2 : A\Theta \times N\Delta = (A\Delta : \Delta N) \times (\Delta A : A\Theta).$$

$$\text{ergo } \Gamma H^2 : AH \times H\Delta = A\Delta^2 : N\Delta \times A\Theta.$$

### LVI.

Si duae rectae alteram oppositarum contingentes concurrunt, et per puncta contactus contingentibus parallelae ducuntur, a punctis contactus autem ad idem punctum alterius sectionis rectae ducuntur secantes parallelas, rectangulum comprehensum partibus abs-cisis ad quadratum rectae puncta contactus coniungentis rationem habebit compositam ex ea, quam habet rectae punctum concursus punctumque medium

τομῆς καὶ τῆς συμπτώσεως δυνάμει, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπο τῶν ἐφαπτομένων περιεχόμενον πρὸς τὸ τέταρτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνυούσης.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $AB, \Gamma\Delta$ , ὧν κέντρον το  $O$ ,  
 5 ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ  $AEZH, BE\Theta K$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AB$  καὶ δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ  $\Delta$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $AE$  διήχθω ἐπὶ τὸ  $\Delta$ , καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $A$  παρὰ τὴν  $BE$  ἢ  $AM$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $B$  παρὰ τὴν  $AE$  ἢ  $BN$ , εἰλήφθω δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $\Gamma\Delta$  τομῆς τὸ  $\Gamma$ , καὶ  
 10 ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $\Gamma BM, \Gamma AN$ . λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $BN, AM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AB$  λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τοῦ τοῦ ἀπὸ  $\Delta\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  καὶ τοῦ ὑπὸ  $AEB$  πρὸς τὸ τέταρτον τοῦ ἀπὸ  $AB$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $AAB$ .

15 ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  $\Gamma, \Delta$  παρὰ τὴν  $AB$  αἱ  $H\Gamma K, \Theta\Delta Z$ . φανερόν δὴ, ὅτι [ἴση ἐστὶν ἡ  $A\Delta$  τῇ  $AB$ ] ἴση ἐστὶ καὶ ἡ  $\Theta\Delta$  τῇ  $\Delta Z$  καὶ ἡ  $K\Xi$  τῇ  $\Xi H$ . ἔστι δὲ καὶ ἡ  $\Xi\Gamma$  τῇ  $\Xi\Pi$ . ὥστε καὶ ἡ  $\Gamma K$  τῇ  $H\Pi$ . καὶ ἐπεὶ ἀντικείμεναί εἰσιν αἱ  $AB, \Delta\Gamma$ , ἐφαπτόμεναι  
 20 δὲ αἱ  $BE\Theta, \Theta\Delta$ , καὶ παρὰ τὴν  $\Delta\Theta$  ἢ  $KH$ , ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $B\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $BK$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Pi K\Gamma$ . ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ  $\Theta\Delta$  τῷ ὑπὸ  $\Theta\Delta Z$ , τὸ δὲ ὑπὸ  $\Pi K\Gamma$  τῷ ὑπὸ  $K\Gamma H$ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $B\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Theta\Delta Z$ , τὸ ἀπὸ  $BK$  πρὸς  
 25 τὸ ὑπὸ  $K\Gamma H$ . ἔστι δὲ καί, ὡς τὸ ὑπὸ  $Z A, \Theta B$  πρὸς

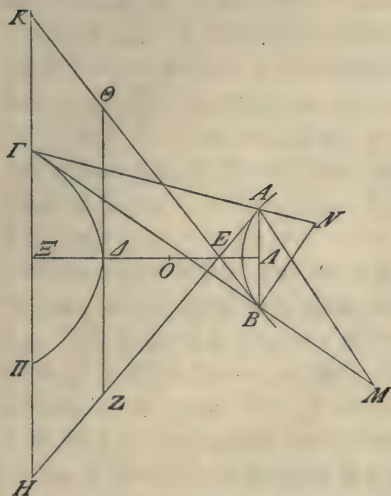
5.  $AEZH$ ] p;  $AENZ$  V, H e corr. m. 1;  $AENZ$  cv. 12. ἐκ] om. V (extr. lin.); corr. p (ἐκ τε). τοῦ τοῦ] scripsi, τοῦ V.  
 14. ὑπό] bis V (extr. et initio lineae); corr. cp. 16.  $H\Gamma K$ ] Halley;  $\Gamma H K$  V,  $K\Gamma H$  p.  $\Theta\Delta Z$ ] p,  $\Delta\Theta Z$  V. ἴση — 17.  $AB$ ] deleo. 17. ἴση ἐστὶ] om. p.  $\Theta\Delta$ ]  $\Delta\delta$  V; corr. p;  $\Delta\Delta$  c.  $\Xi H$ ]  $ZH$  V; corr. p. 18.  $\Gamma K$ ] p cv, K e corr. m. 1 V. 19.  $\Delta\Gamma$ ]  $\Delta E$  V; corr. p. 20.  $BE\Theta$ ]  $BE$  V; corr. Halley. 22. πρὸς] bis V (extr. et init. lin.); corr. pc. 23.  $K\Gamma H$ ]  $\Gamma K H$  V; corr. p.

coniungentis pars inter punctum medium alteramque sectionem posita ad rectam inter eandem sectionem punctumque concursus positam potentia, eaque, quam

habet rectangulum contingentibus comprehensum ad quartam partem quadrati rectae puncta contactus coniungentis.

sint oppositae  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , quarum centrum sit  $O$ , contingentes autem

$AEZH$ ,  $BE\Theta K$ , ducaturque  $AB$  et in  $A$  in duas partes aequales secetur, ducta autem  $AE$  ad  $\Delta$  producat, et



ab  $A$  rectae  $BE$  parallela ducatur  $AM$ , a  $B$  autem rectae  $AE$  parallela  $BN$ , sumaturque in sectione  $\Gamma\Delta$  punctum aliquod  $\Gamma$ , et ducantur  $\Gamma BM$ ,  $\Gamma AN$ . dico, esse  $BN \times AM : AB^2 = (\Delta\Delta^2 : \Delta E^2) \times (AE \times EB : \frac{1}{4} AB^2) = (\Delta\Delta^2 : \Delta E^2) \times (AE \times EB : A\Delta \times AB)$ .

ducantur enim a  $\Gamma$ ,  $\Delta$  rectae  $AB$  parallelae  $H\Gamma K$ ,  $\Theta\Delta Z$ ; manifestum igitur, esse et  $\Theta\Delta = \Delta Z$  et  $K\Xi = \Xi H$  [Eucl. VI, 4]. uerum etiam  $\Xi\Gamma = \Xi\Pi$  [I, 47]; itaque etiam  $\Gamma K = H\Pi$ . et quoniam oppositae sunt  $AB$ ,  $\Delta\Gamma$ , contingentes autem  $BE\Theta$ ,  $\Theta\Delta$ , et  $KH$  rectae  $\Delta\Theta$  parallela, erit [prop. XVIII]

$$B\Theta^2 : \Theta\Delta^2 = BK^2 : \Pi K \times K\Gamma.$$



τὸ ἀπὸ  $\Theta B$ , τὸ ὑπὸ  $HA$ ,  $KB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KB$ . δι'  
 ἴσου ἄρα ἐστίν, ὡς τὸ ὑπὸ  $AZ$ ,  $\Theta B$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $\Theta AZ$ , τὸ ὑπὸ  $KB$ ,  $AH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $KGH$ . ὁ δὲ  
 τοῦ ὑπὸ  $AZ$ ,  $\Theta B$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Theta AZ$  λόγος τοῦ ὑπὸ  
 5  $\Theta EZ$  μέσου λαμβανομένου σύγκειται ἐκ τοῦ τοῦ ὑπὸ  
 $AZ$ ,  $\Theta B$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Theta EZ$  καὶ τοῦ ὑπὸ  $\Theta EZ$  πρὸς  
 τὸ ὑπὸ  $\Theta AZ$ . καὶ ἐστίν, ὡς μὲν τὸ ὑπὸ  $AZ$ ,  $\Theta B$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Theta EZ$ , τὸ ἀπὸ  $AA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$ ,  
 ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $\Theta EZ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Theta AZ$ , τὸ ὑπὸ  $AEB$   
 10 πρὸς τὸ ὑπὸ  $AAB$ . ὁ ἄρα τοῦ ὑπὸ  $AH$ ,  $BK$  πρὸς  
 τὸ ὑπὸ  $KGH$  λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τοῦ ἀπὸ  $AA$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$  καὶ τοῦ ὑπὸ  $AEB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $AAB$ . ἔχει δὲ τὸ ὑπὸ  $AH$ ,  $KB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $KGH$   
 τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $BK$  πρὸς  $KG$  καὶ  
 15 τοῦ τῆς  $AH$  πρὸς  $HG$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $KB$  πρὸς  $KG$ ,  
 ἡ  $MA$  πρὸς  $AB$ , ὡς δὲ ἡ  $AH$  πρὸς  $HG$ , ἡ  $BN$   
 πρὸς  $BA$ . ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς  $MA$   
 πρὸς  $AB$  καὶ τοῦ τῆς  $NB$  πρὸς  $BA$ , ὅς ἐστίν ὁ αὐτὸς  
 τῷ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ  $AM$ ,  $BN$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AB$ ,  
 20 σύγκειται ἐκ τοῦ τοῦ ἀπὸ  $AA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$  καὶ  
 τοῦ ὑπὸ  $AEB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AAB$ .

5. τοῦ τοῦ] τοῦ V; corr. Halley. 11. τοῦ τοῦ] τοῦ V;  
 corr. Halley. 17. πρὸς  $BA$ ] om. V; corr. p. 20. τοῦ τοῦ]  
 τοῦ V; corr. Halley. In fine: Ἀπολλωνίου Περγαίου κωνικῶν  
 τρίτον m. 2 V, τέλος τοῦ τρίτου τῶν κωνικῶν p.

est autem  $\Theta \Delta^2 = \Theta \Delta \times \Delta Z$ ,

$$\Pi K \times K \Gamma = K \Gamma \times \Gamma H;$$

itaque  $B\Theta^2 : \Theta \Delta \times \Delta Z = BK^2 : K \Gamma \times \Gamma H$ .

uerum etiam  $Z A \times \Theta B : \Theta B^2 = H A \times K B : K B^2$   
[Eucl. VI, 2, 4; V, 12]; ex aequo igitur

$A Z \times \Theta B : \Theta \Delta \times \Delta Z = K B \times A H : K \Gamma \times \Gamma H$   
[Eucl. V, 22]. est autem, medio sumpto  $\Theta E \times E Z$ ,

$$A Z \times \Theta B : \Theta \Delta \times \Delta Z$$

$$= (A Z \times \Theta B : \Theta E \times E Z) \times (\Theta E \times E Z : \Theta \Delta \times \Delta Z).$$

et  $A Z \times \Theta B : \Theta E \times E Z = \Delta \Delta^2 : \Delta E^2$  [Eucl. VI, 4;  
V, 12, 16],

$\Theta E \times E Z : \Theta \Delta \times \Delta Z = A E \times E B : A \Delta \times \Delta B$   
[u. Pappi lemma XIII]; itaque

$$A H \times B K : K \Gamma \times \Gamma H$$

$$= (\Delta \Delta^2 : \Delta E^2) \times (A E \times E B : A \Delta \times \Delta B).$$

est autem

$$A H \times K B : K \Gamma \times \Gamma H = (B K : K \Gamma) \times (A H : H \Gamma).$$

uerum  $K B : K \Gamma = M A : A B$ ,  $A H : H \Gamma = B N : B A$   
[Eucl. VI, 4]. ergo

$$(M A : A B) \times (B N : B A)$$

$$= (\Delta \Delta^2 : \Delta E^2) \times (A E \times E B : A \Delta \times \Delta B)$$

$$= A M \times B N : A B^2.$$















QA                    Apolloiuns Pergaeus  
31                    Apollonii Pergaei quae  
A64                  graece exstant cum commen-  
1891                tariis antiquis  
v.1

Physical &  
Applied Sci

PLEASE DO NOT REMOVE  
CARDS OR SLIPS FROM THIS POCKET

---

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

---



